企业生产均衡与优化

赵德滋　姜人杰
宋颂兴　谢　森　编著

南京大学出版社

前　言

在现代化企业生产中，均衡与优化是头等重要的事情。均衡生产是指企业必须按照计划规定的品种、质量、数量和交货期，均衡地出产产品；同时，要求企业内部各生产环节做到有节奏地工作，消除前松后紧、突击赶工的现象。而优化生产是指合理地调配和使用有限的人力、物力和财力，使得能以最小的资源消耗完成计划生产任务，或者在现有的资源条件下获得最大的产量、产值或利润。实现企业生产的均衡与优化，能充分发挥企业的生产能力，能有效地利用生产资源，能全面地提高企业的经济效益。

因此，广大的企业生产管理和计划管理干部迫切要求学习和掌握组织均衡生产和优化生产的理论与方法。为适应这个需要，我们根据自己多年教学和实际工作的经验，编著了这本理论联系实际，应用价值大，可操作性强的书。书中有选择地、深入地论述行之有效的企业生产均衡与优化的理论和方法，并给出了应用实例。内容包括：企业生产均衡与优化的经济原理，单项生产任务中均衡与优化的网络计划技术，企业均衡生产的实物型投入产出分析方法，企业均衡生产的价值型投入产出分析方法，企业生产的投入产出优化模型。为了便于实际操作使用投入产出分析方法，特别增加了一个附录，介绍企业投入产出表的编制技术。

本书内容涉及到经济学、管理学、数学、数量经济学、现代管理科学以及系统工程等方面的基础理论，要求读者具有大学经济管理类专业二年级的业务水平。当然，为了便于大家学习、掌握和使用，我们在体系设计、结构安排、内容选择和讲解方法上

作了诸多努力，做到循序渐进、由浅入深。同时，尽可能地交代来龙去脉，配以适当的数学推导，重点突出应用范例。

我们四名作者中，两名在大学任教，两名从事实际经济管理工作，并长期在一起进行合作研究。本书是我们共同劳动的成果，也是理论联系实际的产物。希望得到读者的喜欢，更希望得到宝贵的意见。

赵德滋　姜人杰
宋颂兴　谢　森
1992年于南京

目　录

第一章　企业生产均衡与优化的经济原理

任何一个企业，投入生产要素(人力、资金、厂房、设备、原材料等)，生产各种产品，必须以获得最大经济效益为目的。这就要求企业的经营管理者，对生产要素的组合和数量以及产品的品种和产量，进行合理、均衡地组织和安排，使得能在一定的生产要素投入下，获得最大的产量；或在一定的产量要求下，生产要素的投入达到最少。

同时，企业生产的产品必须在市场上能销售出去，才能真正获得其经济效益。因此，产品品种必须适销对路，产品产量应该符合市场需求量。也就是说，企业生产的产品应该根据市场供需均衡的条件来确定最优产量。

无论是企业的内部生产过程，还是企业的外部营销活动，都遵循着一定的经济规律；通过对这些经济规律的分析，便可得到企业生产均衡与优化的经济原理。

第一节　要素投入与产品产出之间的技术经济关系

一、生产函数

在企业经济学中，生产函数是一个被广泛使用的概念。它就是用来描述生产要素投入与产品产出之间技术经济关系的一类函数，其一般表达式为

$$Q=f(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n) \qquad (1\text{-}1)$$

式中，Q 代表产品的产量(或产值)；x_1，x_2，…，x_n 代表诸生产要素(如人力、资金、厂房、设备、原材料等)的投入量。

为了叙述的方便，我们将产品的产量(或产值)简称为“产出”；将投入的生产要素(或生产要素的投入)简称为“投入要素”；而诸投入要素的一组取值(x_1，x_2，…，x_n)称为“投入要素组合”。

需要说明一点，生产函数表达的是在一定时期内，按当时技术条件所能达到的最大产出与投入要素组合之间的关系。这里首先强调了一定时期内的技术条件，意味着技术的进步，会导致新的投入—产出关系，从而生产函数将发生变更，其次是强调了最大产出，表示企业是在良好的经营管理条件下生产的，一切投入要素都得到有效的使用。

生产函数有短期与长期之分。由于在充分短的时期内，“固定”投入要素(厂房、机器等)不变，产出随可变投入要素(劳动力、原材料等)的变化而变化，在这种情况下的生产函数称为短期生产函数；但从长期发展的观点来看，“固定”投入要素也都是可变的(如厂房要扩大，机器要更新)，因此产出是随全部投入要素的变化而变化，此时的生产函数就称为长期生产函数。

