数　学

上　册

长春邮电学校编

人民邮电出版社

数　　学

上　册

长春邮电学校　编

人 民 邮 电 出 版 社

内容提要

本书分上中下三册。上册为初等数学，中册为高等数学，下册为专业数学。

上册的内容包括：数与数的运算，直线，二次曲线，函数概念与多项式函数，指数函数与对数函数，三角函数，三角函数的应用，初等函数。各章（节）后附有习题。书末并附有答案，便于练习和核对。本书可供具有初中毕业程度的通信技术工人自学和通信中等专业学校教学使用，也可供其他相近的专业参考。

数　学

上　册

长春邮电学校　编

*

人民邮电出版社出版

北京东长安街27号

北京印刷三厂印刷

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

*

开本：787×1092 1/32　　1978年9月第一版

印张：13　页数：208　　1978年9月北京第一次印刷

字数：300千字　　印数：1—151,500册

统一书号：15045·总2246-有5103

定价：1.05元

前　言

本书讲述通信技术专业所必需的数学基础知识以及某些比较专门的应用数学基础知识，可以供学过初中数学的通信技术工人自学和通信中等专业学校教学使用，也可供其他相近的专业参考。

本书内容是在初中数学的基础上展开的。全书分三册，上册为初等数学部分，包括数与数的运算、直线、二次曲线、函数概念与多项式函数、指数函数与对数函数、三角函数、三角函数的应用以及初等函数等共八章。中册为高等数学部分，包括极限、导数与微分、积分、多元函数微积分的基本知识以及级数等。下册为各通信专业的专业数学部分，包括富氏变换、微分方程与拉氏变换、场论、矩阵、逻辑代数以及概率论初步等。下册的各章，内容基本上各自独立，便于供不同专业选用。

在内容的取材上，力求结合通信专业需要，贯彻理论联系实际的原则。同时，根据加强基础的精神，对于数学的基本概念、基本运算及运用数学去分析、解决实际问题的基本方法也给以足够的重视。有的章节中穿插了一些选读内容(标以*号)。这些内容，有的是结合专业并涉及专业知识较多的材料，有的是作为进一步深入或扩展的数学知识。

在内容的安排上，力求由浅入深，保持数学内容的系统性。同时，根据我们的教学实践，对旧的系统也作了一些改革。

本书的习题是加深对内容的理解、加强基本运算的熟练程

度，提高分析问题解决问题能力的一个重要组成部分。所有习题(除问答、证明题外)均于附录中给出答案，以便核对。

由于我们水平不高，编写经验不足，所以书中一定会有不少缺点与错误，欢迎广大读者批评指正。

长春邮电学校数学教研组

一九七八年二月

目　　录

第一章　数与数的运算

数的概念是数学中最基本的概念。本章从自然数与计数制开始，初步介绍二进制数的概念，然后在读者已学过的整数、有理数的基础上引入实数与复数，并讨论实数与数轴，建立数形结合的基础。最后，从实际应用上介绍实数的近似值与误差。

第一节　自然数与计数制

数起源于计数，一个一个地计数，并用一些符号来表示，因而出现了

$$1, 2, 3, 4, 5, \cdots$$

这些就是自然数。

随着计数的继续，要不断采用新的符号来表示后继的各个自然数。显然，无限止地使用新的符号来表示所有自然数是不可能的。因此产生了计数制度。

我们通常应用的十进计数制，它共采用十个符号：

$$0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,$$

来表示数，并且用逢十进一的进位方法表示后继的各自然数，如

$$10, 11, 12, 13, \cdots, 19, 20, 21, \cdots, 99, 100, \cdots$$

这些数中没有增加新的符号，但是增加了位数。同一个数字由于它所在位置的不同而有不同的值。例如“555”这个符号，最左一个“5”表示五百，中间一个“5”表示五十，右边一个“5”表示五。

一般说来，一个十进制数都可以用下面的方式展开，例如

$$3507 = 3\times1000 + 5\times100 + 0\times10 + 7$$
$$= 3\times10^3 + 5\times10^2 + 0\times10^1 + 7$$

