

# 钢结构构件稳定理论

吕烈武 沈世钊 著  
沈祖炎 胡学仁

中国建筑工业出版社

# 钢结构构件稳定理论

吕烈武 沈世钊 著  
沈祖炎 胡学仁

中国建筑工业出版社

本书旨在提供读者钢结构构件稳定理论一个全面的概貌。书中先介绍钢结构构件强度和稳定的基本原理，然后讨论各种不同类型构件的工作性能。前者包括：失稳类型、弹性薄壁构件弯曲和扭转的基本理论、短杆极限承载能力、稳定分析的基本理论和方法，并专门介绍了数值分析法。后者包括：轴心受压构件、受弯构件、单向和双向压弯构件的工作性能。此外，结合美欧几个国家规范介绍了一些实用设计公式，并讨论采用有限单元法解决失稳极限荷载等问题。

本书可供土建结构设计研究及教学人员参考。

## 钢结构构件稳定理论

吕烈武 沈世钊 著  
沈祖炎 胡学仁

\*

中国建筑工业出版社出版(北京西郊百万庄)  
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售  
中国建筑工业出版社印刷厂印刷(北京阜外南礼士路)

\*

开本：787×1092毫米 1/16 印张：18 字数：435千字

1983年12月第一版 1983年12月第一次印刷

印数：1—8,100册 定价：3.40元

统一书号：15040·4527(精)

## 前 记

我1957年进里海大学研究院，在土木系符立兹工程研究所开始从事钢结构稳定和塑性设计方面的研究。当时，余立曼教授（Bruno Thurlimann，现任教于瑞士苏黎世工业大学）主持一门钢结构稳定方面的课程，叫做“结构构件和框架”，编有讲稿，为系统讲述这方面问题之始。其时进修这一门课程者甚众，且嗣后人才辈出。我的同学盖伦波教授（Theodore V. Galambos，现任教于明尼苏达大学）为其中之一。他以余立曼教授之讲稿为基础，并总结符立兹工程研究所1966年以前在这一领域中的研究成果，写成《结构构件和框架》（Structural Members and Frames）一书，于1968年出版，以之作为研究生的教科书。

1970年起，里海大学之钢结构稳定课程由我担任。我编写了一套讲稿，并逐年根据新的研究成果陆续加入新资料。

1980年夏季，承哈尔滨建筑工程学院王光远、李德滋两位教授邀请，在该校授课四周，所讲课题之一即为钢结构构件之稳定理论，其内容和课时与在里海大学讲授者大致相同。授课既毕，哈建院副院长陈雨波教授建议将所讲内容编写成书，在国内出版。正值哈建院沈世钊副教授于1979年秋来里海大学从事钢结构方面的研究，80年春又有同济大学沈祖炎副教授和胡学仁讲师来里海进行稳定方面的研究。我回美后与他们三位商量，决定四人合作，以我的讲稿为基础，并广泛参阅有关文献和最新研究成果，编写成书。由他们三位具体执笔，沈世钊负责第一、二、三、四章，沈祖炎负责第六、七、八、九章，胡学仁负责第五和第十章。在编写过程中，力求反映所讨论领域之最新发展情况，因此增添了不少新材料，包括他们自己在单向和双向压-弯构件方面的近期研究成果。此外，还添加了必要的例题和习题。

本书之主要目的是把美、欧等国家在钢结构稳定理论方面的发展情况介绍给国内读者。如能对国内的教学和研究有所贡献，乃所至愿。

书成之日，记本门课程之历史及成书过程如上，是为缘起。

吕烈武

1982年元旦于美国宾夕法尼亚州伯利恒市里海大学

## 序 言

钢材强度很高，具有极好的延性。因此，弹性或弹-塑性阶段的稳定问题是钢构件设计中的一个基本问题。

结构理论近二十年来的发展，与计算机的广泛应用息息相关。各种数值计算方法蓬勃发展，许多复杂的结构计算问题，包括物理上、几何上的非线性问题，均可得出数值结果。很多实际因素均有可能放到计算中去考虑。因此，通过作一些近似假设以求得解析解的传统作法正在逐渐被取代。结构试验作为检验理论的标准，其根本意义仍然存在，但日益精确化的理论预测，的确已可代替许多重复性的昂贵的试验。

钢结构及其构件的稳定理论在这方面也取得了丰硕的研究成果。

在系统介绍钢构件稳定理论方面，柏拉希（Bleich）于1952年写了杰出的专著《金属结构的屈曲强度》，但在当时条件下，只能主要讨论弹性阶段的稳定问题。盖伦波（Galambos）于1968年出版了一本教科书《结构构件和框架》，从目前来看，资料也稍觉过时。因此，作者们认为，一本能反映钢构件稳定理论最新发展情况的新书，无论在中国或美国，都是很需要的。我们决定编写这本书，其动机就在于此。

