# 光的相干性

〔捷〕J. 柏里纳 著

科 学 出 版 社

# 光的相干性

〔捷〕J. 柏里纳 著

詹达三 译



科学出版社

1986

## 内 容 简 介

本书是捷克物理学家J.柏里纳的一部论述光学相干性理论的著作。全书共十八章，前半部分讨论经典相干性理论，后半部分论述量子相干性理论。

本书可供有关科研人员及大学物理系教师和高年级学生参考。

Jan Peřina
COHERENCE OF LIGHT
Van Nostrand Reinhold Company, 1972

**光的相干性**

〔捷〕J.柏里纳 著

詹达三 译

责任编辑 陈菊华

科学出版社出版
北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1986年6月第一版 开本：787×1092 1/32
1986年6月第一次印刷 印张：11
印数：0001—3,300 字数：249,000

统一书号：13031·3198
本社书号：4200·13—3

定价： 2.60 元

# 本书所使用的函数符号*

互强度，$\Gamma(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2) \equiv \Gamma(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2; 0)$

电磁场算符，$\hat{A}_\mu(x)$

～标量本征值分量，$V(\boldsymbol{x}, t)$

～正频部分，$\hat{A}_\mu^{(+)}(x)$

～负频部分，$\hat{A}_\mu^{(-)}(x)$

功率谱，$G(\boldsymbol{x}, \nu) \equiv G(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}; \nu)$

矢势算符，$\hat{\boldsymbol{A}}(x)$

～正频部分，$\hat{\boldsymbol{A}}^{(+)}(x)$

～负频部分，$\hat{\boldsymbol{A}}^{(-)}(x)$

可见度，$\mathscr{V} \equiv |\gamma(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2; \tau)|$

自关联函数，$\Gamma_{ij}(\tau)$

关联函数，$(m+n)$阶，$\Gamma_{\mu_1, \dots, \mu_{m+n}}(\boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_{m+n}; t_1, \cdots, t_{m+n})$

关联张量，$\mathscr{K}_{jk}(x_1, x_2)$

交叉频谱张量，$\widetilde{\mathscr{K}}(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2; \nu)$