由此可见，十进计数制就是采用十个数符并且逢十进一的计数制度。

是不是必须用十进制来计数呢？当然不是的。人类大都用十进制，可能是因为开始时是用手指头数数，而手指共有十个的缘故。

例如，有的国家曾用过十二进制数，采用十二个数符并且逢十二进一的进位方法，还有五进计数制、八进计数制等。实际上，符号用得最少的是二进计数制。

二进计数制只采用

0，1，

两个符号，并且以逢二进一的进位方法来表示后继各自然数。例如，要表示数“二”，已没有第三个可供选用的符号了（在十进制里有符号“2”，但在二进制里没有这个符号），所以用进位方法，把 1 变成 0，然后向前进一位，变成“10”，它表示了自然数“二”。其余以此类推，用“11”表示数“三”，“100”表示数“四”等等。表 1-1 列出了最初十个自然数的二进制与十进制表示形式。

表 1-1

十进制数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
二进制数	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010

初看起来，这种二进计数制使用时会感到很不方便，但是近代的电子数字计算机及各种数字电路中广泛采用二进计数

制，因为用机器来实现两个符号，要比十个符号容易得多，并且二进制数的运算法则也远比十进制数简单。

关于二进制的进一步讨论将在下册进行。以下各章仍以十进制来表示数。

* 实用的其它计数制

1. 电子数字计算机输入数据时，采用所谓二——十进制，它把一个十进制数的各位数字分别用二进制数表示，而这些二进制数仍按十进制数的位数高低次序加以排列。

例如十进制数 3905 可以写成二——十进制数

0011，1001，0000，0101，

2. 自动电话电子交换机中的电话号码寄存器中采用二——准十进制。它与上述二——十进制不同的是：二——准十进制中，用二进制数 1010(即“十”)表示电话号码中的数字“0”。

例如五位电话号码 20741 用二——准十进制表示为

0010，1010，0111，0100，0001，

习 题 一

1. 变下列十进制数为二进制数

11，12，13，15，

2. 变下列二进制数为十进制数

1110，10000，10011，

* 3. 把二进制数 1100001 化为十进制数，可以如下式进行

$$1100001=1\times2^6+1\times2^5+0\times2^4+0\times2^3+0\times2^2+0\times2^1+1\times2^0=97$$

试说明其原理。并按此方法化二进制数 10110 为十进制数。

* 4. 你能找出一种把十进制数化为二进制数的一般方法吗？比如，有一个十进制数 38，怎样用这个方法化为二进制数？

第二节　实数与复数

一、实数

数的概念是随数的运算的发展而发展的。在初中数学中已讲过，每一种运算都有相应的逆运算，而每一种新的逆运算则往往使原有的数的范围扩展到新的范围。

在自然数(正整数)范围内进行减法运算(加法的逆运算)，就出现了零和负整数。如

$$3-3=0$$

$$3-8=-5$$

正整数、负整数和零统称为整数。

在整数范围内作除法运算(乘法的逆运算)，就出现了分数(包括正分数和负分数)。分数也可以表示为有限小数和无限循环小数。如

$$\frac{3}{4}=0.75,$$

$$\frac{2}{3}=0.6666\cdots=0.\dot{6},$$

整数和分数统称有理数。

在正有理数范围内作开方运算(乘方的逆运算)，就出现了无理数，如

$$\sqrt{2}=1.4142\cdots$$

$$\sqrt{3}=1.7321\cdots$$

还有两个常用的无理数是元周率

$$\pi=3.14159\cdots$$

和自然对数的底

$$e=2.71828\cdots,$$

无理数是无限不循环小数。有理数与无理数统称实数。

综上所述，实数范围如下表所示

$$
\text{实数}\begin{cases}
\text{有理数}\begin{cases}
\text{整数}\begin{cases}\text{正整数(自然数)}\\ \text{零}\\ \text{负整数}\end{cases}\\
\text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{cases}
\end{cases}\\
\text{无理数}\begin{cases}\text{正无理数}\\ \text{负无理数}\end{cases}
\end{cases}
$$

