地下水
非稳定渗流解析法

李佩成　著

科学出版社

地下水非稳定渗流解析法

李佩成 著

科 学 出 版 社

1 9 9 0

前　　言

地下水渗流可分为稳定渗流和非稳定渗流，本书着重于现象普遍而研究尚觉欠缺的非稳定渗流．地下水渗流的研究方法主要包括解析法、数值法、模拟法和模型试验法，本书着力于解析法．

井是提取、排除和勘测利用地下水的主要建筑物，本书侧重于井的渗流课题．

解析法是渗流研究的传统方法，尽管其存在着缺点，但在解题过程中严格遵循渗流机理的数理推演特征，对初学者训练思维深窥究竟十分有益，解析法所得公式对同类课题有良好通用性，从而可以补偿研究者花费的较多辛劳；而电子计算机的普及，显著提高了繁难计算公式的实用性．

求解非稳定渗流的解析法通常包括分离变量法、傅里叶变换法（包括傅里叶积分法）、拉普拉斯变换法及贝塞尔函数法等．

对于这些方法及其在渗流研究中的应用，本书并不面面俱到，而着重于介绍有力的贝塞尔函数法以及诸法的联合运用．本书涉及的渗流课题虽不算多，但力求其具有典型性；求解过程也力求详尽．对关键步骤、难点和启发思考处都注明了可供参考的文献．对推导的大部分公式都有演示例题．

本书分十五章．第六章以前的内容属于解析法的数理基础，分别简介了地下水渗流的基本定律和基本方程、求解渗流基本方程的分离变量法、傅里叶变换法、拉普拉斯变换法，并列举了算例．第七章至十四章，利用前述方法研究典型的渗流课题，按部就班地推导了相应的计算公式，编绘出计算图表，列举了算例，提出若干建议和见解．这八章是本书的本论所在。书中有的公式、图表、算例是作者完成的，有的虽然在其它文献中可以见到，但本书完善了推导过程，补正了某些漏误．

本书承蒙王洒信、王运昌、孙明勤及李克希诸同志进行校对；魏晓姝同志不仅清抄了全部书稿，而且提出了不少很好的建议；初阳瑞同志协助进行大量演算；书中的图是赵延风同志清绘的；在此谨致谢忱。

目　　录

第一章　地下水渗流定律

为了对地下水渗流进行定量研究，也象对其它重要的自然现象——电流、热传导、刚体运动等一样，必须首先把握住各主要运动要素之间的最基本的数量关系.

渗流定律也叫渗透定律，它是反映渗透速度 V 与水力坡降 J 之间的关系的. 这种关系呈线性时叫线性渗透定律；呈非线性关系时叫非线性渗透定律，下面分别予以介绍.

一、线性渗透定律

线性渗透定律又叫达西定律，是由法国水力学家、工程师达西(Darcy, H.) 于 1856 年通过实验发现建立的.

达西所用的实验装置如图 1-1 所示，通过供水管从上面注水，同时在实验过程中保持恒定水头，水渗经试样（砂子）以后由出水管流进量筒中，水渗经试样损失的水头用测压管测定.

根据试验得出如下规律：渗经多孔介质（试样砂）的流量 Q，其大小与垂直水流的介质面积 F 及进出口的水头差 ΔH 之乘积成正比，而与介质的长度 L 成反比. 用公式表示即为

$$Q = K\frac{F\Delta H}{L}. \tag{1.1}$$

该公式也称为达西渗透流量公式.

式中 K——与岩土及渗透液体性质有关的常数，一般称为渗透系数.

