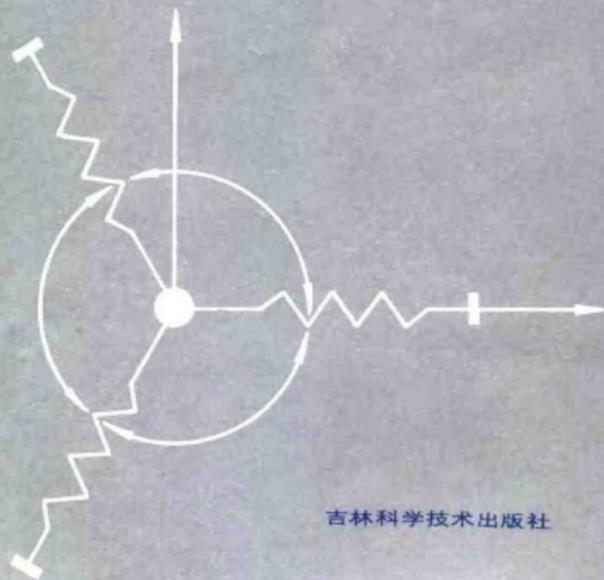


# 随机参数结构的振动理论

VIBRATION THEORY OF  
STRUCTURES WITH  
RANDOM PARAMETERS

陈塑寰 著



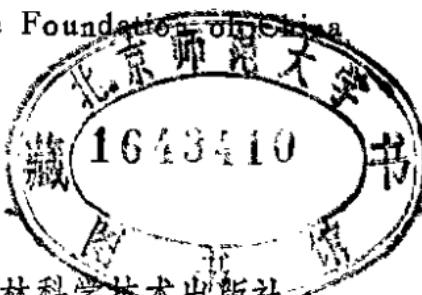
吉林科学技术出版社

jy1107116

随机参数结构的振动理论  
VIBRATION THEORY OF  
STRUCTURES WITH  
RANDOM PARAMETERS

陈塑寰 著  
SU-HUAN CHEN

国家自然科学基金资助项目  
The Project supported by National Natural  
Science Foundation of China



吉林科学技术出版社  
Jilin Science and Technology Press

【吉】新登字 03 号

随机参数结构的振动理论

陈望森 著

责任编辑：李 攻

封面设计：杨玉中

出版 吉林科学技术出版社 850×1168 毫米 32 开本 8.75 印张 5 插页  
212 000 字

发行 吉林省新华书店 1992 年 12 月第 1 版 1992 年 12 月第 1 次印刷  
印数：1—1 340 册 定价：10.00 元

印刷 长春新华印刷厂 ISBN 7-5384-1178-x/TH · 12

## 内 容 简 介

本书系统讨论了随机参数结构的振动理论。内容包括：复杂结构的实模态的矩阵摄动理论；复模态的摄动理论；亏损特征值的摄动理论；振动模态及动力响应的灵敏度分析；随机参数结构的随机特征值分析和响应分析的 Monte Carlo 数值模拟，随机有限元法和随机摄动法；随机特征值和响应的统计特性；随机特征值和响应分析的计算机程序以及工程实例分析。内容比较丰富、新颖，它反映了目前国内外在这方面的最新研究成果。

本书可供机械、车辆、土木、航空、航天工程等方面的科技工作者和高等院校的研究生和教师参考。

## 前　　言

随着科学技术的发展，结构振动分析理论已日趋完善。由于大型、高速电子计算机的广泛应用，产生了像 NASTRAN、ADINA、SAP 等大型通用的结构分析程序供工程结构分析、设计使用，使我们有可能对任何复杂的工程结构进行动态分析和设计。但是，到目前为止，所有结构振动理论的专著都仅限于讨论有确定参数的结构。由于结构的复杂性，制造、安装误差，以及各种工程材料和机械特性的误差，使结构参数都具有随机性质。这就使结构振动的固有特性和响应特性也都具有随机特性。因此，正确估计这种随机参数对结构的固有特性和响应特性的影响，和估计结构动力学设计的可靠性有着十分重要的意义，它也是目前工程界十分关注的问题。

随机参数结构的振动理论主要研究随机参数结构的固有特性和响应特性的统计特性。它是很有工程应用价值和学术价值的研究课题。随机参数结构的振动分析理论，经过系统的理论研究，目前已开始逐步付之工程应用。但是，在国内目前还未出版过这方面的专门著作，这对希望系统了解随机参数结构振动理论的科技工作者带来了困难。有鉴于此，我在近年来对随机参数结构振动理论的研究基础上，尽力综合国内外有关文献，撰写此书，以期能对高等院校的教师、研究生，以及从事工程结构分析、设计的读者有所帮助，并对推动我国结构振动理论的发展起到一定的作用。