二、复　数

实数范围是不是再也不需要扩充了呢？不是的。在初中代数中已经知道，即使最简单的二次代数方程，也不是在任何情况下都有实数解的。例如方程

$$x^2+1=0$$

把它化为

$$x^2=-1$$

的形式。显然，任何一个实数的平方都不会等于-1，所以此方程在实数范围内无解。

如果我们在实数范围之外定义一个新数，它的平方等于-1，这样一个新数称为虚数单位，并用符号 i 或 j（数学书籍中多用 i，电工及专业书籍多用 j，本书均用 j)表示。即

$$j^2=-1$$

也可写成

$$j=\sqrt{-1}$$

的形式。据此定义还有 $j^3=-j$，$j^4=1$。于是任何一个负实数的开方都可以写成一实数和虚数单位 j 相乘的形式。如

$\sqrt{-4}=j2$, $\sqrt{-20}=j2\sqrt{5}$, $-\sqrt{-2}=-j\sqrt{2}$,

这些都不是实数，我们称它为虚数。虚数的一般形式为 jb，b 是不为零的实数。

实数 a 与虚数 jb 之和的形式的数

$$Z=a+jb$$

称为复数。其中 a 称为复数的实部，jb 称为复数的虚部，b 称为虚部系数。

二个复数只有实部和虚部分别相等时，此二复数才叫相等。而实部相等、虚部系数的绝对值相等符号相反的二个复数称互为共轭的复数，即 $a+jb$ 是 $a-jb$ 的共轭复数。

数的范围从实数扩展到复数后，代数方程的解在任何情况下都存在了。

例 1. 解方程 $x^2+2x+10=0$

解：由求根公式，得

$$x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{4-4\times10}}{2}=\frac{-2\pm\sqrt{-36}}{2}=\frac{-2\pm j6}{2}$$

$$=-1\pm j3$$

可见，方程的根是一对共轭复根。

由此可以看出，一般二次方程

$$ax^2+bx+c=0$$

的根

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

在复数范围内有三种情况：

1. 当 $b^2-4ac>0$ 时，有两个不等实根；
2. 当 $b^2-4ac=0$ 时，有两个相等实根(重根)；
3. 当 $b^2-4ac<0$ 时，有一对共轭复根。

*复数的实际意义

虽然从解方程引入复数，但复数有什么实际意义呢？初看起来，任何实际的量(如长度、时间等)都可以用实数表示，而不会用复数去表示的。例如，不存在什么“$2+j3$ 尺布”或“$3+j5$ 个小时”。在历史上，最初也是认为 jb 之类的数没有实际度量的意义而称之为虚数。然而认真分析一下复数的本质就可以发现，一个复数实际上是两个实数所确定的，所以，自然界中有些需用两个实数来确定的量，就可以把它用复数表示出来。

例如平面一向量（如力、速度等），总可以分解为两个互相垂直的分量。图 1.1 表示出一个力 F 分解为一个水平分力 F_1 和一个垂直分力 F_2，它们都是实数量，因此，我们可以用 F_1 与 F_2 这样两个实数来表示力 F，并写成复数形式

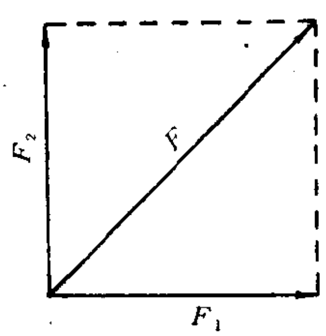

图 1.1

$$F=F_1+jF_2$$

三、复数的四则运算

复数加法和减法可以按多项式的加法和减法法则来进行，即实部与实部、虚部与虚部分别相加和相减。

例 2. 已知复数 $z_1=2+j5$，$z_2=7-j2$，求 z_1+z_2 和 z_1-z_2。

解：

$$z_1+z_2=(2+j5)+(7-j2)=(2+7)+j(5-2)$$
$$=9+j3$$
$$z_1-z_2=(2+j5)-(7-j2)=(2-7)+j(5+2)$$
$$=-5+j7$$

复数的相乘也按多项式乘法法则进行，但要注意到 $j\cdot j=j^2=-1$。

例 3. 计算$(1+j\,2)(3+j\,4)$

解： $(1+j\,2)(3+j4)=3+j6+j\,4+j^2 8=(3-8)+j(6+4)=-5+j\,10$

例 4. 求共轭复数 $a+jb$ 与 $a-jb$ 的和与积。

解：

$$(a+jb)+(a-jb)=2\,a$$

$$(a+jb)(a-jb)=a^2-(jb)^2=a^2+b^2$$

可见，两共轭复数之和与积都是实数。

两复数相除，可以把分子和分母同乘以分母的共轭复数，使分母化为实数后进行。

例 5. 计算$(1+j\,2)\div(3+j\,4)$

解： $\dfrac{1+j2}{3+j4}=\dfrac{(1+j\,2)(3-j\,4)}{(3+j\,4)(3-j\,4)}=\dfrac{11+j\,2}{3^2+4^2}=\dfrac{11}{25}+j\dfrac{2}{25}$