对于长期生产函数而言，若诸投入要素按同比例增加，即生产规模的扩大，将带来产出的增加，这就是所谓规模报酬。由于企业的生产条件和管理水平不同，规模报酬可有三种情况：

(1) 规模报酬递增，指生产规模扩大后，产出的增长率大于规模的增长率，即

$$f(\lambda x_1,\ \lambda x_2,\ \cdots,\ \lambda x_n)>\lambda f(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n) \quad (1\text{-}2)$$

(2) 规模报酬不变，指生产规模扩大后，产出的增长率等于规模的增长率，即

$$f(\lambda x_1,\lambda x_2,\cdots,\lambda x_n)=\lambda f(x_1,x_2,\cdots,\ x_n) \quad (1\text{-}3)$$

(3) 规模报酬递减，指生产规模扩大后，产出的增长率小于规模的增长率，即

$$f(\lambda x_1,\lambda x_2,\cdots\lambda x_n)<\lambda f(x_1,x_2,\cdots,x_n) \tag{1-4}$$

(1-2)—(1-4) 式中，λ 为规模扩大的比例因子。

在进一步研究生产函数时，常常要用到“边际产出”和“弹性”两个概念，现定义如下：

边际产出——某投入要素 x_i变动一个单位所引起的产出变动量，称为该投入要素的边际产出，记为 MP_i，由生产函数可得

$$MP_i=\frac{\Delta Q}{\Delta x_i}=\frac{\Delta f}{\Delta x_i} \tag{1-5}$$

极限情况为

$$MP_i=\lim_{\Delta x_i\to 0}\frac{\Delta Q}{\Delta x_i}=\lim_{\Delta x_i\to 0}\frac{\Delta f}{\Delta x_i}=\frac{\partial f}{\partial x_i} \tag{1-6}$$

弹性——某投入要素 x_i 变动百分之一所引起的产出变动的百分比，即产出的相对变动与投入要素的相对变动之比，称为产出关于该投入要素的弹性，记为 EQ_i，由生产函数可得

$$EQ_i=\frac{\Delta Q/Q}{\Delta x_i/x_i}=\frac{\Delta f/f}{\Delta x_i/x_i}=\frac{x_i}{f}\frac{\Delta f}{\Delta x_i} \tag{1-7}$$

极限情况为

$$EQ_i=\lim_{\Delta x_i\to 0}\frac{\Delta Q/Q}{\Delta x_i/x_i}=\lim_{\Delta x_i\to 0}\frac{\Delta f/f}{\Delta x_i/x_i}$$

$$=\lim_{\Delta x_i\to 0}\frac{x_i}{f}\frac{\Delta f}{\Delta x_i}=\frac{x_i}{f}\frac{\partial f}{\partial x_i} \tag{1-8}$$

以后若不作特殊说明，均取极限情况。

二、Cobb-Douglas 生产函数

从总体上分析企业的发展，往往只取资金 (K) 和劳动力 (L) 为投入要素，而不去研究用何种原材料生产何种产品的具体生产过程。因此，生产函数的一般形式可表示成

$$Q=f(K,\ L) \tag{1-9}$$

著名的 Cobb-Douglas 生产函数为

$$Q=AK^{\alpha}L^{\beta} \tag{1-10}$$

式中，A，α，β 均为大于零的常数参数。A 是效率系数，α 和 β 分别是产出关于资金的弹性 EQ_K 和产出关于劳力的弹性 EQ_L，这容易由(1-10)式得到验证：

$$EQ_K=\frac{K}{Q}\frac{\partial Q}{\partial K}=\frac{K}{AK^{\alpha}L^{\beta}}\cdot A\alpha K^{\alpha-1}L^{\beta}=\alpha$$

$$EQ_L=\frac{L}{Q}\frac{\partial Q}{\partial L}=\frac{L}{AK^{\alpha}L^{\beta}}\cdot A\beta K^{\alpha}L^{\beta-1}=\beta$$

将(1-10)式的 Q 表示为 K，L 的函数 $Q(K,L)$，并引入规模扩大比例因子 λ，显然有：

$$\begin{aligned}Q(\lambda K,\lambda L)&=A(\lambda K)^{\alpha}(\lambda L)^{\beta}\\&=\lambda^{\alpha+\beta}AK^{\alpha}L^{\beta}=\lambda^{\alpha+\beta}Q(K,L)\end{aligned} \tag{1-11}$$