作者们都是教师，因此，我们的目标是把这本书写成研究生教科书，同时也供研究人员、设计人员和有兴趣的高年级大学生参考之用。

本书共分十章。前四章介绍钢结构构件强度和稳定方面的一些基本概念。绪论中讨论各种失稳类型和各种不同的结构分析方法，同时为一些基本名词作了统一的定义和说明；此外，还介绍了本书中要用到的钢材性能和残余应力方面的数据。第二章介绍弹性薄壁构件弯曲和扭转基本理论。第三章讨论截面的极限强度，亦即短构件的极限承载力，它是构件失稳极限荷载的一种上限。第四章则通过单自由度体系介绍稳定分析的基本理论和方法，并简要介绍屈曲后的性能和对缺陷的敏感性等与大变位有关的问题；章后列有一系列文献，供有兴趣的读者进一步参阅。这四章的目的是为以后各章奠定必要的基础。

第五章就对稳定的基本微分方程进行推导。这些方程具有最一般的形式，在第七、八、九、十各章中讨论各种不同类型构件时，均将从这些基本方程出发。

第六章介绍稳定分析中常用的几种数值分析方法；如前所述，随着电子计算机的广泛应用，这些方法在近二十年来获得蓬勃的发展。

以后各章依次介绍轴心受压构件、受弯构件、单向和双向压-弯构件的工作性能。它们的叙述方法是：首先介绍构件的弹性工作性能，然后讨论进入塑性阶段后的工作性能，包括失稳时的极限荷载；在分析中对残余应力、初始缺陷、构件端部约束条件等因素作了尽可能详尽的考虑；最后结合美、欧一些国家规范的发展情况介绍实用设计公式。

从第六至第十各章中，都有一定篇幅讨论用有限单元法解失稳极限荷载的问题。

我们希望，通过这样一个系统，读者将会循序渐进地获得关于钢构件稳定理论目前发展的一个概貌。

本书资料大部分取材美国，小部分来自欧洲、澳大利亚、苏联、中国等的文献。例题中采用的截面形式均属美国规格，主要原因是它们有残余应力的数据可供计算中采用，并且有构件的试验数据可资比较，但将它们的尺寸一律改成米制。本书在采用中国目前通用的米制的同时，也并用国际单位制（SI制），以符合逐渐向后者过渡的需要。

由于作者水平所限，不当之处在所难免，望读者不吝指正。

作者

一九八二年元旦

# 代号及正负号规则

## 一、代号

$A$	截面积;
$a_x, a_y$	分布荷载 $q_x$ 和 $q_y$ 作用点的 $x$ 和 $y$ 轴座标;
$B_\omega$	双力矩;
$b$	板件的宽度;
	截面或翼缘宽度;
$b_x, b_y$	集中荷载 $p_x$ 和 $p_y$ 作用点的 $x$ 和 $y$ 轴座标;
$C$	截面形心;
$E$	弹性模量;
$E_r$	折算模量;
$E_{st}$	强化模量;
$E_t$	切线模量;
$e$	偏心距;
$e_0$	初偏心距;
$e_x, e_y$	$x$ 方向和 $y$ 方向的偏心距;
$G$	剪切模量;
$G_{st}$	强化阶段剪切模量;
$h$	截面或板件高度;
$I$	截面惯性矩;
$I_e$	有效的截面惯性矩;
$I_k$	圣文南(St. Venant)扭转常数, 也称抗扭惯性矩;
$I_\omega$	扇性惯性矩;
$\bar{K}$	$\int_A \sigma [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2] dA;$
$L$	构件长度;
	用作上标时指线性部分;
$l$	构件长度;
$l_0$	计算长度;
$l_\omega$	扭转屈曲的计算长度;
$M$	弯矩;
$M_A$	$A$ 端弯矩;
$M_B$	$B$ 端弯矩;
$M_{cr}$	临界弯矩;

