大学物理学辅导与习题

任兰亭　贾瑞皋　朱广荣　编

石油大学出版社

Daxuewulixue Fudaoyuxiti

大学物理学

辅导与习题

任兰亭　贾瑞皋　朱广荣　编

内 容 提 要

本书是针对理工科大学生学习物理时对基本概念理解不深和解题困难而编写。全书包括力学、振动与波、气体分子运动论与热力学基础、电磁学、波动光学和近代物理基础共二十章。每章分为基本要求、内容提要、学习指导、解题示例和基本训练题五部分。解题示例中有例题250个，有不同的解题方法和小结，基本训练题有932个，题目类型全面，书末附有答案。

本书适于理工科大学生，电大、函大和职大学员使用。也可供高等学校教师参考。

大学物理学辅导与习题

任兰亭　贾瑞皋　朱广荣　编

石油大学出版社出版

（山东省　东营市）

山东省新华书店发行

山东电子工业印刷厂印刷

（淄博市周村）

开本850×1168　1/32　18.375印张　477千字

1990年2月第1版　1990年2月第1次印刷

印数1—13000册

ISBN 7-5636-0070-1/O_4·03

定价：5.90元

前　言

目前，理工科大学生(包括职大和电大学员)学习大学物理时，普遍感到对基本概念理解不够深透，解题困难。应广大同学的要求，我们在总结几年来教学经验的基础上，编写了这本辅导材料，供理工科大学生学习大学物理时参考。

本书是根据国家教委一九八七年制定的关于理工科大学物理课程基本要求的精神编写的。全书包括力学、振动与波、气体分子运动论和热力学基础、电磁学、波动光学和近代物理基础共二十章，每章分基本要求、内容提要、学习指导、解题示例、基本训练题五部分。内容提要是对每章基本内容的总结；学习指导主要阐述学生学习中所遇到的疑难问题和需要进一步深入理解的问题；解题示例部分列举了各种类型的大量例题，有对问题的分析和解题方法的总结。全书有例题250个，类型全面，题目新颖，能够帮助学生提高解题能力；基本训练题共选入习题932道，大部分是选择题和填空题，以培养学生的解题能力和适应大学物理标准化试题考试的能力。本书曾在石油大学一些专业试用，深受学生欢迎。

本书由任兰亭副教授任主编，负责全书的修改定稿工作，并编写电磁学部分。朱广荣编写力学、气体分子运动论和热力学基础部分。贾瑞皋编写振动与波、波动光学和近代物理基础部分。

在编写过程中，得到石油大学(华东)数理系物理教研室领导和老师们的大力支持和帮助，对此表示衷心地感谢。

本书的编写参考了若干现有的教材、辅导书和指导书及部分兄弟院校的试题，这里难以一一列出，仅在此一并致谢。

由于我们水平所限，脱稿仓促，编写这类辅导材料又是初步

尝试，书中不妥和错误之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

编　者

1989年8月于石油大学

目　录

第一章 质点运动学

一、基本要求

1. 理解质点模型和参照系等概念。

2. 掌握位置矢量、位移、速度和加速度等描述质点运动的物理量。

3. 能借助于直角坐标系熟练地计算质点在作平面运动时的速度、加速度、角加速度、切向加速度和法向加速度。

4. 理解牛顿力学的相对性原理。理解伽利略坐标变换和速度变换。能够分析与平动有关的相对运动问题。

二、内容提要

1. 参照系：为了描述物体的运动而被选作参考的其他物体。

2. 位置矢量(矢径)：表示质点位置的矢量。

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$$

3. 运动方程：表示质点位置随时间变化的函数。

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k}$$

或者 $x=x(t)$，$y=y(t)$，$z=z(t)$

4. 位移：

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=(x_2-x_1)\boldsymbol{i}+(y_2-y_1)\boldsymbol{j}+(z_2-z_1)\boldsymbol{k}$$