本书分成七章。

第一章，简单介绍确定参数结构的振动理论，作为掌握、理解随机参数结构振动理论的必要的预备知识。

第二章，系统讨论确定参数多自由度结构的实模态的矩阵摄动理论，包括孤立特征值和重特征值的摄动，并给出一些工程实例。

第三章，讨论复模态的摄动理论，亏损特征值的摄动理论。

第四章，讨论确定参数连续系统特征值问题的摄动法，包括杆、梁、膜和薄板的振动问题，并给出了摄动问题的统一表达式。

第五章，讨论确定参数结构的动力灵敏度分析，包括实模态、复模态、亏损特征值和结构响应的灵敏度分析。

第六章，讨论随机参数结构的随机特征值问题，随机结构的Monte Carlo数值模拟，随机有限元方法，随机摄动法，随机特征值的统计特性。

第七章，讨论随机参数结构的响应分析，随机有限元方法，相关设计变量的解耦，随机摄动法，随机参数结构响应的统计特性。

本书可供高等院校的研究生和教师，以及从事机械、车辆、土木、航空航天等工程结构设计、研究的科技工作者参考。

由于作者的水平有限，错误与不妥之处望读者指正。

陈塑寰

于吉林工业大学

1991年2月

## **Abstract**

Geometry and material properties are generally considered deterministic when designing or analyzing structural components. In fact, geometry, material properties, and loading are uncertain. These uncertainties, random in nature, can be considered as variables. It is true that these uncertainties are small in magnitude, but they sometimes have a significant effect on the dynamic characteristics of the structure. Therefore, it is very important to quantify their influence on the dynamic characteristics and response of the structure. The vibration theory for structures with random parameters was systematically discussed in this book. The theory covers a broad spectrum of subjects, matrix perturbation of real mode of complex structures, matrix perturbation of complex mode, matrix perturbation of defective eigenvalue, sensitivity analysis of vibration modes and the response to dynamic load, random eigenvalue analysis and response analysis of structures with random parameters. A random perturbation method and a Monte Carlo approach to solve the problems of random structures were introduced. The computer program implementation and various engineering applications of the theory were also included. The contents synthesized the most recent research result in this field.

This book is recommended to graduate students, engineers and scientists of mechanical, civil, aerospace, ocean and vehicle engineering.



#### 作者简介

陈塑寰，男，生于1934年11月，广东省兴宁县人。1956年毕业于长春汽车拖拉机学院，现任吉林工业大学计算力学专业教授、博士研究生导师，并任中国振动工程学会理事会理事等多职，长期从事振动理论方面的教学、科研、学术工作，在培养计算力学的高级人才的工作中卓有贡献，发表学术论文70多篇，“NASTRAN”程序研究与开发获机械部科技进步二等奖，在重复固有频率、密集模态和亏损系统的振动理论的研究与应用方面，均取得了国际先进水平。1984年获“吉林省有突出贡献的科技拔尖人才”的称号，1991年经国务院审批为享受政府特殊津贴有突出贡献的专家。

# 目 次

第 1 章 确定参数结构振动的基本理论	( 1 )
1.1 引言	( 1 )
1.2 结构振动的特征值问题	( 1 )
1.3 模态向量的正交性	( 6 )
1.4 吕兹法	( 6 )
1.5 简谐载荷作用下的强迫振动	( 8 )
1.6 确定参数多自由度结构对任意载荷的响应	( 9 )
1.7 振动微分方程的数值积分方法	( 10 )
1.8 确定参数多自由度结构的随机响应分析	( 13 )
1.9 确定参数连续系统的振动特征值问题	( 16 )
1.10 确定参数连续系统的响应分析	( 19 )
参考文献	( 22 )
第 2 章 确定参数结构振动特征值问题的矩阵摄动法	( 24 )
2.1 引言	( 24 )
2.2 孤立特征值的摄动法	( 26 )
2.3 退化系统特征值的摄动法	( 32 )
2.4 数值例子	( 38 )
2.5 实模态摄动法的推广应用	( 45 )
2.6 迭代摄动法	( 49 )
参考文献	( 5 )
第 3 章 确定参数结构复模态的矩阵摄动理论	( 51 )
3.1 引言	( 54 )
3.2 基本方程	( 55 )
3.3 复模态的摄动法	( 57 )
3.4 重特征值的摄动法(非亏损情况)	( 62 )
3.5 亏损矩阵的特征值问题, 广义模态	( 67 )