$M_e$	外弯矩;
$M_i$	内弯矩;
$M_k$	圣文南扭矩;
$M_\omega$	翘曲扭矩;
$M_Y$	边缘纤维屈服弯矩;
$M_P$	极限弯矩;
$M_{Pc}$	有轴向力 $P$ 时的极限弯矩;
$M_z$	对 $z$ 轴的扭矩;
$M_\xi, M_\eta$	对 $\xi$ 和 $\eta$ 轴的弯矩;
$M_\zeta$	对 $\zeta$ 轴的扭矩;
$m_z$	分布扭矩;
$N$	轴向力 (拉力为正), 用作上标时指非线性部分;
$O$	座标原点或扇性座标 $\omega$ 的起始原点;
$P$	作用在构件上的轴向压力;
$P_E$	构件的欧拉临界荷载;
$P_{E\theta}$	构件纯扭转失稳的弹性临界荷载;
$P_{E\omega}$	构件弯扭失稳的弹性临界荷载;
$P_R$	折算模量临界荷载;
$P_T$	切线模量临界荷载;
$P_Y$	屈服荷载;
$P_{\max}$	压杆的失稳极限荷载;
$Q$	剪力;
$q$	分布荷载;
$R$	反力;
$\bar{R}$	$\int_A \sigma_r [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2] dA;$
$r$	圆的半径, 回转半径;
$r_0^2$	$\frac{I_x + I_y}{A} + x_0^2 + y_0^2;$
$r_\theta$	扭转回转半径;
$S$	剪力中心;
$S_x, S_y$	对 $x$ 和 $y$ 轴的截面面积矩;
$S_\omega$	截面的扇性面积矩;
$s$	沿薄壁截面中心线的曲线座标;
$t$	厚度, 翼缘厚度;
$t_w$	腹板厚度;



$U$	应变能;
$u$	剪力中心在 $x$ 方向的位移;
$u_0$	截面形心在 $x$ 方向的位移;
$u_0$	由初变形引起的剪力中心在 $x$ 方向的位移;
$v$	剪力中心在 $y$ 方向的位移;
$v_0$	截面形心在 $y$ 方向的位移;
$v_n$	截面上任意点在 $n$ 轴方向的位移;
$v_s$	截面上任意点在 $s$ 轴方向的位移;
$v_0$	由初变形引起的剪力中心在 $y$ 方向的位移;
$W$	截面弹性抵抗矩,
	功;
$w$	截面上任意点在 $z$ 轴方向的位移;
$x_0, y_0$	剪力中心在形心为原点的坐标轴上的坐标;
$\beta_x, \beta_y, \beta_w$	截面常数;
$\gamma$	剪应变;
$\delta$	泰勒级数中的自变量增量,
	差分法中的分段长度,
	用在其它代号前时表示“变化”、变分或虚位移、虚功等;
$\varepsilon$	应变,
	偏心率;
$\varepsilon_{st}$	强化阶段开始时的应变;
$\varepsilon_Y$	材料屈服时的应变;
$\theta$	转角、扭转角;
$\theta_0$	由初变形引起的转角;
$\lambda$	长细比;
$\lambda_0$	扭转长细比;
$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}}$	无量纲长细比;
$\sigma$	正应力;
$\sigma_w$	翘曲应力;
$\sigma_r$	残余应力;
$\sigma_{ro}$	压残余应力;
$\sigma_{rt}$	拉残余应力;
$\sigma_Y$	屈服点;
$\sigma_{cr}$	临界应力;
$\sigma_E$	欧拉临界应力;
$\sigma_{E\theta}$	构件纯扭转失稳时的弹性临界应力;
$\sigma_{Ew}$	构件弯扭失稳时的弹性临界应力;
$\sigma_E$	折算模量临界应力;

$\sigma_T$	切线模量临界应力;
$\Pi$	总势能;
$\Pi_0$	外荷载的势能;
$\tau$	剪应力;
$\tau_k$	自由扭转的剪应力;
$\tau_\omega$	翘曲剪应力;
$[\ ]$	应力代号外加此, 表示容许应力;
$\omega$	以剪力中心为极点的扇性坐标;
$\omega_0$	以形心为极点的扇性坐标。

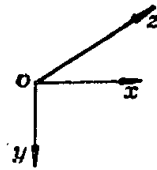
## 二、正 负 号

### 1. 坐标系

采用右手螺旋规则。

三组坐标系

( 1 )  $oxyz$

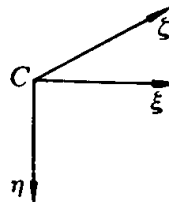


$oxyz$ 坐标固定于空间不变;

$z$ 轴与杆件纵向一致;

$o$ 为原点, 取在杆件变形前的截面形心位置。

( 2 )  $C\xi\eta\zeta$



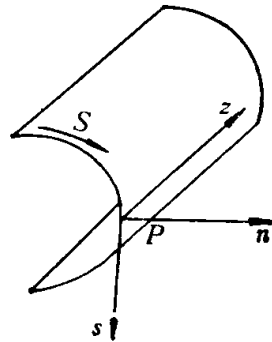
$C\xi\eta\zeta$ 坐标固定于杆件截面上, 并跟着截面一起移动和转动;

$\zeta$ 轴与杆件纵向一致;

