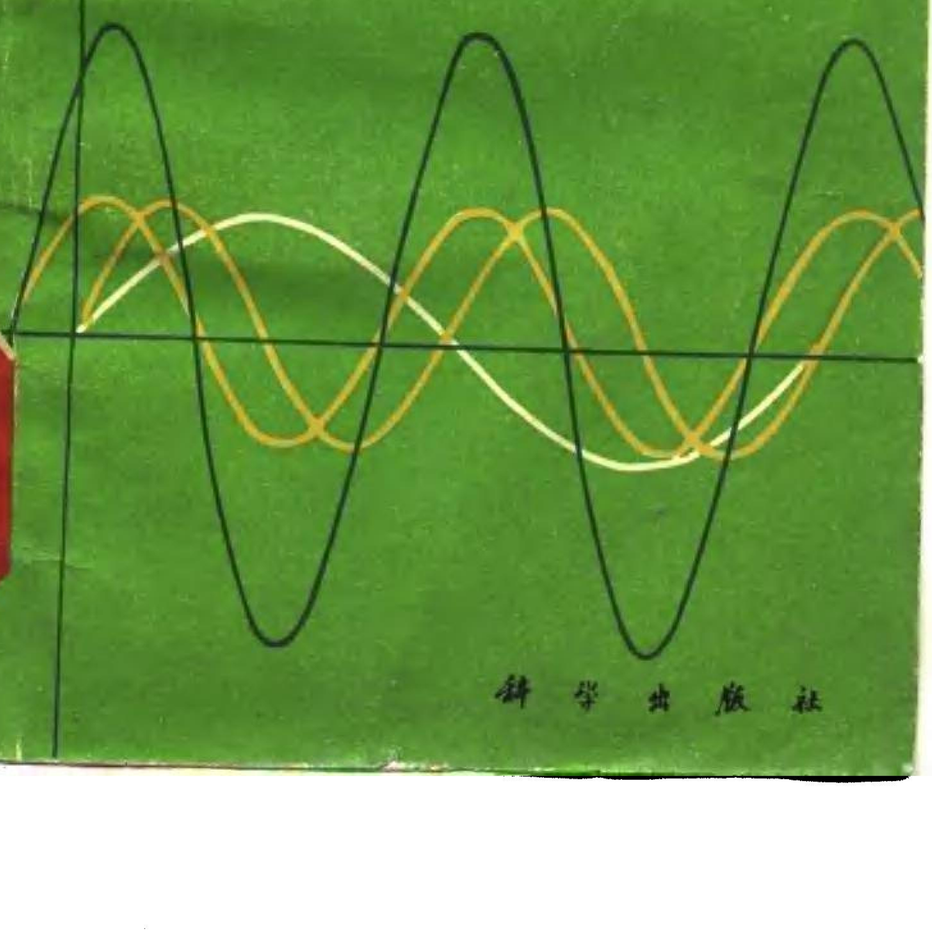
平面三角学

E. R. 海涅曼 著



科学出版社

平面三角学

E. R. 海涅曼 著

白 柯 译

郑 铨 校

内 容 简 介

本书是中学平面三角学的教学用书，系统地介绍了平面三角学的解析内容. 其特点是：作数值计算时，同时讲解了查三角函数表和使用电子计算器两种方法，采用图解的方法以加深学生的印象，书中还特别指出需要记忆的内容. 本书适用中学师生和其他有关科技人员阅读.

E Richard Heineman

PLANE TRIGONOMETRY

Fifth Edition

McGraw-Hill Book Company

平 面 三 角 学

E. R. 海涅曼 著

白 柯 译

郑 铨 校

责任编辑 郑 铨 董芳明

科学出版社 出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1983年2月第一版 开本：787×1092 1/32

1983年2月第一次印刷 印张：9 7/8

印数：0001—15,000 字数：219,000

统一书号：13031·2149

本社书号：2937·13—1

定价： 1.25 元

原　　序

本书的第五版与第三、四两版一样，仍强调本课程的解析内容. 此外，在第五版中，作了下述的修改：

1. 新版详细说明了在各种类型的计算题中计算器的使用方法. 对数计算编排在第十二章和附录中.

2. 对数与指数函数，对数的特性和对数方程式等在第十章中讨论. 对数方法的计算范围安排在附录中.

3. 引入了"卷函数"的概念，对圆函数的论述已作了更改.

4. 教师手册包括：(a) 教学辅助和启发材料，(b) 若干个抽查测验题，(c) 两个综合性试题，(d) 这些测验题和试题的答案，(e) 采取若干次 5—8 分钟的事先未宣布的小测验有哪些优点的讨论，(f) 课本中题号为 4、8、12、… 等练习题的答案.