交叉频谱密度，$G(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2; \nu)$

光张量，$T_{ij}$

多模准概率，$\Phi_{\mathscr{N}}(\{\alpha_\lambda\})$

累积强度 $W$～，$P_{\mathscr{N}}(W)$

累积强度 $W$($S$ 排列)～，$P(W, s)$

互相干函数，$\Gamma(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2; \tau)$

互频谱密度，$G(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2; \nu)$

光子计数分布，$p(n, T)$

光子数分布，$p(n)$

光瞳函数，$\widetilde{K}(\mu, \nu)$

交叉传输系数，$\mathscr{L}^{(1,1)}(\eta_1, \eta_2)$

传输矩阵，$(K_{mn}) \equiv \hat{K}$

位移算符，$\hat{D}(\alpha)$

时间演化算符，$\hat{S}(t)$

---

* 按笔划编排。——译者注

相干矩阵, $\mathscr{J}$

频谱～, $\mathscr{R}(\nu)$

相干度, $\gamma^{(n,n)}(x_1, \cdots, x_{2n})$

二阶～, $\gamma(x_1, x_2; \tau)$

衍射函数, $K(Q, P; \nu)$

响应函数, $\mathscr{S}(x_j, x_{\bar{j}})$

相干传递函数, $\widetilde{K}(\mu, \nu)$

特征函数, $C^{(n)}(y)$

多模～, $\langle\exp(ix\hat{n})\rangle_{\mathscr{N}}$

任意排列～, $C(y, \Omega)$

特征泛函, $C\{y(x)\}$

格林函数, $\mathscr{G}_j(Q_j, P_j; \nu)$

准分布, $\Phi(\alpha, \Omega)$

$s$ 排列～, $\Phi(\alpha, s)$

准概率,

反正规～, $\Phi_{\mathscr{A}}(\alpha)$

正规～, $\Phi_{\mathscr{N}}(\alpha)$

对称～, $\Phi_{\mathrm{Weyl}}(\alpha)$

密度矩阵, 福克矩阵元, $\rho(m, n)$

探测算符, $\hat{A}(x)$

～本征值, $\mathscr{A}(x)$

强度矩阵, $\hat{A}$

滤波函数, $\Omega(\beta^*, \beta)$

概率密度, $P_n(V_1, V_2, \cdots, V_n)$

频谱关联函数, $G^{(m,n)}(x_1, \cdots, x_{m+n}; \nu)$

频谱强度, $\tilde{I}'(\nu)$

频谱场, $\mathscr{F}(\nu)$

频谱密度, $G(\nu)$

归一化～, $g(\nu)$

器件矩阵, $\mathscr{L}(\nu)$

Glauber–Sudarshan 准概率, $\Phi_{\mathscr{N}}(\alpha)$

$S$ 矩阵, $(S_{mn}) \equiv \hat{S} \equiv \hat{S}(+\infty)$

# 目　　录

# 第一章 引 言

电磁波的干涉现象和衍射现象，常常是用理想相干或理想不相干光束来描述的. 第一种情形是光束振幅叠加，并且这种光束叠加在屏幕上给出可观察的干涉图样. 第二种情形是强度叠加，但观察不到干涉图样. 其实这两种情形都是数学上理想化的，因为实在光束总是彼此部分地相互影响的，即它们是相关的. 因此实际情形是一种包含着部分相干光束的中间状态. 这种光束叠加给出的干涉图样，可见度小于相干光束形成的干涉图样. Verdet[33]大约在1869年首先证明了，用理想相干光束或理想非相干光束来作描述是不完善的. 他证明了，如果两个针孔的间距小于大约1/20 mm，则由太阳所照明的从这两个针孔出来的光在屏幕上可以产生可观察的干涉图样. 我们必须把太阳看成是由许多元辐射体(原子)所组成的非相干源，这些元辐射体实际上彼此无关. 由于相干性是相干辐射体(它们是彼此同步的)的特性，显然必须讨论居于相干态与非相干态之间的部分相干态.

然而，一直到最近，人们还没有注意部分相干性的研究. 几年前部分相干性概念在物理学的许多分支中变得重要起来，例如在所有光谱区域的电磁场理论中，特别在光学(像的形成，干涉量度学)、射电天文学以及目前在脉塞和激光器的理论中.

自然界发现的每一光学场都具有一定的统计特征，因为这种电磁场是由许多不相关的元辐射体产生的，因而它代表一种统计动力学系统. 因此，从一般的观点来看，相干性理论

是与电磁场的统计描述有关的，恰如光学场的统计性质表现为这些场的相干性质一样.

最初引入光学相干性概念，是为了描写干涉和衍射现象. 但是探测光学场的新的可能性以及制备新型光源（脉塞和激光器），使得人们看到，有必要对包含所有各阶相干效应在内的光学相干现象作出系统而完备的描述与分类. 这一问题可以从经典（波动）或量子（粒子）的观点加以解决. 在第一种情况下，相干性的理论是建立在麦克斯韦波动理论和随机函数理论的基础上，而在第二种情况下，这就需要用量子电动力学来建立相干性理论. 由此，相干性理论显然可以看成是更为普遍的理论——信息论的一部分. 信息论所研究的，是场作为一种统计动力学系统传递信息的能力. 因此相干性理论是同噪音理论（用经典术语）以及同场的量子起伏理论（用量子术语）密切相关的.