$C$ 为原点, 取在变形后的截面形心上。

截面上任一点的坐标, 变形前用 $oxyz$ 坐标系表示与变形后用 $C\xi\eta\zeta$ 坐标系表示应该是相同的。

( 3 )  $Pnsz$



# 目 录

前记	
序言	
代号及正负号规则	
第一章 绪论	1
第一节 钢结构设计的特点与本书的任务	1
第二节 构件失稳的类型	2
第三节 各种分析方法的比较	4
第四节 钢材性能	7
第五节 钢构件内的残余应力	8
第二章 弹性薄壁构件的弯曲和扭转	12
第一节 薄壁构件的基本概念	12
第二节 弯曲时的应力和变形	15
第三节 剪力中心	18
第四节 薄壁构件的扭转	22
第五节 翘曲应力	24
第六节 约束扭转微分方程	29
第七节 弯、扭和轴向力的联合作用 ——线弹性理论总结	32
第八节 闭合薄壁截面	38
第三章 薄壁构件的极限强度	46
第一节 概述	46
第二节 受弯截面的弹-塑性性能	47
第三节 弯矩和轴向力联合作用下截面的弹-塑性性能	50
第四节 双向弯矩和轴向力联合作用下截面的极限承载力	53
第五节 受扭构件的极限荷载	56
第四章 弹性稳定的若干基本概念	61
第一节 稳定准则	61
第二节 屈曲分析	66
第三节 屈曲后性能	67
第五章 薄壁构件几何非线性方程	72
第一节 概述	72
第二节 薄壁构件的空间变位、内力及其坐标转换	72
第三节 薄壁构件的几何非线性微分方程	76
第四节 薄壁构件弯扭总势能方程	86
第六章 稳定分析中的数值方法	92
第一节 概述	92

第二节	数值积分法	92
第三节	差分法	97
第四节	加权残数法	101
第五节	里兹法	108
第六节	有限单元法	111
第七章	轴心受压构件	122
第一节	概述	122
第二节	轴心压杆在弹性阶段的屈曲荷载	123
第三节	轴心压杆在弹塑性阶段的屈曲荷载	139
第四节	轴心压杆的极限承载力	150
第五节	轴心压杆的 $\sigma-\lambda$ 曲线	156
第六节	北美和西欧等国家采用的设计公式	165
第八章	受弯构件	168
第一节	概述	168
第二节	弹性阶段受弯构件的一般微分方程式	170
第三节	截面与弯曲轴对称的受弯构件的弹性弯扭屈曲	171
第四节	T形和不对称工字形截面受弯构件的弹性弯扭屈曲	181
第五节	用有限单元法解受弯构件的弹性弯扭屈曲临界荷载	182
第六节	受弯构件的弹塑性弯扭屈曲	184
第七节	受弯构件弯扭失稳的极限承载力	190
第八节	北美和西欧等国家采用的设计公式	191
第九章	压弯构件	194
第一节	概述	194
第二节	压弯构件在弹性阶段的工作	195
第三节	弯矩作用平面内的弹塑性稳定问题	205
第四节	压弯构件的弹塑性弯扭屈曲	217
第五节	弹塑性弯扭失稳的极限承载力	220
第六节	北美和西欧等国家采用的设计公式	222
第十章	双向压弯构件	230
第一节	概述	230
第二节	双向偏心受压构件的弹性解	230
第三节	用增量刚度法计算双向偏心压弯构件	234
第四节	用有限差分法计算双向压弯构件	240
第五节	有限单元法计算双向压弯构件	246
第六节	双向压弯构件的设计公式	262
附录 I	常用截面的几何性质计算公式	266
附录 II	不同支承和荷载条件下薄壁构件约束扭转微分方程之解	271

# 第一章 绪 论

## 第一节 钢结构设计的特点与本书的任务

结构设计是以下述两方面的知识为基础的：

1. 预期结构所承受荷载的性质和大小，以及其它使用上的要求；
2. 结构及其构件的实际工作性能，包括它们的极限承载能力。

当然，在拟订具体设计准则时，还必须有安全度方面的考虑。

本书作为一本结构理论书籍，主要讨论上述第二方面的问题，而且重点放在基本构件的性能上。

上述两个方面是相互联系的，而且问题十分多样化。例如，荷载按其性质有静载、动载之别，相应地就必须研究结构及其构件的静力反应和动力反应。它们分属相互区别的两个研究领域。结构的极限承载力无疑是结构设计中所要考虑的最重要的一种极限状态。根据结构形式、受力方式、材料性质等方面具体条件的不同，一个结构的承载能力可能取决于材料所能达到的最大强度、结构或其构件的平衡丧失稳定、材料发生疲劳或脆断等各种不同因素。它们各自形成专门的研究领域。从结构使用的角度，不容许结构产生过大的变形或振动，这也要求对某一方面的结构性能（例如荷载-位移关系）有充分的了解。