5. 速度：

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$$

6. 加速度：

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k}$$

7．法向加速度和切向加速度：

$$\boldsymbol{a}=a_n\hat{\boldsymbol{n}}+a_t\hat{\boldsymbol{\tau}}$$

$$a_n=v^2/\rho,\quad a_t=\mathrm{d}v/\mathrm{d}t$$

式中ρ为曲率半径，$\hat{\boldsymbol{n}}$和$\hat{\boldsymbol{\tau}}$分别为法向和切向的单位矢量。

8．匀加速运动：$\boldsymbol{a}=$常矢量

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_0+\boldsymbol{a}t,\quad \boldsymbol{r}=\boldsymbol{v}_0t+\frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2$$

一维匀加速运动：

$$v=v_0+at$$

$$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

$$v^2=v_0^2+2aS$$

9．抛体运动：$a_x=0$，$a_y=-g$

$$v_x=v_0\cos\theta,\quad v_y=v_0\sin\theta-gt$$

$$x=v_0\cos\theta t,\quad y=v_0\sin\theta t-\frac{1}{2}gt^2$$

10．圆周运动：$\omega=\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$，$\beta=\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$

$$\omega=\omega_0+\beta t$$

$$\theta=\theta_0+\omega_0t+\frac{1}{2}\beta t^2$$

$$\omega^2=\omega_0^2+2\beta(\theta-\theta_0)$$

角量与线量间的关系：

$$v=R\omega,\quad a_t=R\beta,\quad a_n=R\omega^2$$

11．相对位移与相对速度：

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}'+\boldsymbol{u}t,\quad \boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}'+\boldsymbol{u}$$

三、学习指导

1. $\boldsymbol{r}$、$\boldsymbol{v}$、$\boldsymbol{a}$都是矢量，既有大小，又有方向。合成与分解时，可使用平行四边形法则，也可以在选定的坐标系中以分量的解析式表示。$\boldsymbol{r}$、$\boldsymbol{v}$、$\boldsymbol{a}$三者之间的关系是微分关系或积分关系。

2. 要注意位移与路程的区别。位移是矢量，仅与质点的初、终点的位置有关，而与中间的具体路径无关。路程是标量，是质点所经路径的实际长度，它不仅与质点的初、终位置有关，而且还与中间通过的具体路径有关。仅在运动方向不变时，位移在量值上与路程相等。

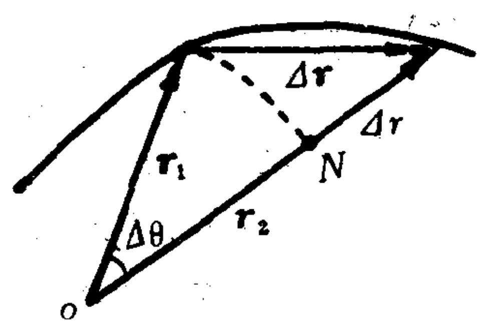

图 1-1

3. 注意区分 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 与 $|\Delta r|$（见图1-1），$|\Delta\boldsymbol{v}|$与$|\Delta v|$。初学者易犯的错误是把速度的大小 $v=|\mathrm{d}\boldsymbol{r}/\mathrm{d}t|$ 与$|\mathrm{d}r/\mathrm{d}t|$ 等同起来；把加速度的大小 $a=|\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t|$ 与 $|\mathrm{d}v/\mathrm{d}t|$等同起来。其实二者并不相同。要弄清此问题，关键是区分$|\Delta\boldsymbol{r}|$与$|\Delta r|$及$|\Delta\boldsymbol{v}|$与$|\Delta v|$。

四、解题示例

质点运动学的习题有两种基本类型：(1) 已知质点的运动方程，求解质点的速度、加速度、位移及轨道方程等；(2) 已知质点加速度的表达式，求解质点的速度、运动方程等。第二种问题是第一种问题的逆问题。前者主要应用微分法，后者主要采用积分法。解题时应注意选取合适的坐标系，以使计算得到简化。再者，应充分利用矢量的坐标分解法，注意运动的叠加原理。