最早对部分相干性和部分偏振进行研究的（按我们分类，限于二阶效应），是Verdet[33]、von Laue[245]、Berek[72-75]、Michelson[312]、Van Cittert[457,458]、Zernike[487]、Wiener[465-467]、Hopkins[200-202]、Wolf[470-473]、Blanc-Lapierre 和 Dumontet[83]以及 Pancharatnam[331,332]. 他们的结果在下列论文中得到了进一步发展，例如Wolf[476]、Mandel[266,267]、Mandel 和 Wolf[282]、Parrent[334,335]、Beran 和 Parrent[70,71]、Roman 和 Wolf[407,408]、Roman[404,405]、Parrent 和 Roman[377]、Barakat[53]、Gamo[165]以及 Gabor[159].

在测量四阶关联效应的 Hanbury Brown 和 Twiss 实验之后，开始了相干性理论发展的一个崭新时期. 原则上，这一类型的实验有可能研究任意阶的关联效应. 这对于非混沌光学场（例如激光）的完善统计描述是特别重要的，混沌光学场用二阶矩关联函数就能完备地描述. 依据经典随机过程理论，

对光学场统计性质的普遍描述，是由 Wolf 提出来的. 这种普遍描述包含了所有各阶的相干性效应.

由于一种光学场的统计学信息主要是利用光探测器（一种更普遍类型的平方探测器的一种特殊型式）而得到的，这就需要找出场的光子统计学与暴露在这一场中的光探测器所发射的光电子统计学之间的关系. 这一工作已由 Mandel[263,264,269]完成，他用经典方法导出了所谓光电探测方程. 这个方程把时间累积强度的概率分布与所发射的光电子分布联系起来.

Glauber[172-175]在 1963 年根据量子电动力学建立了相干性量子理论. 他所引入的量子关联函数代表正规排列的场算符乘积的期望值，它们和用光电探测器所测量的量紧密相关. 用所引入的相干态导出的密度矩阵的"对角"表示（由 Glauber[172-174] 和 Sudarshan[435,436]导出），使得人们有可能来研究光学场统计性质的量子描述和经典描述之间的关系. 在这种表示中，如果引入一个广义的相空间分布，那么经典的关联函数和量子的关联函数形式上是等价的. 在相干性的量子理论中，算符（$q$ 数）的函数和经典量（$c$ 数）的函数之间的对应关系起了重要作用. 这种对应关系最近由 Agarwal 和 Wolf[37,40]、Lax[250]还有 Cahill和Glauber[105,106]研究过了. 特别是，他们证明反正规排列的场算符乘积是同用所谓量子计算器测量的量紧密相关的[278]. 量子计数器是靠受激发射而不是靠吸收工作的. 在光学场相干性质的量子理论和激光器的量子理论中的若干深入的问题，已由许多作者解决了，其中有 Glauber、Mandel、Wolf、Mehta、Klauder、Sudarshan、Haken 和 Lax.

我们在这里还要注意到，部分相干性理论所用数学方法对于分析部分偏振也是有用的. 在使用关联张量的关联理论

中，这两种现象可以统一起来.

相干性理论的一个重要特征是，它的运算仅仅和可测量有关. 经典的麦克斯韦电磁场理论假定，电场和磁场都是空间与时间的可测函数，实际上电磁振动，例如光，是用迅速振荡的量来描述的，并且没有实在的探测器能够跟得上这样快的变化，此外，如我们早已指出的，这种场代表一种统计动力学系统. 因此，对于物理量就需要引入一种求平均的过程，并且也只有这种平均的量才是能够被测量的. 因而在相干性理论中仅仅依据可测量建立起电磁场的定律，并且因为人们必须用某种类型的探测器来观察每一种场，看来每一种场(包括在相互作用中的场)的任何理论都必须建立在这样一种现实形式上.

最后我们注意到，本书的主要目的是研究自由电磁场的相干性质以及对它们的探测. 在电磁场与物质相互作用的过程中，相干性所起的作用以及在这种相互作用中光学场的统计性质的描述都超出了本书的范围. 这些问题例如在Louisell的专著[19]以及在一些论文中论述过，如Mollow和Glauber[322, 323]、Haken学派[191, 192]、Lax[247-250]、Lax和Louisell[251]、Lax和Yuen[252]、Willis[469]、Picard和Willis[382]、Paul[339]、Fleck[145-147]、Soully和Lamb[415-417]、Risken[398, 584]等. Cohen-Tannoudji和Kastler[116]以及Series[420]讨论过光抽运问题. 光是我们研究的主要题目，但是我们所得到的大多数结果，对于不管是什么频谱区域的电磁场都将是适用的.