由此可见，从一般的意义上来说，结构设计所涉及的问题是十分广泛的。

但另一方面，如果限于讨论特定范围内的结构设计问题，涉及的领域就各有其侧重点，这需视结构类型的性质而定。

钢材强度很高，具有极好的延性，钢构件壁薄修长，构造轻巧。因此，当研究钢结构及其构件的工作性能和极限承载力时，弹性阶段或弹-塑性阶段的稳定问题就成为不可避免地要涉及的一个主要课题。在多数情形下，钢结构及其构件的承载能力取决于稳定条件。自然，这并不是否定疲劳和脆断问题在钢结构设计中的重要意义。在有些场合，疲劳或脆断是必须加以考虑的主要因素之一。但它们宜作为专门问题来研究。此外，动荷作用下的结构反应已构成一专门的领域，本书也不拟涉及。

因此，本书给自己规定的任务是：主要讨论静荷载作用下钢结构基本构件的总体稳定问题，重点放在常与构件的弹-塑性失稳相联系的极限承载力的确定上。在大多数工程实际问题中，钢结构构件的极限状态是由此决定的。

至于截面的极限强度，它是作为失稳极限承载能力的一个上限来讨论的。组成构件的各板件的局部稳定问题，在设计中常由规定板件的最小厚度来保证。在探讨构件的总体稳定问题时，它与截面的极限强度类似，也仅起到一个上限的作用，而并无更多的相互联系。因此，本书对板件的局部失稳理论，不拟作专门的讨论。

## 第二节 构件失稳的类型

结构构件失稳的现象是十分丰富多彩的。本节对几种基本失稳类型作简单介绍，并对一些常用术语给出明确定义。

1. 轴心受压的理想直杆，当压力  $P$  未超过一定限值时，构件保持平直，截面上只产生均匀的压应力。当压力达到此限值  $P_E$  时，构件会突然发生弯曲，由原来轴心受压的平衡形式转变为与之相邻的但是带弯曲的新的平衡形式。这一过程可用图1.1中的荷载-侧移曲线（也称为平衡状态曲线） $OAB$  来表示。由于构件有可能向相反的方向弯曲，图中也绘出了与线段  $AB$  相对称的线段  $AB'$ 。

在  $A$  点发生的现象称为构件的屈曲。由于在该处发生了平衡形式的转移，平衡状态曲线呈现分枝现象，所以又称为平衡的分枝，有的文献还称之为古典的或第一类失稳。相应的荷载值  $P_E$  称为屈曲荷载或平衡分枝荷载，也有不少文献称为临界荷载。

本书将采用屈曲和屈曲荷载这两个名词，有时也采用临界荷载这一名称。

除了轴心受压的理想直杆外，还有不少理想构件的失稳现象可归属于这种类型，如承受均匀径向压力的理想圆环的屈曲、承受平面内荷载的理想受弯构件的侧向屈曲等。

2. 理想的构件实际上是不存在的。所以，实际轴心受压构件与偏心受压构件之间，除作用力的偏心大小有所不同，其工作性能并无更多本质区别。图1.1中的曲线  $OCD$  表示偏心压杆的典型荷载-侧移曲线。从一开始起，构件的侧移即随荷载的增加持续增大。其后由于塑性区的发展，侧移的增大愈来愈快。荷载最后到达极限值  $P_{max}$ （图中  $C$  点）。此后，荷载必须逐渐下降，才能继续保持内、外力的平衡，如  $CD$  段所示。

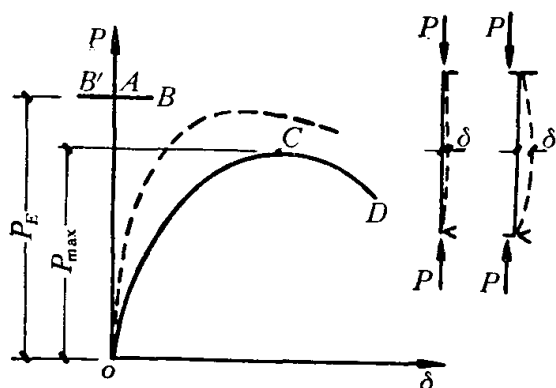


图 1.1

从稳定的角度分析，平衡状态曲线的  $OC$  段是稳定的，因为如果在保持荷载不变的情形下给构件施加一外界干扰，当干扰撤去后，构件将恢复到原来的平衡位置。与之相反， $CD$  段是不稳定的。事实上，如果荷载属于静载类型（即不能自动卸载），当逐渐加载到  $C$  点时，只要稍有干扰，构件即将由于无法维持平衡而溃坏。 $CD$  段根本画不出来。因此， $C$  点代表稳定平衡的极限。