【例题1】 有一小球沿斜面向上滚动。小球离开初位置向上滚动的距离与时间t的关系为$S=9t-t^3$。求：1. 初速度$v_0=$？2. 何时开始下滚？

解　$v=\frac{dS}{dt}=9-3t^2$

以$t=0$代入上式，可得小球的初速度为

$$v_0=9\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

小球开始返回时，S取极大值，故

$$v=\frac{dS}{dt}=0$$

即
$$9-3t^2=0$$

所以小球开始下滚的时间为$t=1.73\mathrm{s}$

小结：(1) 本题说明由运动方程求速度的方法是求一阶导数。(2) 将所给条件转化为数学表达式，这是解题过程中常用的方法。本题将小球沿斜面返回的条件表达为$v=0$，从而求得了小球返回时已经历的时间。

【例题2】 已知质点的运动方程为

$$\boldsymbol{r}=A\cos\omega t\boldsymbol{i}+B\sin\omega t\boldsymbol{j}$$

式中A、B、ω均为正常数。1. 求 t 时刻质点的速度和加速度；2. 质点作什么运动？求其轨道方程。

解　1. 这是一道已知运动方程求速度和加速度的问题。由速度和加速度的定义得

$$\boldsymbol{v}=\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}=\frac{dx}{dt}\boldsymbol{i}+\frac{dy}{dt}\boldsymbol{j}=-A\omega\sin\omega t\boldsymbol{i}+B\omega\cos\omega t\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{a}=\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=\frac{dv_x}{dt}\boldsymbol{i}+\frac{dv_y}{dt}\boldsymbol{j}=-A\omega^2\cos\omega t\boldsymbol{i}-B\omega^2\sin\omega t\boldsymbol{j}$$

本题也可以先求$\boldsymbol{v}$和$\boldsymbol{a}$的坐标分量，然后求$\boldsymbol{v}$和$\boldsymbol{a}$的大小和方向。重解如下：

因　$x=A\cos\omega t$，$y=B\sin\omega t$

故
$$v_x=\frac{dx}{dt}=-A\omega\sin\omega t$$

$$v_y=\frac{dy}{dt}=B\omega\cos\omega t$$

所以速度的大小为

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{(-A\omega\sin\omega t)^2+(B\omega\cos\omega t)^2}$$

$$=\sqrt{A^2\sin^2\omega t+B^2\cos^2\omega t}\cdot$$

设v与x、y轴的夹角分别为α、β，则

$$\cos\alpha=\frac{v_x}{v}=\frac{A\sin\omega t}{\sqrt{A^2\sin^2\omega t+B^2\cos^2\omega t}}$$

$$\cos\beta=\frac{v_y}{v}=\frac{B\cos\omega t}{\sqrt{A^2\sin^2\omega t+B^2\cos^2\omega t}}$$

$$a_x=\frac{dv_x}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2}=-A\omega^2\cos\omega t$$

$$a_y=\frac{dv_y}{dt}=\frac{d^2y}{dt^2}=-B\omega^2\sin\omega t$$

所以加速度大小

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=\omega^2\sqrt{A^2\cos^2\omega t+B^2\sin^2\omega t}$$

设加速度与x、y轴的夹角为α'和β'，则

$$\cos\alpha'=\frac{a_x}{a},\quad \cos\beta'=\frac{a_y}{a}$$

以a_x、a_y、a代入上式，可求出α'、β'，而α'和β'的大小表达了加速度的方向。

2。由运动方程知

$$x=A\cos\omega t,\qquad y=B\sin\omega t$$

二式联立，消去t，得质点的轨道方程为

$$\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}=1$$

由x、y的表达式知，质点在x轴方向和y轴方向的分运动为两个振动方向相垂直的同频率的简谐振动，合运动是椭圆运动，其

轨道方程为椭圆方程。

小结：（1）质点作平面运动，已知其运动方程求质点的速度和加速度用微分法，其结果可以用矢量式表示，也可以用矢量的坐标分量式分别求导数进行计算。（2）由运动方程求轨道方程，只要将x、y表达式联立消去t即可。