由此可知，若用 Cobb-Douglas 生产函数来描述企业的生产状态，则 $\alpha+\beta>1$ 时，规模报酬递增；$\alpha+\beta=1$ 时，规模报酬不变；$\alpha+\beta<1$ 时，规模报酬递减。

对于生产比较稳定的企业来说，大多接近于 $\alpha+\beta=1$ 的情况。此时 $\beta=1-\alpha$，Cobb-Douglas 生产函数可表达为

$$Q=AK^{\alpha}L^{1-\alpha} \tag{1-12}$$

下面给出它的几个重要性质：

(1) 资金和劳力的边际产出均大于零，即

$$\begin{aligned}&\frac{\partial Q}{\partial K}=\alpha A\left(\frac{L}{K}\right)^{1-\alpha}>0\\&\frac{\partial Q}{\partial L}=(1-\alpha)A\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}>0\end{aligned} \tag{1-13}$$

(2) 资金和劳力的边际产出均是递减的，即

$$\begin{aligned}&\frac{\partial^2 Q}{\partial K^2}=-\alpha(1-\alpha)AL^{1-\alpha}K^{\alpha-2}<0\\&\frac{\partial^2 Q}{\partial L^2}=-\alpha(1-\alpha)AK^{\alpha}L^{-(1+\alpha)}<0\end{aligned} \tag{1-14}$$

(3) 若资金固定不变，则人均产出(劳动生产率)是递减的，且等于劳力的边际产出的$\frac{1}{1-\alpha}$，即

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial L}\left(\frac{Q}{L}\right)=-\alpha AK^{\alpha}L^{-(1+\alpha)}<0 \\
&\frac{Q}{L}=A\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}=\frac{1}{1-\alpha}\,\frac{\partial Q}{\partial L}
\end{aligned}
\tag{1-15}
$$

类似地，若劳力固定不变，则单位资金的产出(资金产出率)是递减的，且等于资金的边际产出的$\frac{1}{\alpha}$，即

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial K}\left(\frac{Q}{K}\right)=-(1-\alpha)AK^{\alpha-2}L^{1-\alpha}<0 \\
&\frac{Q}{K}=A\left(\frac{L}{K}\right)^{1-\alpha}=\frac{1}{\alpha}\,\frac{\partial Q}{\partial K}
\end{aligned}
\tag{1-16}
$$

三、CES (Constant Elastisity of Substitution) 生产函数

CES 生产函数比 Cobb-Douglas 生产函数具有更广泛的适用性，它的一般形式为

$$
\begin{gathered}
Q=A[\alpha K^{-\rho}+(1-\alpha)L^{-\rho}]^{-\frac{u}{\rho}} \\
(A>0,\ 0<\alpha<1,\ \rho>-1,\ u>0)
\end{gathered}
\tag{1-17}
$$

式中，Q 为产出，K 为资金，L 为劳力；A 为效率系数，α 为分布参数，ρ 为替代参数，u 为规模报酬指数。

引入规模扩大比例因子 λ，容易得出：

$$
\begin{aligned}
&A[\alpha(\lambda K)^{-\rho}+(1-\alpha)(\lambda L)^{-\rho}]^{-\frac{u}{\rho}} \\
&\qquad=\lambda^{u}A[\alpha K^{-\rho}+(1-\alpha)^{-\rho}]^{-\frac{u}{\rho}}
\end{aligned}
\tag{1-18}
$$

显然，若用 CES 生产函数描述企业的生产状态，则 $u>1$时，规

模报酬递增；$u=1$ 时，规模报酬不变；$u<1$ 时，规模报酬递减。

规模报酬不变的 CES 生产函数为

$$Q=A[\alpha K^{-\rho}+(1-\alpha)L^{-\rho}]^{-\frac{1}{\rho}} \qquad (1\text{-}19)$$

现对其作进一步讨论：

(1) 当 $\rho\to0$ 时，转化为规模报酬不变的 Cobb-Douglas 生产函数。简要说明如下：

由(1-19)式得

$$\ln Q=\ln A-\frac{1}{\rho}\ln[\alpha K^{-\rho}+(1-\alpha)L^{-\rho}]$$

令 $\rho\to0$，取极限，便有：

$$\begin{aligned}\lim_{\rho\to0}\ln Q&=\ln A-\lim_{\rho\to0}\frac{\ln[\alpha K^{-\rho}+(1-\alpha)L^{-\rho}]}{\rho}\\&=\ln A-\lim_{\rho\to0}\frac{-\alpha K^{-\rho}\ln K-(1-\alpha)L^{-\rho}\ln L}{\alpha K^{-\rho}+(1-\alpha)L^{-\rho}}\\&=\ln A+\alpha\ln K+(1-\alpha)\ln L \qquad (1\text{-}20)\end{aligned}$$