3.6 亏损系统特征值的摄动法 .....	( 71 )
参考文献 .....	( 85 )
<b>第4章 确定参数连续系统振动特征值问题的摄动法 .....</b>	<b>( 88 )</b>
4.1 引言 .....	( 88 )
4.2 杆纵向振动特征值问题的摄动法 .....	( 88 )
4.3 变剖面梁弯曲振动特征值问题的摄动法 .....	( 94 )
4.4 弹性结构振动特征值问题摄动法的一般公式 .....	( 104 )
4.5 几种重要弹性结构的情形 .....	( 112 )
参考文献 .....	( 127 )
<b>第5章 确定参数结构的动力灵敏度分析 .....</b>	<b>( 129 )</b>
5.1 引言 .....	( 129 )
5.2 多自由度结构振动模态的灵敏度分析 .....	( 129 )
5.3 实模态灵敏度分析的计算机实施 .....	( 134 )
5.4 非对称矩阵的特征值和特征向量的灵敏度分析 .....	( 139 )
5.5 亏损特征值的灵敏度分析 .....	( 166 )
5.6 结构动力响应的灵敏度分析 .....	( 170 )
5.7 亏损系统动力响应的灵敏度分析 .....	( 176 )
5.8 连续系统特征值的灵敏度分析 .....	( 178 )
参考文献 .....	( 182 )
<b>第6章 随机参数结构的随机特征值分析 .....</b>	<b>( 187 )</b>
6.1 引言 .....	( 187 )
6.2 随机参数结构的 Monte Carlo 数值模拟 .....	( 189 )
6.3 随机参数结构特征值分析的随机有限元方法 .....	( 196 )
6.4 随机参数结构特征值分析的随机摄动法 .....	( 205 )
6.5 随机特征值和特征向量的统计特性 .....	( 210 )
6.6 数值例子 .....	( 215 )
6.7 随机参数连续系统的随机特征值问题 .....	( 222 )
参考文献 .....	( 231 )
<b>第7章 随机参数结构的响应分析 .....</b>	<b>( 235 )</b>
7.1 引言 .....	( 235 )
7.2 随机参数的单自由度系统的响应分析 .....	( 236 )

7.3	随机参数结构响应分析的随机摄动法	(243)
7.4	随机参数结构响应的统计特性	(246)
7.5	数值例子	(250)
7.6	随机参数结构响应分析的随机有限元方法	(256)
	参考文献	(260)

## **Contents**

### **CHAPTER 1**

<b>Basic vibration theory of structures with deterministic parameters .....</b>	( 1 )
<b>    1.1 Introduction .....</b>	( 1 )
<b>    1.2 Eigenvalue Problems for Structural Vibration.....</b>	( 1 )
<b>    1.3 Orthogonality of modal vectors .....</b>	( 6 )
<b>    1.4 Ritz method .....</b>	( 6 )
<b>    1.5 Response to harmonic excitation.....</b>	( 8 )
<b>    1.6 Response to arbitrary load for MDOF Structure.....</b>	( 9 )
<b>    1.7 Numerical integration method for vibration equations.....</b>	( 10 )
<b>    1.8 Random response analysis for MDOF structure .....</b>	( 13 )
<b>    1.9 Eigenvalue Problems of continuous systems...</b>	( 16 )
<b>    1.10 Response analysis for continuous systems ...</b>	( 19 )
<b>    References .....</b>	( 22 )

### **CHAPTER 2**

<b>Matrix perturbation of vibration eigenproblems for structures with deterministic parameters .....</b>	( 24 )
<b>    2.1 Introduction .....</b>	( 24 )
<b>    2.2 Matrix perturbation for distinct eigenvalues.....</b>	( 25 )
<b>    2.3 Matrix Perturbation for degenerate systems...</b>	( 32 )

2.4	Numerical examples.....	( 38 )
2.5	Extend applications of matrix perturbation of real mode .....	( 45 )
2.6	Iterative Perturbation.....	( 49 )
	References .....	( 50 )

## CHAPTER 3

Matrix perturbation of complex modes for Structures with deterministic parameters.....	( 54 )	
3.1	Introduction .....	( 54 )
3.2	Matrix Perturbation of complex modes .....	( 55 )
3.3	Matrix Perturbation of multiple eigenvalues (nondefective case) .....	( 57 )
3.4	Eigenvalue Problem of defective matrix.....	( 62 )
3.5	Matrix Perturbation for defective eigenvalue...	( 67 )
3.6	Matrix Perturbation of eigenvalues for defective systems.....	( 71 )
	References.....	( 86 )