关于相干性理论的专著已有好几种. 经典理论在下面几本书中均有论述：M. Born和E. Wolf的《光学原理》[8](第十章)；A. Maréchal和M. Françon的《衍射·像的结构》[20](第七章)；M. Beran和G. B. Parrent的《部分相干性理

论》[3]；M. Françon 和 S. Slansky 的《光的相干性》[11]以及 E. L. O'Neill 的《统计光学引论》[24]．相干性量子理论的全面评述可以在 R. J. Glauber 的讲座[176, 180, 181]中找到．相干性量子理论和经典理论以及它们的联系，已为 L. Mandel 和 E. Wolf[285]、J. Peřina[355, 362]以及为 J. R. Klauder 和 E. C. G. Sudarshan 在《量子光学基础》[17]一书中详述过．相干性理论的简要评述也可以在 G. J. Troup 写的《光学相干性理论》[82]中找到．

# 第二章　定义和数学基础

## 2.1　实多色场的复值表示

众所周知，同阴阳电子场本质上是复值场相反，电磁场是实的物理场.但是在经典相干性理论中,由于数学上的简单性，也是为了强调在相干性理论讨论的现象只对场的"包络"或场的"平均强度"是敏感的，用复值量来表示实的电磁场往往是方便的．尽管在经典理论中这种复表示带有相当大的人为性质,但是它在量子理论中具有深刻的物理意义,提供了对探测过程的深入理解．这种复表示体现了相干现象的经典理论和相干现象的量子理论之间的一种联系，下面所引入的实多色场复表示是熟知的经典光学中使用的单色场复表示的一种自然推广．

让我们来考虑标量 $V^{(r)}(t)$，例如它可以表示电磁场电矢量 $\boldsymbol{E}$ 的一个直角坐标分量．如果 $V^{(r)}(t)$ 具有傅氏变换式,我们可以写成

$$V^{(r)}(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}\tilde{V}^{(r)}(\nu)\exp(-i2\pi\nu t)d\nu$$

$$=2\int_{0}^{\infty}|\tilde{V}^{(r)}(\nu)|\cos(2\pi\nu t-\arg\tilde{V}^{(r)}(\nu))d\nu, \qquad (2.1)$$

其中

$$\tilde{V}^{(r)}(\nu)=\int_{-\infty}^{+\infty}V^{(r)}(t)\exp(i2\pi\nu t)dt, \qquad (2.2)$$

并且已用了条件 $\tilde{V}^{(r)*}(\nu)=\tilde{V}^{(r)}(-\nu)$．这一条件是由于 $V^{(r)}(t)$ 是实的(星号表示复共轭)．因此，负频分量($\nu<0$)不携带不曾包含在正频($\nu>0$)分量中的任何物理信息，因而可

以把它们弃去. 于是我们可以使用复值函数

$$V(t)=\int_0^\infty \tilde{V}^{(r)}(\nu)\exp(-i2\pi\nu t)d\nu, \qquad (2.3)$$

其中

$$\begin{aligned}\tilde{V}^{(r)}(\nu)&=\int_{-\infty}^{+\infty}V(t)\exp(i2\pi\nu t)dt,\ \nu\geqslant 0,\\ &=0, \qquad \nu<0.\end{aligned} \qquad (2.4)$$