在 (1.1) 式的两端分别除以面积 F，并考虑到

$$\frac{Q}{F} = V. \tag{1.2}$$

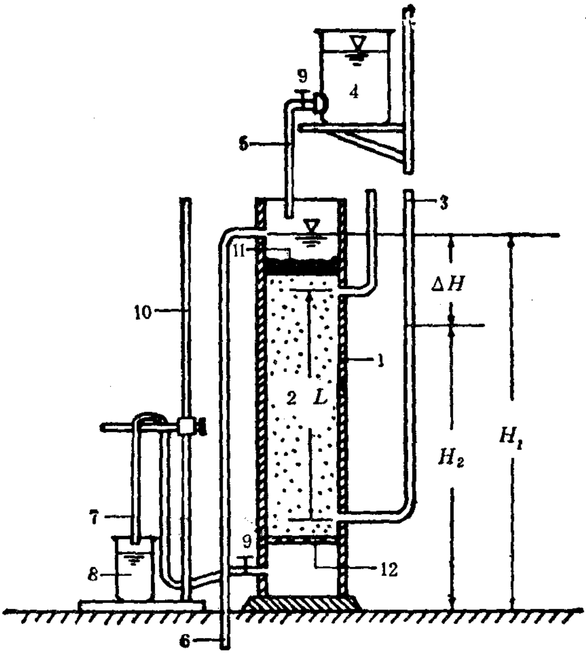

图 1-1　达西仪示意图

1.试筒　2.试样　3.测压管　4.供水筒　5.供水管　6.溢流管　7.出水管　8.量筒　9.闸阀　10.滑动支架　11.砾石层　12.金属孔板

式中 V——平均渗透速度.

再令
$$\frac{\Delta H}{L}=J, \tag{1.3}$$

式中 J——水力坡降,即是单位渗径长度上的水头损失.

由此得

$$V=KJ. \tag{1.4}$$

公式(1.4)表明,地下水的渗透速度 V 与水力坡降 J 的一次方成正比. 这便是达西定律,公式(1.4)称为达西渗透流速公式,简称达西公式. 由于公式(1.4)反映的是线性关系,所以将达西定律也叫线性渗透定律.

在公式(1.4)中,水力坡度是无因次量,所以渗透系数与渗透

速度具有相同的因次(量纲),也可以用相同的单位,通常以"厘米/秒"、"米/日"等表示.

达西公式——公式(1.4)类似电学中的欧姆公式和力学中的牛顿公式,在形式上是十分简单的,但是,时至今日它仍然是地下水研究中最重要的基本公式.

二、实际渗透速度与平均渗透速度

在将渗透流量公式(1.1)转变为流速公式(1.4)的过程中,曾使用了公式(1.2),亦即

$$\frac{Q}{F}=V.$$

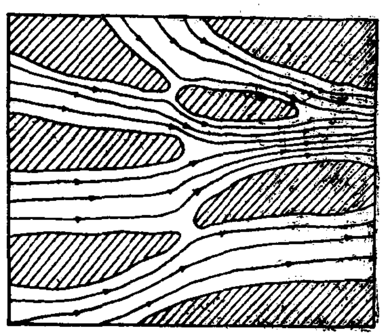

图 1-2 地下水渗流示意图

如图 1-2 所示,渗透水流只能从孔隙中流过.因此,上式中的 Q 是经由孔隙的渗透流量,而式中的 F 却是试样(或者说多孔介质)垂直水流方向的总面积.在该面积中既包含实际通过水流的孔隙面积,也包含岩土颗粒占据的不透水的面积.

由此可知,公式(1.2)或(1.4)中的流速 V,或者说达西公式中的流速 V,是一个化引而来的平均渗透流速,并不是水在多孔介质的孔隙中流动的实际流速.

实际流速是指实际在孔隙中流动的水流速度,可用下式表示:

$$U=\frac{Q}{Fn_s}. \tag{1.5}$$

式中 n_s——岩土的渗透孔隙率,也称渗透断面系数,该系数为真实通过水流的孔隙面积 F_s 与包含此面积的岩土总面积 F 之比.

在(1.5)式中考虑到 $\frac{Q}{F}=V$,则可得出表示实际渗透速度的

公式

$$U = V/n_s,\tag{1.6}$$

于是

$$V = n_s U.\tag{1.7}$$

在不少文献中还出现术语"平均真实流速 $\overline{U}$". $\overline{U}$ 值等于单位时间内通过的水量 Q 除以孔隙总面积(包括不通水的孔隙),孔隙总面积值是用孔隙率 n 乘渗透岩体的横断面面积 F 而得,故知

$$\overline{U} = \frac{Q}{Fn} = \frac{V}{n},\tag{1.8}$$

于是

$$V = n\overline{U}.\tag{1.9}$$

公式(1.8)、(1.9)说明,平均渗透速度,在数值上等于真实渗透速度 U 与渗透断面系数的乘积,或者等于平均真实渗透速度与孔隙率的乘积.

由于 n_s 和 n 均是始终小于 1 的数,故由公式(1.6),(1.8)可以看出,地下水运动的平均渗透速度(简称平均渗速),也就是通常习惯上所说的渗透速度 V,始终小于实际渗透速度(简称实际渗速),也始终小于平均实际渗速.