将以上所述复数四则运算方法一般化，可得出复数运算法则如下：

1. $$(a+jb)+(c+jd)=(a+c)+j(b+d) \tag{1-1}$$

2. $$(a+jb)-(c+jd)=(a-c)+j(b-d) \tag{1-2}$$

3. $$(a+jb)(c+jd)=(ac-bd)+j(ad+bc) \tag{1-3}$$

4. $$\frac{a+jb}{c+jd}=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+j\frac{bc-ad}{c^2+d^2} \tag{1-4}$$

例 6. 已知一个二次代数方程的两个根是$1+j\,3$和$1-j3$，试写出此方程。

解： 已知方程

$$x^2+px+q=0$$

的根 x_1, x_2 与系数 p, q 有下列关系

$$x_1+x_2=-p$$

$$x_1x_2=q$$

所以

$$p=-(x_1+x_2)=-(1+j\,3+1-j\,3)=-2$$

$$q=(1+j\,3)(1-j\,3)=1^2-(j\,3)^2=1+9=10$$

所求方程为

$$x^2-2\,x+10=0$$

例 7. 求适合方程$(2+3\,x)+j(1-5\,y)=0$的x,y值。

解：根据复数相等的定义，有

$$2+3\,x=0$$

$$1-5\,y=0$$

由此可求出

$$x=-\frac{2}{3},\quad y=\frac{1}{5}$$

习 题 二

1．下列数中，哪些是实数？哪些是复数？如果是实数，再指出哪些是有理数，哪些是无理数？

0，$-\frac{3}{2}$，$j\,5$，$-\frac{1}{2}+j\sqrt{3}$，$\frac{\pi}{2}$，1.57，$0.\dot{3}$，$\sqrt{3}$，

2．求下列方程的解(在复数范围内)

(1) $4\,x^2+9=0$

(2) $x^2-2\,x+2=0$

(3) $x^3+1=0$

3．已知一个二次代数方程的两个根是$2+j$和$2-j$，试写出此方程。

4．已知复数$z_1=-2+j\,3$，$z_2=1-j$ 试求出它们的和、差、积、商。

5．已知一个二次代数方程的一个虚根为$\frac{j}{2}$，试写出此方程。

6．求适合于下列方程的实数x和y的值

(1) $(3-4\,x)+j(2+3\,y)=0$

(2) $(x+y)-jxy=-5+j\,24$

* 7．求 1 的三次根（包括实根与虚根），并证明其中任一虚根的平方等于另一虚根。

（提示：1 的三次根即方程 $x^3=1$ 的解，而且方程可化为 $x^3-1=0$ 的形式。）

第三节　实数与数轴

数学的研究对象是现实世界的空间形式和数量关系，简单地说就是研究形和数，形数两个方面又有着密切的联系。在初中的几何和代数中是把形和数分开来研究的。现在，我们要采用数与形相结合的方法来作为研究数学问题的一个基本方法，这个方法贯穿于本书的始终，并且逐步发展。数形结合的基础是数轴。

一、数轴

把数形结合起来，首先就要把数和几何图形中最基本的元素——点联系起来。

选取一条无限长直线，并规定向右的方向为正方向，加箭头表示（如图 1.2），在直线上任取一点为零点，即度量的起点（又称原点），然后再选定一个单位长度，用这个单位长度从原点开始一段一段往右量，依次标上＋1、＋2、＋3、……，这些就是自然数所对应的点。同样，用这个单位长度从原点向左量，依次标上－1、－2、－3、……，这些就是负整数所对应的点。加上原点对应于数 0，于是得到了所有整数的点。

这样一条规定了正方向、原点和单位长度的直线就称为**数轴**（如图 1.2）。

不仅一切整数可在数轴上找到对应的点，并且一切有理数