教师根据下面的特点来选择习题，可以节省时间.

5. 在每个练习中，习题排列次序如下：题号 1、5、9… 为一组，题号从 2、3 和 4 开始的为其他三组，教师可以任选一组. 每组的题目都全面照顾到书中的各要点，不至于过份侧重某些原理，而忽略掉其他原理. 例如，练习 11 是求解直角三角形，四组习题中的每一组习题都要用到正弦函数、余弦函数和正切函数；每一组习题都涉及俯角、仰角以及方位角的概念；每一组习题的数目也大致相同，在这些题目中的未知量是一个锐角（或一个直角边或一个斜边）. 当然，这并不意味着这四组习题除了数值不同以外是完全一致的. 在可能的情况下，作者总是试图使每个习题和其他的各习题在某些方面有

所不同，而不是数值上的差别.

6. 四分之三的习题答案在本书末给出，题号为 4、8、12…的习题答案则见于教师手册中.

本版的习题是全新的. 与第四版（1974）相比较，增加了下述特点:

7. 许多练习中都有需要辨别正误的习题，以检验学生有无避免易出错的能力和发现伪正确的能力. 教师的责任不仅仅是教授正确的方法，还应该使学生认识到用不正确方法所产生的错误.

8. 在证明三角恒等式和求解三角方程式方面给出了明确的讲解. 恒等式这个课题是在三角函数的代数运算练习中，循序渐进地加以讨论的.

9. 在本书的开头详细地阐述了近似值和有效数字. 数字的精确性原理贯穿于全书.

10. 对所有的各组习题都仔细地作出分类，并且包括大量的只是说明各项原理的简单习题. 书中还有很多中等难度的和一些难度较高的习题.

11. 除了讨论角 θ 的三角函数图形（第六章）外，第九章中还讲述了一些图解的方法，包括 $a\sin(bx+c)$，$a\sin x+b\cos x$ 和 $\sin^n x$ 的图形. 在这两章之间，有意识地插入第七章（两角函数）和第八章（三角方程），作者认为这样的安排可以帮助学生较好地理解这些问题.

12. 其他的内容有:（a）学生注意事项，（b）微积分学将碰到的问题，（c）无穷大概念的详细解释，（d）应记忆的要点，（e）正弦和余弦曲线的应用，（f）有兴趣的应用题.

（谢语略）

E. R. 海涅曼

学生注意事项

学好三角学这门课程，要求作到：（1）一定量的记忆；（2）大量的练习和实践，以便获得将记忆的内容用于解决实际问题的经验和技巧.（3）对三角学的全部内容有深入的理解. 老师的作用是帮助学生解除疑难，使他们少走弯路；帮助他们弥补数学基础的缺陷；并设法用“普通常识”来讲清问题.

任何学科的记忆工作都应该而且只能由学生自己来完成. 学生至少要作到，将自己已接触到的定义和定理及时记忆下来. 最好的记忆方法不是朗读，而是将这些定义和定理写在纸上，一直到不要课本就能背写出来.

在作练习时，不要不断地翻阅例题. 应该将例题搞得透熟，直至你合上课本也能重新把它写出来. 只有把这些例题完全搞清楚，并完全掌握，才应着手尝试解决那些未解过的问题. 在解题时不应该再翻阅课本.

还应该牢记的一点是，记忆和熟练要依靠理解来帮助. 因此，随着课程的进展，应该时常复习已学过的定义和定理，使自己能更深入地了解它们.

E. R. 海涅曼

平面几何参考材料

1. 若将一个全圆周角等分为 360 份，则每一等份叫作一度，记为 1°.

2. 两个角的和为 90°，称为互余.

3. 两个角的和为 180°，称为互补.

4. 三角形的三角和为 180°.

5. 直角三角形中，直角的两个夹边称为直角边，直角的对边叫作斜边.

6. 勾股定理（毕达哥拉斯定理）：在直角三角形中，斜边的平方等于两直角边的平方和.

7. 若直角三角形的三个角为 30°、60°、90°，则斜边的长度为短直角边长度的两倍.

8. 等腰三角形有两个长度相等的边，因而有两个相等的角.

9. 等边三角形有三个长度相等的边，三个角均等于 60°.

10. 圆的切线和通过切点的圆的半径相垂直.

11. 若一个三角形的三个角与另一三角形对应的三个角相等，则这两个三角形称为相似三角形，其对应边成比例.