## CHAPTER 4

Matrix perturbation of eigenproblems for continuous systems with deterministic parameters .....	( 88 )	
4.1	Introduction .....	( 88 )
4.2	Perturbation of eigenproblems for axial vibration of rods .....	( 88 )
4.3	Perturbation of eigenproblems for bending vibration of nonuniform beams.....	( 94 )
4.4	General formulas for eigenproblem Perturbation of elastic structures.....	( 104 )
4.5	Some important cases of elastic structures ...	( 112 )
	References.....	( 127 )

## CHAPTER 5

<b>Dynamic sensitivity analysis for structures</b>	
with deterministic parameters .....	(129)
<b>5.1 Introduction .....</b>	(129)
<b>5.2 Sensitivity analysis of vibration modes of</b>	
<b>MDOF Structures.....</b>	(129)
<b>5.3 Computer program implementation of</b>	
<b>sensitivity analysis of vibration modes .....</b>	(134)
<b>5.4 Sensitivity analysis of eigensolutions of</b>	
<b>nonsymmetric matrix .....</b>	(139)
<b>5.5 Sensitivity analysis for defective eigenvalue...</b>	(166)
<b>5.6 Sensitivity analysis of dynamic response .....</b>	(170)
<b>5.7 Sensitivity analysis of dynamic response for</b>	
<b>defective systems .....</b>	(176)
<b>5.8 Sensitivity analysis of eigenvalues for</b>	
<b>continuous systems .....</b>	(178)
<b>References.....</b>	(182)

## CHAPTER 6

<b>Random eigenvalue analysis for random</b>	
<b>structures .....</b>	(187)
<b>6.1 Introduction .....</b>	(187)
<b>6.2 Monte Carlo numerical simulation for random</b>	
<b>structures .....</b>	(189)
<b>6.3 Random finite element method for eigenvalue</b>	
<b>analysis of random structures .....</b>	(196)
<b>6.4 Random Perturbation for eigenvalue analysis</b>	
<b>of random structures .....</b>	(205)
<b>6.5 Statistic properties of random</b>	
<b>eigensolutions .....</b>	(210)
<b>6.6 Numerical examples .....</b>	(215)
<b>6.7 Random eigenproblems of continuous with</b>	
<b>random Parameters.....</b>	(222)

References.....	(231)
<b>CHAPTER 7</b>	
Response analysis for random	
structures .....	(235)
7.1 Introduction .....	(235)
7.2 Response analysis of SDOF systems with	
random parameters.....	(236)
7.3 Random Perturbation for response analysis of	
random structures.....	(243)
7.4 Statistic Properties of response of random	
structures .....	(246)
7.5 Numerical examples .....	(250)
7.6 Random finite element method for response	
analysis of random structures .....	(256)
References.....	(260)

# 第1章 确定参数结构振动的基本理论

## 1.1 引言

这一章讨论确定参数结构动力学中的一些基本问题，简要地阐明若干常规的经典的分析方法。其中包括确定参数结构振动特征问题，特征解（固有频率和模态）的主要性质，求解特征值问题的吕兹法，确定参数结构的响应分析，模态迭加法，振动微分方程的数值积分方法（Wilson-θ 法和 Newmark 方法），确定参数结构的随机响应分析，以及连续弹性体杆、梁、膜、板的振动问题。这些内容作为理解本书主要内容的必备的基础知识。如果读者对这些内容业已了解和掌握，则可直接阅读第 2 章以后的内容。

## 1.2 结构振动的特征值问题

考虑线性结构的固有振动问题。设结构已按某种方式离散化了。因此我们只考虑有  $N$  个自由度的离散系统。令  $\{q\}$  为广义坐标列阵， $[K]$  和  $[M]$  为与  $\{q\}$  相应的刚度矩阵和质量矩阵， $\omega$  为固有频率， $\lambda = \omega^2$ 。因此，在略去机械能的损耗后，结构的固有振动方程为

$$[\ddot{M}]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = 0 \quad (1.1)$$

这里  $\{\ddot{q}\}$  为广义加速度向量。结构的固有振动为谐波振动，即

$$\{q\} = \{u\} \cos(\omega t - \varphi) \quad (1.2)$$

式中  $\{u\}$  为振型向量或模态向量。将 (1.2) 式代入 (1.1) 式，便可导出结构振动特征值问题

$$[K]\{u\} = \lambda [M]\{u\} \quad (1.3)$$