【例题3】 已知质点的加速度 $\boldsymbol{a}=12\boldsymbol{j}$， 在 $t=0$ 时：$\boldsymbol{v}_0=5\boldsymbol{i}\mathrm{m\cdot s^{-1}}$，$\boldsymbol{r}_0=7\boldsymbol{k}\mathrm{m}$。试求质点的速度$\boldsymbol{v}$和运动方程。

解 由加速度求速度可用积分法

已知 $$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{a}=12\boldsymbol{j}$$

所以 $$\mathrm{d}\boldsymbol{v}=12\mathrm{d}t\boldsymbol{j}$$

积分得 $$\boldsymbol{v}=\int 12\boldsymbol{j}\mathrm{d}t=12t\boldsymbol{j}+\boldsymbol{C}$$

式中$\boldsymbol{C}$为积分常矢量。由$t=0$时，$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_0=5\boldsymbol{i}\mathrm{m/s}$，可求得$\boldsymbol{C}=\boldsymbol{v}_0=5\boldsymbol{i}\mathrm{m/s}$，于是

$$\boldsymbol{v}=(5\boldsymbol{i}+12t\boldsymbol{j})\mathrm{m/s}$$

因为 $$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{v}=5\boldsymbol{i}+12t\boldsymbol{j}$$

所以 $$\mathrm{d}\boldsymbol{r}=5\boldsymbol{i}\mathrm{d}t+12t\boldsymbol{j}\mathrm{d}t$$

积分得 $$\boldsymbol{r}=\int 5\boldsymbol{i}\mathrm{d}t+\int 12t\boldsymbol{j}\mathrm{d}t=5t\boldsymbol{i}+6t^2\boldsymbol{j}+\boldsymbol{C}_1$$

式中$\boldsymbol{C}_1$为积分常矢量。由$t=0$时，$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_0=7\boldsymbol{k}\mathrm{m}$，可得 $\boldsymbol{c}_1=\boldsymbol{r}=7\boldsymbol{k}\mathrm{m}$，于是质点的运动方程为

$$\boldsymbol{r}=(5t\boldsymbol{i}+6t^2\boldsymbol{j}+7\boldsymbol{k})\mathrm{m}$$

小结：本题说明当已知加速度和初始条件时，如何用积分法求质点的速度和运动方程。本题也可由每个坐标轴方向的加速度分量及初始条件分别用积分法求质点的速度分量和坐标 x、y、z。

【例题4】 一军舰以恒定的速度$\boldsymbol{v}_1$由A处驶出（如图1-2），同一时刻，一汽艇以恒定速度$\boldsymbol{v}_2$由B处驶出。已知A、B相距为l，