十分明显，这类稳定问题与上面第 1 项中讨论的屈曲问题具有不同的性质。它的平衡状态是渐变的，不发生分枝现象；它失稳时的荷载  $P_{max}$  也就是构件的实际极限荷载。有的文献称这类失稳现象为第二类失稳，以与古典的第一类失稳相区别。

$P_{max}$  称为构件的失稳极限荷载，有些文献称之为压溃荷载。考虑到压溃二字对压杆来说固然比较形象化，但对于诸如受弯构件的侧向总稳定等其它问题，似乎不那么妥贴，因此本书采用失稳极限荷载这一术语。

在偏心受压构件中，作用力的偏心愈大，其失稳极限荷载愈小。实际的轴心受压构件具有一定的初偏心和初曲率，图1.1中的虚线示意地表示其荷载-侧移曲线。其失稳极限荷载也要比理想轴心压杆的屈曲荷载  $P_E$  小一些。

3. 四周支承的薄板在作用于平面内的边缘压力作用下，其典型的荷载-侧移曲线如图 1.2 所示。实线 OAB 表示理想构件的情形，虚线表示实际构件的情形。薄板工作性能的特点是，板的屈曲并不意味着达到极限承载力。屈曲后，板不仅有弯曲，而且还产生了中面的拉伸和压缩，板内应力发生重分布，荷载向挠度较小的边缘部分转移。荷载可继续增大。板的极限承载力最后取决于受力最大部分的应力达到屈服强度<sup>[1.1, 1.2]</sup>。

因此，薄板的屈曲后性能与直杆的有很大区别。如果说理想直杆的屈曲荷载在一定程度上可以代表该构件的极限承载力，则薄板的极限承载力往往比其屈曲荷载大很多，有时大许多倍。

对于要求重量轻的结构（如飞机结构）的设计来说，利用这种屈曲后强度具有十分重要的意义。

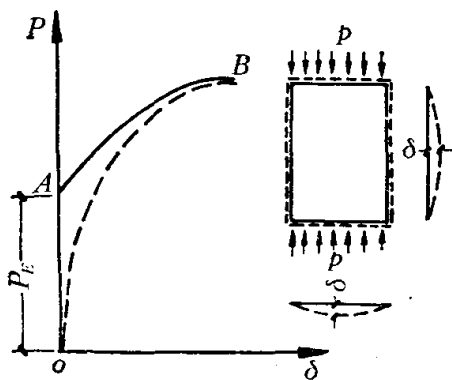


图 1.2

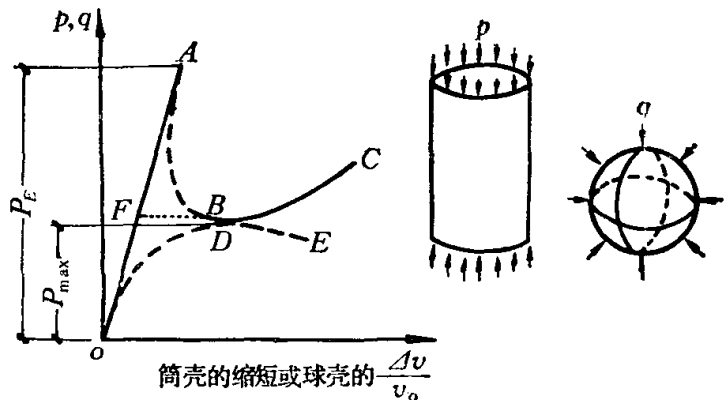


图 1.3

4. 另一类结构型式的屈曲后性能正好与上述薄板的情形相反。例如，承受纵向压力的筒壳<sup>[1.5]</sup>或承受静水压力的薄壁圆球<sup>[1.4]</sup>，它们屈曲后的刚度显著降低，荷载必须下降到较低的水平才能维持平衡。其平衡状态曲线示意地如图 1.3 中 OABC 所示。黎波夫 (Libove)<sup>[1.3]</sup>称这种屈曲类型为有限干扰屈曲，因为对于这种类型的结构，在荷载沿 OA 段逐渐增大的中途（例如在点 F 处），其原来的平衡形式可由于一有限量的干扰而直接过渡到不相邻的屈曲状态（点 B），而不必经过平衡分枝点 A。其过程如点线 FB 所示。因而，对于有初始缺陷的实际构件来说，由实验得到的极限承载力  $P_{max}$  总远远小于由理论得出的理想构件的屈曲荷载  $P_E$ 。图 1.3 中的虚线 ODE 就代表实际构件的平衡状态曲线。因此，这种构件类型也称为缺陷敏感型。对它们来说，理想构件的屈曲荷载  $P_E$  实际上是无法达到的、仅仅理论上存在的一个数值。