弄清平均渗速 V,实际渗速 U 及平均实际渗速 $\overline{U}$ 之间的关系是必要的,这不仅为了防止某些概念的混乱,而且在实际工作中也是有用的.例如在测定地下水流速的方法中,有些方法测出的便是实际渗速或平均实际渗速,而在渗流计算中却又常常需要把它们转变成平均渗速.

三、水力坡度的几何意义和物理概念

图 1-3 表示从渗流场中取出的割离体,对此,象在水力学中那样,可以列出渗透水流在相距为 ΔL 的两过水断面上的伯努里方程:

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + \Delta H.\tag{1.10}$$

式中 Z_1, Z_2——测量点处从基准面算起的几何高度,也称几何水

头或几何水头高度；

P_1, P_2——测点处的压力强度，简称压强；

$\frac{P_1}{\gamma}, \frac{P_2}{\gamma}$——压力水头高度；

γ——水的比重；

$\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}, \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}$——流速水头高度。

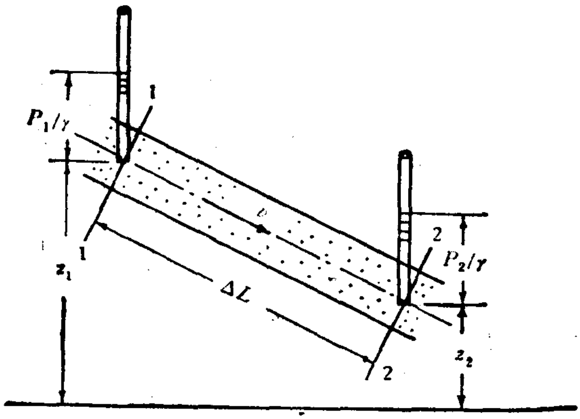

图 1-3 渗流场示意图

由于地下水运动速度缓慢，故当流速水头忽略时，从而得

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma}. \tag{1.11}$$

公式 (1.8) 之左为断面 1—1 的总水头高度 H_1，即

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} = H_1. \tag{1.12}$$

(1.8) 式之右为断面 2—2 的总水头 H_2，即

$$Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} = H_2. \tag{1.13}$$

从而可以推得

$$\left(Z_1 + \frac{P_1}{\gamma}\right) - \left(Z_2 + \frac{P_2}{\gamma}\right) = H_1 - H_2 = \Delta H, \tag{1.14}$$

或 $$\Delta H = H_1 - H_2 = \frac{P_1 - P_2}{\gamma} + Z_1 - Z_2 = \frac{\Delta P}{\gamma} + \Delta Z. \quad (1.15)$$

式中 $\Delta P = P_1 - P_2$——压力损失;

$\Delta Z = Z_1 - Z_2$——两点间的高差.

利用 (1.15) 式的关系,可写出坡降公式

$$J = \frac{\Delta H}{\Delta L} = \frac{\dfrac{\Delta P}{\gamma} + \Delta Z}{\Delta L} = \frac{1}{\gamma}\,\frac{\Delta P + \gamma \Delta Z}{\Delta L}. \quad (1.16)$$

该式的物理意义:水力坡降是两个考查断面上的总水头差与断面间距离之比,或者说是二断面间的单位水头损失.

按照 (1.4) 式及 (1.16) 式,可将平均渗速表示为

$$V = \frac{K}{\gamma}\,\frac{\Delta P + \gamma \Delta Z}{\Delta L} = \frac{K}{\gamma}\,\frac{\Delta(P + \gamma Z)}{\Delta L}$$

$$= \frac{K}{\gamma}\,\frac{\Delta P_z}{\Delta L}. \quad (1.17)$$

式中的 ΔP_z 为化引压力,即

$$\Delta P_z = \Delta(P + \gamma Z). \quad (1.18)$$

若底板是水平的,则 $\Delta Z = 0$, 于是

$$V = \frac{K}{\gamma}\,\frac{\Delta P}{\Delta L} = K\,\frac{\Delta P}{\gamma \Delta L} = K\,\frac{\Delta H}{\Delta L}. \quad (1.19)$$