且v_1的方向与AB连线成α角。要使汽艇与军舰相遇，问汽艇应朝什么方向驶出？它们开出后经多长时间相遇？

解 设军舰与汽艇相遇于C点，v_2的方向与AB连线成β角，二者开出后t时刻相遇。则

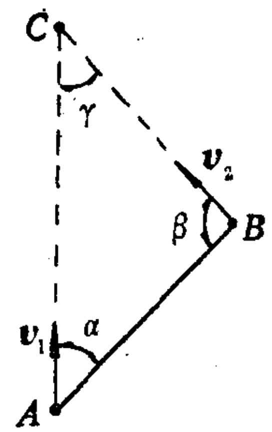

图 1-2

$$\overline{AC}=v_1t,\qquad \overline{BC}=v_2t$$

对$\triangle ABC$应用正弦定理，可得

$$\frac{BC}{\sin\alpha}=\frac{\overline{AC}}{\sin\beta}$$

即
$$\frac{v_1t}{\sin\alpha}=\frac{v_2t}{\sin\beta}$$

所以
$$\beta=\arcsin(v_2\sin\alpha/v_1)$$

对$\triangle ABC$再应用正弦定理，可得

$$\frac{\overline{AB}}{\sin\gamma}=\frac{\overline{AC}}{\sin\beta}$$

即
$$\frac{l}{\sin[180^\circ-(\alpha+\beta)]}=\frac{v_1t}{\sin\beta}$$

所以
$$t=\frac{l\sin\beta}{v_1\sin(\alpha+\beta)}$$

小结：本题说明除了采取坐标分解法求解矢量问题外，有时采用几何法进行运算显得更方便更简捷一些。

【例题5】 如图1-3所示，要使炮弹正好命中离炮口水平距离$S=30$m，高出炮口$H=15$m的目标，若炮身仰角为$\theta=60^\circ$，试

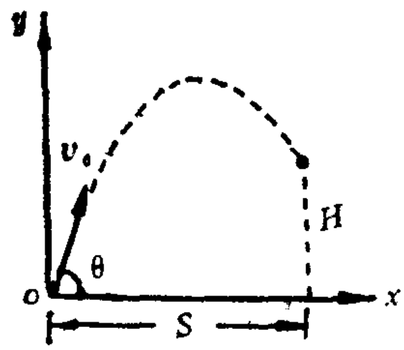

图 1-3

求：1．炮弹出口时的速率；2．炮弹命中目标时的速度。

解　1．炮弹击中目标时，位移在水平方向上的分量是 30m，在竖直方向上的分量为 15m。设炮弹出口速度为v_0，则炮弹的运动方程为

$$\begin{cases} x = v_0\cos\theta \cdot t \\ y = v_0\sin\theta t - gt^2/2 \end{cases}$$

将已知数值代入上式，可解得炮弹出口时的速率和击中目标时所经历的时间分别为：

$$v_0 = 21.8\mathrm{m \cdot s^{-1}}, \qquad t = 2.75\mathrm{s}$$

2．炮弹的速度沿x、y轴的分量表达式为

$$v_x = v_0\cos\theta$$

$$v_y = v_0\sin\theta - gt$$

以已知数值代入上式，得

$$v_x = 21.8\times\cos60° = 10.09\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

$$v_y = 21.8\times\sin60° - 9.8\times2.75 = -8.07\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

所以击中目标时的速率为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 13.5\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