公制和英制长度的换算

1 米（m）= 39.37 英寸（in）

1 厘米（cm）= 0.01 米

= 0.3937 英寸

1 公里（km）= 1000 米

= 0.6214 英里（mi）

希腊字母表

Alpha	A, α	Nu	N, ν
Beta	B, β	Xi	Ξ, ξ
Gamma	Γ, γ	Omicron	O, o
Delta	Δ, δ	Pi	Π, π
Epsilon	E, ε	Rho	P, ρ
Zeta	Z, ζ	Sigma	Σ, σ
Eta	H, η	Tau	T, τ
Theta	Θ, θ	Upsilon	Υ, υ
Iota	I, ι	Phi	Φ, φ
Kappa	K, κ	Chi	X, χ
Lambda	Λ, λ	Psi	Ψ, ψ
Mu	M, μ	Omega	Ω, ω

目　　录

第一章　三角函数

1. 三　角　学

三角学是数学的一个分支学科，它主要研究称为三角函数的六个比值．由于下述两个原因，这六个比值是很重要的．第一，它们是数学的其他分支以及物理学和工程学的理论基础；第二，在解决三角形的问题时，它们是必不可少的．根据几何学的知识可以用三角形的两条边和一个夹角来确定一个三角形的大小和形状．下面我们将利用三角学的知识，根据已知条件求出三角形的第三条边的长度和其余两个夹角．

2. 有向线段

我们可以把一条直线的一个方向取为正，另一个方向取为负，这样的直线称为有向直线．如图 1 中箭头所示，所有按从左到右的方向测量的线段都是正的．因此，如果取$OA=1$为单位长度，则 $OB=3$，$BC=-5$．显然，由于这些线段是有向的，所以 CB 不等于 BC．但是，$BC=-CB$；或者 $CB=-BC$，而 $OB+BC+CO=0$．

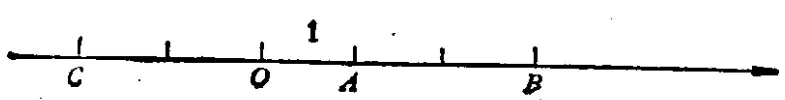


图 1

3. 直角坐标系

直角坐标系(也叫笛卡尔坐标系)由两条互相垂直的有向直线组成. 这种坐标系通常都画成图 2 的样子，两条有向直线按图中所示来取向. x 轴和 y 轴称为坐标轴，它们的交点 O 称为原点. 平面上任何一点的位置均可由该点到两个坐标轴的距离唯一确定.

点 P 的 x 坐标（或 x）等于从 y 轴到 P 点的有向线段 NP（或 OM）的值;点 P 的 y 坐标（或 y）等于从 x 轴到 P 点的有向线段 MP.

必须记住，平面上任意一点的每个坐标都是按从坐标轴到该点来测量的. 因此，点 P 的 x 坐标是 NP 而不是 PN; 点 P 的 y 坐标是 MP 而不是 PM. 若平面上任一点 P 的 x 坐标为 x，y 坐标为 y，则该点表示为 $P(x, y)$. 由此可以得知: 位于 y 轴右边的所有点的 x 坐标都为正值，而位于 y 轴左边的所有点的 x 坐标都取负值. 同理，位于 x 轴上方的所有点的 y 坐标都为正值，而位于 x 轴下方的所有点的 y 坐标都取负值.

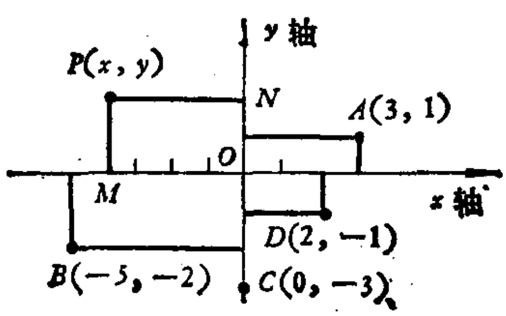


图 2

描绘一个点，就意味着给它定位，也就是在坐标系中指出它的位置.

从原点 O 到点 P 的距离称为 P 的矢径（用 r 表示). 距离 r 没有方向并且根据约定总是正值. 因此，平面上任意一点可用三个坐标 x，y，z 来标出. 矢径 r 可以根据勾股定理（见图 3)

$$x^2 + y^2 = r^2$$

来求得.