水力坡度 J 按照研究对象的不同和计算工作的需要,可以表示为不同的形式,或者说可将水头与运动距离表示为差分,微分或偏微分,从而可以有

$$J = \frac{\Delta H}{\Delta L}, \quad (1.20a)$$

$$J = -\frac{dH}{dL}, \quad (1.20b)$$

$$J = -\frac{\partial H}{\partial L}. \quad (1.20c)$$

式中的负号表示水头随流动距离增大而降低. 这些不同的形式,将有助于建立不同的方程式 ——差分方程、微分方程和偏微分

方程

四、非线性渗透定律

在巨砾以及大的岩溶洞穴和裂缝之中地下水的运动，其实与沿着渠道和管道流动的水流性质相似，可能会出现很大的流速.在人工坑道或井孔附近，地下水的运动速度也可能变得很大，以致水流的雷诺数超过临界数值，水流进入紊流状态. 在层流状态起主导作用的粘滞摩阻力已退让于惯性-脉动力，流速发生旋转和位移，水头损失增大，在这种情况下地下水的运动不再服从线性定律，而服从非线性定律

$$V = K_f J^{\frac{1}{2}}. \tag{1.21}$$

即就是说在紊流情况下，地下水的渗透速度 V 与水力坡降 J 的平方根成正比. K_f 为紊流时的渗透系数.

该定律也被称为谢才定律（1921 年），公式（1.21）被称为谢才公式或谢才-克拉斯诺波里斯基公式.

在有些情况下，地下水的运动介于上述两种状态之间，故被称为混流运动，对此可用所谓斯姆列盖尔定律的公式表示，即

$$V = K_f J^{\frac{1}{m}}. \tag{1.22}$$

式中的 m 变化在 1—2 之间，当 m 为 1 时即为达西公式；m 为 2 时为谢才公式. 在其余情况下由于 m 值不易确定，因而公式（1.22）在实际中很少应用，而被另一种形式的公式所代替，即

$$J = AV + BV^2. \tag{1.23}$$

式中的 A, B 为经验系数，其值取决于岩石颗粒的粗细和渗液粘滞性的大小.

（1.23）式是表达渗透规律的通式，不难发现当渗透流速很小时，可以忽略式右的第二项而导出达西定律(线性定律)

$$V = \frac{1}{A} J = KJ. \tag{1.24}$$

当 V 非常大时，相比之下，可以忽略等式之右的第一项而得

$$J = BV^2,$$

或
$$V = \left(\frac{1}{B}\right)^{\frac{1}{2}} J^{\frac{1}{2}} = K_f J^{\frac{1}{2}}. \qquad (1.25)$$

公式 (1.23) 是根据自然作用力的独立性原则，并通过试验建立的，首创者是裘布依，后来又有不少学者作了进一步的研究.

若在公式 (1.23) 中令

$$A = \frac{1}{K}, \ \alpha = KB. \qquad (1.26)$$

则 (1.23) 可转变为

$$J = \frac{V}{K}(1 + \alpha V). \qquad (1.27)$$

式中 K 即是线性定律中的渗透系数 K，而 α 被称为非线性参数.

依据本书的主旨，对于渗透定律只作如上的扼要介绍，以满足其它篇章的引用为限度，至于更深入的论述可参阅文献[1—5].

第二章　地下水渗流的基本方程及其求解条件

一、潜水非稳定渗流基本方程

地下潜水对于水利工程建设，环境工程建设以及排灌事业等具有重要意义，在本章中先以最常遇的潜水二维流为例，建立地下水非稳定运动的基本方程。

如图 2-1 所示，从二维流的渗流场中割离出一个微分单元体，该单元体的宽度为 dx，长度为 dy，其高度为 H。

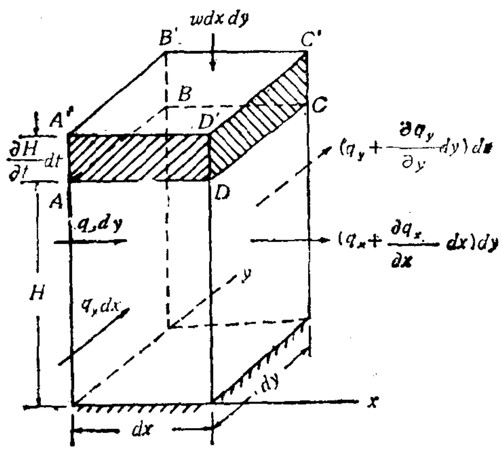

图 2-1　潜水二维非稳定流割离体图

地下水沿 x 轴方向从左面流入单元体；沿 y 轴方向从前面流入。经时段 dt 后分别经 dx，dy 从对面流出。

现在来考查流量的变化。

(1) 流入的水量计有：

顺 x 方向流入的：$(q_xdy)dt$；

顺 y 方向流入的：$(q_ydx)dt$；

上部入渗量：$(wdxdy)$，此处 w 为入渗强度，亦即在单位时间内渗入的水层厚度，通常以米/日计。

(2) 流出量计有：