速度与x轴正方向夹角为α，则

$$\alpha = -\arccos(v_x/v) = -36°9'$$

【例题6】 某电动机转子半径 $r = 0.1\mathrm{m}$，转子转过的角位移与时间的关系为

$$\theta = 2 + 4t^3$$

试求：1．当$t = 2\mathrm{s}$时，边缘上一点的法向加速度和切向加速度的大小；2．当电动机的转角θ等于多大时，其合加速度与半径成45°角？

解 由转子的角量运动方程

$$\theta = 2 + 4t^3$$

对时间t求导数，可得转子的角速度

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = 12t^2 \tag{1}$$

对时间t再次求导数，可得转子的角加速度

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = 24t \tag{2}$$

1. 以$t = 2s$代入(1)、(2)式得

$$\omega = 48 rad \cdot s^{-1}$$

$$\beta = 48 rad \cdot s^{-2}$$

根据角量与线量的关系得

$$a_t = \beta r = 48 \times 0.1 = 4.8 m \cdot s^{-2}$$

$$a_n = r\omega^2 = 0.1 \times 48^2 = 2.3 \times 10^2\ m \cdot s^{-2}$$

a_t与a_n的方向如图1-4所示。

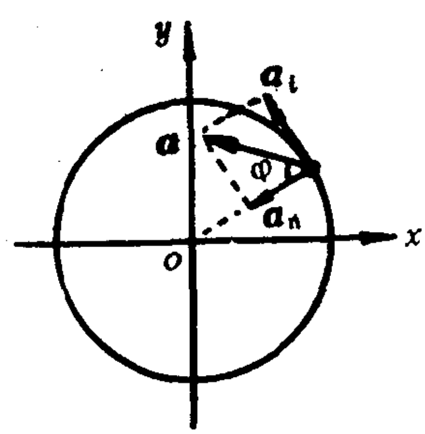

图 1-4

2. 当a与r成45°角时，a也与a_n成45°角，

此时 $\frac{a_t}{a_n} = \frac{a\sin\varphi}{a\cos\varphi} = tg45° = 1$

故 $a_t = a_n$

又因 $a_t = r\beta = 24rt$,

$a_n = r\omega^2 = 144rt^4$

故 $$24tr = 144t^4 r$$

解得 $$t = 0.55s$$

将$t = 0.55s$代入转子的角量运动方程，得

$$\theta = 2 + 4 \times 0.55^3 = 2.67 rad$$

小结：此题旨在说明如何根据角量运动方程，用微分法求ω、β，并进而求得a_n、a_t等物理量。

【例题7】 一质点从静止出发沿半径 $R=3\,\text{m}$ 的圆周运动切向加速度 $a_t=3\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$。问：1. 当 $t=2\text{s}$ 时，质点的法向加速度 a_n 等于多大？ 2. 2s内质点经过的路程和角位移为多少？

解 1. 已知 $a_t=3\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$，由 a_t 的定义式

$$a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

可得
$$\mathrm{d}v=a_t\mathrm{d}t$$

积分，得
$$v=\int_0^t a_t\mathrm{d}t=\int_0^t 3\mathrm{d}t=3t$$

而
$$a_n=\frac{v^2}{R}=\frac{(3t)^2}{3}=3t^2$$

当 $t=2\text{s}$ 时
$$a_n=3\times2^2=12\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

2. 设质点经过的路程为 S（即经过的弧长），

则由
$$v=\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}$$

得
$$S=\int_0^t v\mathrm{d}t=\int_0^t 3t\mathrm{d}t=1.5t^2$$

以 $t=2\text{s}$ 代入上式，得

$$S=1.5\times2^2=6\text{m}$$

角位移
$$\theta=\frac{S}{R}=\frac{6}{3}=2\text{rad}$$

小结：本题旨在说明如何在已知切向加速度和圆周运动的半径时用积分法求质点的速度、法向加速度、路程和角位移等物理量的方法。在运算中应注意掌握角量与线量的关系。

【例题8】 如图1-5所示，两工人通过定滑轮将一重物拉起。若两人拉绳子的速率均为常数 u。试求当两绳夹角为 2θ 时，重物上升的速率为多大？

解 本题可用两种方法求解，1. 求导法。令 $AC=y$，$BC=L$（常量），$AB=r$，显然有关系式

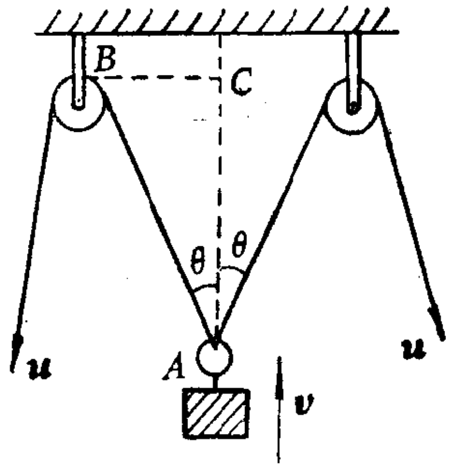

图 1-5

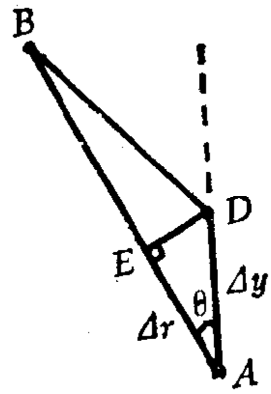

图 1-6

$$L^2 + y^2 = r^2$$

两边对时间t求导数，得

$$2y\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 2r\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} \tag{1}$$

因为

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -v, \quad \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = -u \tag{2}$$

式中，v为重物上升的速率，负号表示y和r随时间t的增加而减小。

将(2)式代入(1)式，得

$$v = \frac{r}{y}u = \frac{u}{\cos\theta}$$

2．取微元法（见图1-6）。

设在t到$t+\Delta t$时间内，重物从A点运动到D点，有一小的位移Δy，则

$$v = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta y}{\Delta t} \tag{3}$$

过D点作$DE \perp AB$，则当$\Delta t \to 0$时有

$$BD = BE$$

所以，在Δt时间内，绳子缩短了$AE = \Delta r$，而由图1-6知

$$\Delta r = \Delta y \cos\theta \tag{4}$$