5. 受横向均布压力的球面扁壳或双铰坦拱的失稳属又一种类型<sup>[1.2]</sup>。其平衡状态曲线的形式如图 1.4 所示，其中 OA 和 BC 段是稳定的，而 AB 段是不稳定的。对于静载型的荷载，当其增大到 A 点时，平衡状态发生一明显的跳跃，突然过渡到另一具有较大位移的平衡状态 C。这类失稳现象被称为跳跃失稳 (Snapthrough)。这种现象在生活中可以遇到。例如铁罐的端面微微鼓起，如用力一按，咔嚓一声，鼓起的端面会突然变成凹向内侧。

应注意到，在这一失稳类型中，平衡形式并不产生分枝。

上面的讨论显示了结构失稳现象的多样性。结构形式、荷载性质等因素都会对失稳的性质产生影响。这说明在探讨结构的稳定问题时，必须具体问题具体分析，不能凭先入为主的概念简单从事。

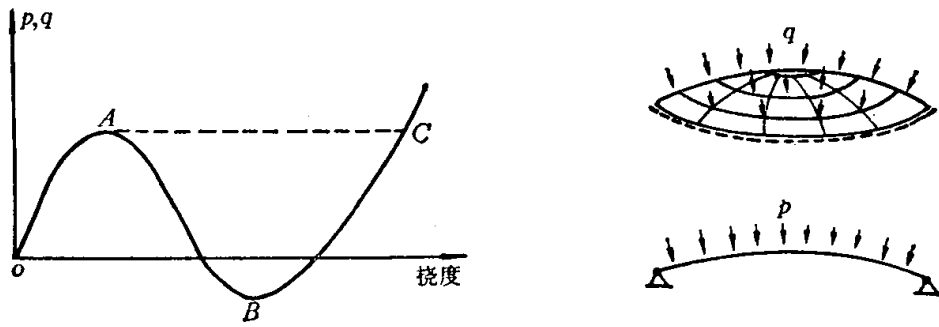


图 1.4

钢结构中受压、受弯及压-弯等基本构件的稳定问题,主要涉及上面第 1、2 两项中所讨论的失稳类型。本书将深入探讨这两方面的问题。

### 第三节 各种分析方法的比较

结构的实际工作性能可由荷载-位移曲线表示出来。但对于即使是不太复杂的结构,要用解析的方法得出符合实际的荷载-位移曲线并非易事。本节的目的是要说明,在结构分析方法的演进过程中,人们是如何努力向结构的实际工作逼近的,从中可显示出各种分析方法的近似程度,以及它们相互间的联系和差异。

试以图 1.5a 中所示的悬臂构件这一最简单的情形为例来作说明。该悬臂构件受轴向力  $P$  和横向力  $\alpha P$  同时作用,  $\alpha$  为一比例常数。不难看出,对于图 1.5c 所示横梁刚度无限大的简单框架,如果忽略两根柱中轴向力的差异(当  $\alpha$  不大时,此差异很小),其工作性能与图 1.5a 中的悬臂构件是完全相同的。

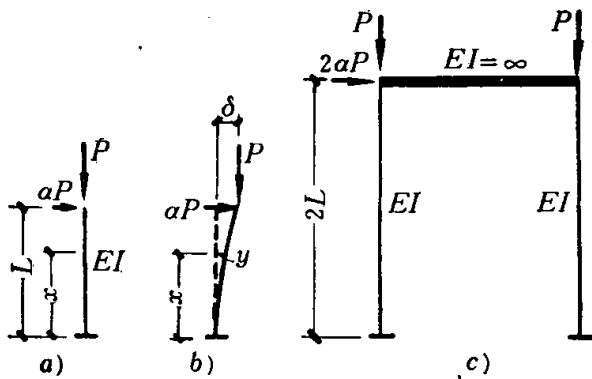


图 1.5

下面将依次讨论六种分析方法:

1. 一阶弹性分析;
2. 二阶弹性分析;
3. 一阶刚-塑性分析;
4. 二阶刚-塑性分析;
5. 一阶弹-塑性分析;
6. 二阶弹-塑性分析。

在上面各种方法中,当平衡方程按结构变位前的轴线建立时,称为一阶,也称为几何线性;当平衡方程按结构变位后的轴线建立时,称为二阶,也称为几何非线性。为了避免名称过于冗长,此处参照西方的叫法,定名为一阶(First order)和二阶(Second order)。