(1-20)式等价于

$$\lim_{\rho\to0}Q=AK^{\alpha}L^{1-\alpha} \qquad (1\text{-}21)$$

这正是我们所需要的结论。

(2) 资金和劳力的边际产出均大于零，即

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q}{\partial K}&=\alpha AK^{-(1+\rho)}[\alpha K^{-\rho}+(1-\alpha)L^{-\rho}]^{-\frac{1+\rho}{\rho}}\\&=\alpha A^{-\rho}\left(\frac{Q}{K}\right)^{1+\rho}>0\end{aligned} \qquad (1\text{-}22)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q}{\partial L}&=(1-\alpha)AL^{-(1+\rho)}[\alpha K^{-\rho}+(1-\alpha)L^{-\rho}]^{-\frac{1+\rho}{\rho}}\\&=(1-\alpha)A^{-\rho}\left(\frac{Q}{L}\right)^{1+\rho}>0\end{aligned}$$

(3) 资金和劳力的边际产出均是递减的，即

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial K^2}=\alpha A^{-\rho}(1+\rho)\left(\frac{Q}{K}\right)^{\rho}\frac{\left(\frac{\partial Q}{\partial K}\right)K-Q}{K^2}<0$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial L^2}=(1-\alpha)A^{-\rho}(1+\rho)\left(\frac{Q}{L}\right)^{\rho}\frac{\left(\frac{\partial Q}{\partial L}\right)L-Q}{L^2}<0 \qquad (1\text{-}23)$$

这里需要说明$\left(\frac{\partial Q}{\partial K}\right)K-Q<0$和$\left(\frac{\partial Q}{\partial L}\right)L-Q<0$的理由：因为(1-19)式所表达的生产函数是一次齐次函数，根据欧拉定理可得

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial K}\right)K+\left(\frac{\partial Q}{\partial L}\right)L=Q$$

故

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial K}\right)K-Q=-\left(\frac{\partial Q}{\partial L}\right)L<0,\ \left(\frac{\partial Q}{\partial L}\right)L-Q=-\left(\frac{eQ}{\partial K}\right)K<0$$

(4) 产出关于资金的弹性 EQ_K 和产出关于劳力的弹性 EQ_L 分别由下列两式表示：

$$EQ_K=\frac{1}{1+\frac{1-\alpha}{\alpha}\left(\frac{L}{K}\right)^{-\rho}} \qquad (1\text{-}24)_1$$

$$EQ_L=\frac{1}{1+\frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{K}{L}\right)^{-\rho}} \qquad (1\text{-}24)_2$$

易见，α 越大，产出关于资金的弹性越大；而 $(1-\alpha)$ 越大（即 α 越小），产出的劳力弹性越大。于是，α 可称为资金密集系数，而 $(1-\alpha)$ 可称为劳力密集系数；另一方面，α 和 $(1-\alpha)$ 反映了两种投入要素的权重，又统称为分布参数。

至于 CES 生产函数中 ρ 的经济涵义，将在第二节讲述边际替代率和替代弹性后再作说明。

四、生产函数的参数估计

由上述讨论可以看出，只有确定了生产函数中的参数，才能具体地描述投入要素与产出之间的关系。下面分别给出 Cobb-Douglas 生产函数和 CES 生产函数的参数估计方法。

1．Cobb-Douglas 生产函数的参数估计

设 Cobb-Douglas 生产函数为

$$Q=AK^{\alpha}L^{\beta} \tag{1-25}$$

两边取自然对数，得

$$\ln Q=\ln A+\alpha\ln K+\beta\ln L \tag{1-26}$$

令

$$Q^{*}=\ln Q,\ A^{*}=\ln A,\ K^{*}=\ln K,\ L^{*}=\ln L \tag{1-27}$$

则(1-26)式可化为

$$Q^{*}=A^{*}+\alpha K^{*}+\beta L^{*} \tag{1-28}$$

(1-28)式可认为是一个二元线性回归方程，便可用普通最小二乘法求出 A^{*}，α，β 的估计值 $\hat{A}^{*}$，$\hat{\alpha}$，$\hat{\beta}$；而 A 的估计值 $\hat{A}=e^{\hat{A}^{*}}$。具体过程如下：