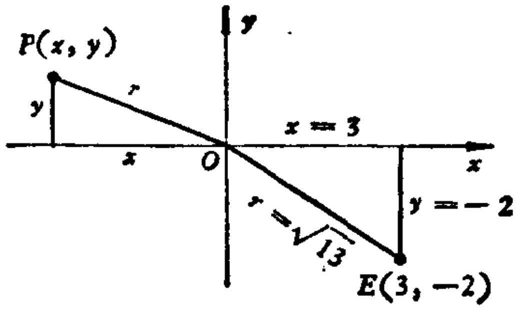


图 3

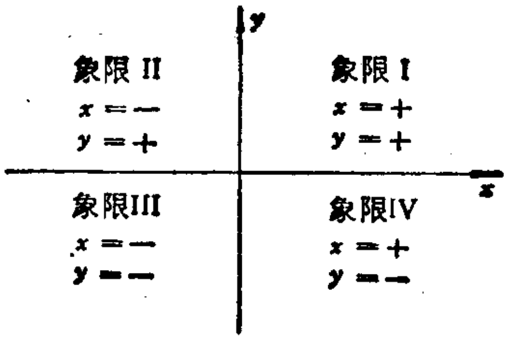


图 4

如图 4 所示，坐标轴将平面分割为四个部分，称为象限。我们常用 QI、QII、QIII、QIV 分别表示这四个象限.

说明 1 为了确定点(5，−12)的矢径 r，计算

$$r^2 = 5^2 + (-12)^2 = 169 \qquad r = 13$$

说明 2 如果 $x = 15$，$r = 17$ 则据下式可以求得 y:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

即 $(15)^2 + y^2 = (17)^2$; $225 + y^2 = 289$; $y^2 = 64$; $y = \pm 8$. 若点在象限I，则 $y = 8$; 若点在象限 IV，则 $y = -8$(因为 x 是正的，所以点不可能位于象限 II 或象限 III).

4. 距离公式

令 $P_1(x_1, y_1)$ 和 $P_2(x_2, y_2)$ 为 xy 平面(见图 5)上的任意两点. 我们可以根据勾股定理用这两点的坐标来表示距离 P_1P_2. 过点 P_1 画一条与 x 轴平行的直线; 过点 P_2 画一条与 y 轴平行的直线，这两条直线交于点 $Q(x_2, y_1)$. 于是，正向线段 P_1Q 的长度为 $x_2 - x_1$(即右边的 x 减去左边的 x[1]);正向线

1) 更确切地说，位于右边的点的 x 坐标(较大的 x)减去位于左边的点的 x 坐标(较小的 x). 例如，对于 $P_1(-2,1)$ 和 $Q(5,1)$，$P_1Q = 5 - (-2) = 7$.

段 QP_2 的长度是 y_2-y_1（即上边的 y 减去下边的 y）. 因此，
$(P_1P_2)^2=(P_1Q)^2+(QP_2)^2$,

$$P_1P_2=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

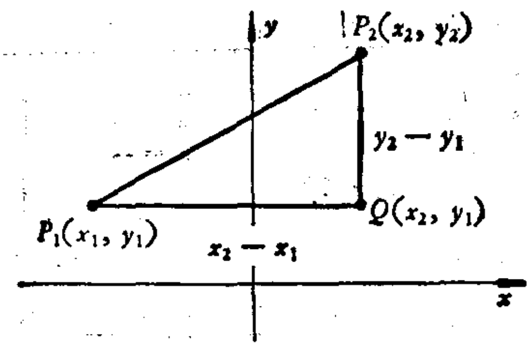


图 5

这个公式适用于任意位置上的 P_1 和 P_2. 例如，若 P_2 位于 P_1 下方，则 $QP_2=y_2-y_1$，这是一个负量值，但是 (y_2-y_1) 的平方等于正量 (y_1-y_2) 的平方，即 $(y_2-y_1)^2=(y_1-y_2)^2$. 因此，点 $P_1(x_1, y_1)$ 和点 $P_2(x_2, y_2)$ 之间的距离 d 为：

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

说明 点 $A(-1, 5)$ 和 $B(3, -2)$ 之间的距离为：

$$d=\sqrt{(-1-3)^2+(5+2)^2}=\sqrt{16+49}=\sqrt{65}$$

可以把点 A 作为 P_1，也可以把点 B 作为 P_1.

练习 1

1. 在坐标纸上标出下列各点，并求出每一点的矢径 r.
   $(4, 3)$, $(0, -9)$, $(-3, 1)$, $(-2, -\sqrt{5})$.
2. 在坐标纸上标出下列各点，并求出每一点的矢径 r.
   $(-7, -24)$, $(-6, 0)$, $(5, -2)$, $(\sqrt{7}, 3)$
3. 在坐标纸上标出下列各点，并求出每一点的矢径 r.
   $(15, -8)$, $(1, 0)$, $(6, 7)$, $(-2, \sqrt{21})$.