函数 $V(t)$ 称为复解析信号，是盖柏引入的[157]（亦见文献[8]，第 10.2 节以及文献 [3]，第二章，还有文献 [280]）. 函数 $V(t)$ 可以写成如下形式:

$$V(t)=\frac{1}{2}[V^{(r)}(t)+iV^{(i)}(t)], \qquad (2.5)$$

其中

$$V^{(i)}(t)=-2\int_0^{+\infty}|\tilde{V}^{(r)}(\nu)|\sin(2\pi\nu t-\arg\tilde{V}^{(r)}(\nu))d\nu. \qquad (2.6)$$

因为假定总能量 $\int_0^\infty|\tilde{V}^{(r)}(\nu)|^2d\nu$（利用 Parceval 等式，它等于 $\int_{-\infty}^{+\infty}|V(t)|^2dt$）是有限的，式(2.3)这个函数在复平面 $z(z=t+i\theta)$ 的下半面上是解析的（利用 Schwarz 不等式可以证明），$V(t)$ 是这个解析函数在 $\theta\to-0$ 的边值. 因此，利用关于解析函数的柯西定理，我们得到色散关系，也叫做希耳伯特变换[31]:

$$\begin{aligned}V^{(i)}(t)&=\frac{1}{\pi}P\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{V^{(r)}(t')}{t'-t}dt',\\ V^{(r)}(t)&=-\frac{1}{\pi}P\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{V^{(i)}(t')}{t'-t}dt',\end{aligned} \qquad (2.7)$$

其中 $P$ 代表在 $t=t'$ 处的柯西主值积分（第 4.4 节中包含色散关系的一个更详细的推导）. 式(2.7)说明，函数 $V^{(r)}(t)$ 和 $V^{(i)}(t)$ 是相互有联系的，我们又一次看到，由式(2.5)所给出的 $V(t)$ 不可能比 $V^{(r)}(t)$ 包含更多的物理信息.

定义如下的广义函数：

$$\delta_{\pm}(t)=\int_0^{\infty}\exp(\pm i2\pi\nu t)d\nu=\lim_{\varepsilon\to+0}\left[-\frac{1}{2\pi i(\pm t+i\varepsilon)}\right]$$
$$=\frac{1}{2}\left[\delta(t)\pm\frac{i}{\pi}\frac{P}{t}\right],$$

($\delta(t)$是狄拉克函数)，把式(2.2)代入式(2.3)，得到

$$V(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}V^{(r)}(t')\delta_-(t-t')dt'=\lim_{\varepsilon\to+0}\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{V^{(r)}(t')}{t-t'-i\varepsilon}dt'$$
$$=\frac{1}{2}\left[V^{(r)}(t)-\frac{i}{\pi}P\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{V^{(r)}(t')}{t-t'}dt'\right]. \tag{2.8a}$$

及

$$V^*(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}V^{(r)}(t')\delta_+(t-t')dt'$$
$$=\lim_{\varepsilon\to+0}\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{V^{(r)}(t')}{t'-t-i\varepsilon}dt'$$
$$=\frac{1}{2}\left[V^{(r)}(t)+\frac{i}{\pi}P\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{V^{(r)}(t')}{t-t'}dt'\right]. \tag{2.8b}$$

因此如若函数$V^{(r)}(t)$满足真空中的波动方程，

$$\nabla^2V^{(r)}(t')-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2V^{(r)}(t')}{\partial t'^2}=0, \tag{2.9}$$

其中 $\nabla^2$ 是拉普拉斯算子，用 $\delta_-(t-t')$ 乘式 (2.9) 并对 $t'$ 积分，我们就得到关于复值函数$V(t)$的同样的方程：

$$\nabla^2V(t)-\frac{1}{c^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\partial^2V^{(r)}(t')}{\partial t'^2}\delta_-(t-t')$$
$$=\nabla^2V(t)-\frac{1}{c^2}\int_{-\infty}^{+\infty}V^{(r)}(t')\frac{\partial^2}{\partial t'^2}\delta_-(t-t')dt'$$
$$=\nabla^2V(t)-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}V(t)=0, \tag{2.10}$$

其中我们做了两次分部积分；式(2.9)和(2.10)中的$c$代表真空中的光速。