#### 1. 一阶弹性分析

在此法中,力的平衡按变位前轴线建立,而构件的位移按弹性公式确定。参照图 1.5 a, 构件任一截面处的弯矩为:

$$M = \alpha P(L - x)$$

自由端处的侧移为

$$\delta = \frac{\alpha PL^3}{3EI}$$



$P$  与  $\delta$  成线性关系,  $P-\delta$  关系曲线如图 1.6 中的直线  $OAB$  所示。

这一方法看来似乎过于粗糙, 但如对照图 1.5c 中的框架来考虑, 可发现这一方法其实就是目前工程实践中分析框架时普遍应用的方法。

### 2. 二阶弹性分析

力的平衡按变位后的轴线建立。参照图 1.5b, 构件任一截面处的弯矩为

$$M = \alpha P(L - x) + P(\delta - y)$$

自由端处的侧移为<sup>〔1.1〕</sup>:

$$\delta = \frac{\alpha PL^3}{3EI} \frac{3(\operatorname{tg} u - u)}{u^3}$$

式中  $u = L\sqrt{\frac{P}{EI}}$ 。

$P-\delta$  曲线如图 1.6 中  $OCD$  所示。当  $P$  接近构件的弹性屈曲荷载, 即

$$P \rightarrow P_E = \frac{\pi^2 EI}{4L^2}$$

时,  $u \rightarrow \frac{\pi}{2}$ , 而  $\delta \rightarrow \infty$ 。

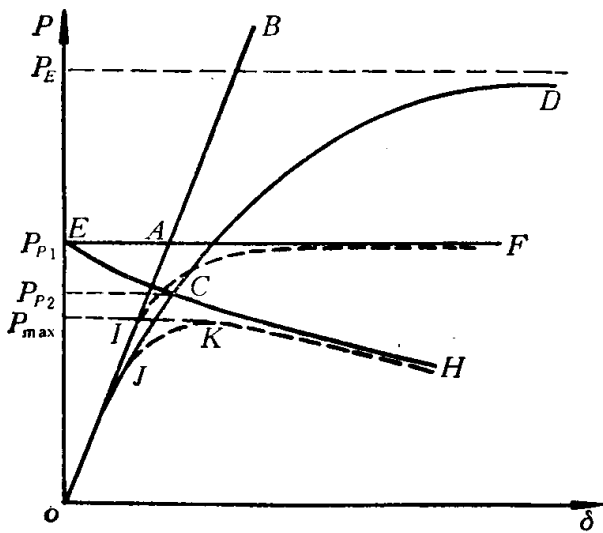


图 1.6

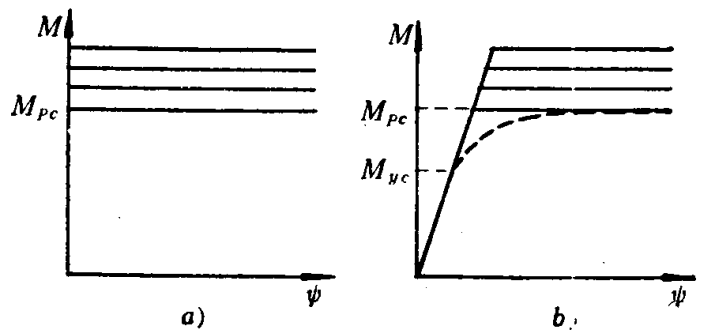


图 1.7

### 3. 一阶刚-塑性分析

在刚-塑性分析中, 构件截面的弯矩-曲率关系 ( $M-\psi$  曲线) 被假定由一竖线段和一平线段组成 (图 1.7a)。平线段的位置代表有轴向力  $P$  存在时截面的极限弯矩 ( $M_{P0}$ )。不同的  $P$  值对应不同的  $M_{P0}$  值, 在图中表示为一系列平行的水平线。当截面弯矩未到达  $M_{P0}$  时, 假定截面无相对转动。一旦弯矩达到  $M_{P0}$  值, 塑性铰在该截面形成, 截面即在弯矩保持不变的情况下持续转动。

因此, 按照一阶刚-塑性理论, 所讨论的悬臂构件所能承受的极限荷载  $P_{P1}$  可按如下条件确定:

$$\alpha P_{P1} L = M_{P0}$$

由此得

$$P_{P1} = \frac{M_{P0}}{\alpha L_1}$$

$P-\delta$  曲线如图 1.6 中的  $OEF$  所示。当荷载  $P$  小于  $P_{P1}$  时, 构件保持不变形; 一旦  $P = P_{P1}$  时, 构件下端形成塑性铰, 构件变成一可动机构, 在荷载保持不变的情形下不断侧移。