若已知某企业历年的统计资料 Q_i，K_i，$L_i(i=1,2,\cdots,n)$，先将它们转换成 Q_i^{*}，K_i^{*}，L_i^{*}：

$$Q_i^{*}=\ln Q_i,\quad K_i^{*}=\ln K_i,\quad L_i^{*}=\ln L_i$$

$$(i=1,2,\cdots n)$$

则由普通最小二乘法可得 $\hat{A}^{*}$，$\hat{\alpha}$，$\hat{\beta}$ 的估计式为：

$$\begin{pmatrix}\hat{A}^{*}\\ \hat{\alpha}\\ \hat{\beta}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}n & \Sigma K_i^{*} & \Sigma L_i^{*}\\ \Sigma K_i^{*} & \Sigma K_i^{*2} & \Sigma K_i^{*}L_i^{*}\\ \Sigma L_i^{*} & \Sigma L_i^{*}K_i^{*} & \Sigma L_i^{*2}\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}\Sigma Q_i^{*}\\ \Sigma K_i^{*}Q_i^{*}\\ \Sigma L_i^{*}Q_i^{*}\end{pmatrix} \tag{1-29}$$

式中，Σ 是 $\sum\limits_{i=1}^{n}$ 的简写。

对于规模报酬不变的Cobb-Douglias生产函数$Q=AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$，在估计参数时可变形为

$$\frac{Q}{L}=A\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha} \tag{1-30}$$

其中，$\frac{Q}{L}$即劳动生产率，而$\frac{K}{L}$为资金装备率。仿照上述方法，两边取自然对数，得

$$\ln\left(\frac{Q}{L}\right)=\ln A+\alpha\ln\left(\frac{K}{L}\right) \tag{1-31}$$

令

$$Q^{*}=\ln\left(\frac{Q}{L}\right),\ A^{*}=\ln A,\ K^{*}=\ln\left(\frac{K}{L}\right) \tag{1-32}$$

则(1-31)式可化为

$$Q^{*}=A^{*}+\alpha K^{*} \tag{1-33}$$

(1-33)式可认为是一个一元线性回归方程，用普通最小二乘法可得A^{*}，α的估计值$\hat{A}^{*}$，$\hat{\alpha}$如下：

$$\begin{aligned}\hat{A}^{*}&=\overline{Q^{*}}-\hat{\alpha}\,\overline{K^{*}}\\ \hat{\alpha}&=\frac{\Sigma K_i^{*}Q_i^{*}-\overline{K^{*}}\,\Sigma Q_i^{*}}{\Sigma K_i^{*2}-\overline{K^{*}}\Sigma K_i^{*}}\end{aligned} \tag{1-34}$$

式中，

$$\overline{Q^{*}}=\frac{\Sigma Q_i^{*}}{n},\quad \overline{K^{*}}=\frac{\Sigma K_i^{*}}{n}$$

$$Q_i^{*}=\ln\left(\frac{Q_i}{L_i}\right),\quad K_i^{*}=\ln\left(\frac{K_i}{L_i}\right)$$

而Q_i，K_i，L_i（$i=1, 2, \cdots, n$）由企业的历年统计资料得到。

2. CES生产函数的参数估计

设CES生产函数为

$$Q=A[\alpha K^{-\rho}+(1-\alpha)L^{-\rho}]^{-\frac{u}{\rho}} \tag{1-35}$$

容易看出，不能像Cobb-Douglas生产函数那样将它直接线性化，这就需要先作近似处理。两边取自然对数，得

$$\ln Q=\ln A-\frac{u}{\rho}\ln[aK^{-\rho}+(1-a)L^{-\rho}] \tag{1-36}$$

令

$$f(\rho)=\ln[aK^{-\rho}+(1-a)L^{-\rho}] \tag{1-37}$$

将其按马克劳林级数展开，取到二阶项，得

$$f(\rho)\approx-\rho[a\ln K+(1-a)\ln L]+\frac{\rho^2}{2}a(1-a)\left[\ln\left(\frac{K}{L}\right)\right]^2 \tag{1-38}$$

于是，

$$\begin{aligned}\ln Q=&\ln A+ua\ln K+u(1-a)\ln L\\&-\frac{u\rho}{2}a(1-a)\left[\ln\left(\frac{K}{L}\right)\right]^2\end{aligned} \tag{1-39}$$

再令

$$Q^*=\ln Q,\ K^*=\ln K,\ L^*=\ln L,\ M=\left[\ln\left(\frac{K}{L}\right)\right]^2$$

$$B_0=\ln A,\ B_1=ua,\ B_2=u(1-a),\ B_3=-\frac{u\rho}{2}a(1-a) \tag{1-40}$$

则(1-39)式可化为

$$Q^*=B_0+B_1K^*+B_2L^*+B_3M \tag{1-41}$$

(1-41)式可认为是一个三元线性回归方程，若已知某企业历年的统计资料Q_i，K_i，$L_i(i=1,2,\cdots,n)$，用普通最小二乘法可得B_0，B_1，B_2，B_3的估计值$\hat{B}_0$，$\hat{B}_1$，$\hat{B}_2$，$\hat{B}_3$如下：

$$\begin{pmatrix}\hat{B}_0\\\hat{B}_1\\\hat{B}_2\\\hat{B}_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}n & \Sigma K_i^* & \Sigma L_i^* & \Sigma M_i\\\Sigma K_i^* & \Sigma K_i^{*2} & \Sigma K_i^*L_i^* & \Sigma K_i^*M_i\\\Sigma L_i^* & \Sigma L_i^*K_i^* & \Sigma L_i^{*2} & \Sigma L_i^*M_i\\\Sigma M_i & \Sigma M_iK_i^* & \Sigma M_iL_i^* & \Sigma M_i^2\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}\Sigma Q_i^*\\\Sigma K_i^*Q_i^*\\\Sigma L_i^*Q_i^*\\\Sigma M_iQ_i^*\end{pmatrix} \tag{1-42}$$

式中，

$$Q_i^* = \ln Q_i,\quad K_i^* = \ln K_i,\quad L_i^* = \ln L_i,\quad M_i = \left[\ln\left(\frac{K_i}{L_i}\right)\right]^2$$

再由(1-40)式，便可求得$\hat{A}$，$\hat{\alpha}$，$\hat{u}$，$\hat{\rho}$的估计式：

$$\hat{A} = e^{\hat{B}_0} \qquad \hat{\alpha} = \frac{\hat{B}_1}{\hat{B}_1 + \hat{B}_2}$$

$$\hat{u} = \hat{B}_1 + \hat{B}_2, \qquad \hat{\rho} = -\frac{2\hat{B}_3(\hat{B}_1 + \hat{B}_2)}{\hat{B}_1 \hat{B}_2} \tag{1-43}$$

第二节　投入要素的最优利用

一、单一可变投入要素的最优利用

在短期生产中，假定只有一种投入要素(如劳力)是可变的，而其他投入要素(如厂房、设备等)保持不变，则生产函数可表达为

$$Q = f(x) \tag{1-44}$$

下面我们将分析投入要素数量(亦称生产要素投入量)与产出数量(产量或产值)之间的变化关系，以确定生产要素的最佳投入量。

顺便指出，本节中以产量表示产出数量。

1. 产量曲线

产量曲线包括总产量曲线，平均产量曲线和边际产量曲线，分别描述总产量、平均产量和边际产量与单一投入要素之间的关系。

总产量是指生产要素投入后，所能生产出来的产品之全部产量，即 Q，记为 TP (Total Product)。

平均产量是指总产量与生产要素投入量之比，即$\frac{Q}{x}$，记为

AP(Average product)。

边际产量是指增加(或减少)一个单位投入要素所引起的总产量的变化，或者说，是指总产量的增量与投入要素增量之比，即 $\frac{\Delta Q}{\Delta x}$，当 $\Delta x \to 0$时，取极限为$\frac{dQ}{dx}$，记为 MP (Marginal Product)。

表 1-1 是某企业某产品的单一可变生产要素投入量与产量之间关系的数字例子。

表 1-1

生产要素投入量 x	总产量 TP	边际产量 MP	平均产量 AP
0	0		0
1	15	15	15.0
2	33	18	16.5
3	57	24	19.0
4	78	21	19.5
5	94	16	18.8
6	102	8	17.0
7	103	1	14.7
8	101	−2	12.6
9	98	−3	10.9
10	92	−6	9.2

注：生产要素投入量单位和产量单位视生产情况而定。

按表中数据描点，可画出产量曲线的示意图 1-1。

据图，生产要素投入量为 x_0 时，边际产量达到最大，总产