

中国数学地质进展

刘承祚 主编

地 质 出 版 社

中国数学地质进展

刘承祚 主编

地质出版社
· 北京 ·

(京)新登字 085 号

内 容 简 介

本书为反映我国数学地质研究新进展的论文集，全书由 15 篇论文组成，内容涉及下列诸多方面：中国数学地质的发展概况和趋势，带断层等值线图绘制的数学原理和程序设计，大型推覆构造的数学地质研究，三维有限元立体单元的图形显示，平面有序点的曲线拟合，地质柱状图和任意剖面上等值线图的绘制，金矿床（体）的三维立体预测，金矿地质数据库，地质专家系统以及工程地质力学问题和地热问题的数学地质研究等。

本书可供地质、数学地质以及相关地质分支学科的科研和技术人员阅读，亦可供地质大专院校师生阅读参考。

图书在版编目(CIP)数据

中国数学地质进展 / 刘承祚主编. —北京：地质出版社，1994.12

ISBN 7-116-01801-8

I. 中… II. 刘… III. 数学地质—进展—中国 IV. P628

中国版本图书馆 CIP 数据核字(94)第 15096 号

地质出版社出版发行

(100013 北京和平里七区十楼)

责任编辑：杨友爱 王桂凤

*

地矿部河北测绘制印中心印刷 新华书店总店科技发行所经销

开本：787×1092 1/16 印张：9.75 字数：220000

1994 年 12 月北京第一版 · 1994 年 12 月第一次印刷

印数：1—340 册 定价：10.00 元

ISBN 7-116-01801-8

P.1430

序 言

地质学不断地和数学、物理学、化学相结合，定性研究不断地和定量研究相结合，在这种结合过程中不断地产生新的学科生长点并促使新的分支学科诞生。地质学和数学的首次结合开始于大约 150 年以前，但直至 20 世纪 50 年代末期，电子计算机才开始引进到地学中来。此后，数学方法和电子计算机逐渐扩展应用于地学的各个分支领域，数学地学逐渐发展成为一门独立的分支学科。数学地学的产生和发展对于提高地学研究的定量水平有着重要意义。

本文集共收集了 15 篇数学地学学术论文，内容涉及诸多研究方面。三位主要作者都是国内最早从事数学地学研究的科技工作者。论文介绍了他们取得的最新研究成果，反映了我国数学地学的部分进展，本书的出版对促进我国数学地学的学术交流会起到一定作用。同时，应当指出，我国其他部门和单位的数学地学家也取得了大量优秀成果，本书作者愿与他们进行交流，相互学习，共同促进我国数学地学学科的进一步发展。

由于作者水平有限制，书中的不足之处在所难免，诚恳地希望广大读者批评指正。

中国科学院地质研究所十一室完成了本书的编审、图件绘制等工作，毛金红、周世文参加了本书的排版工作。邵兴亚高级工程师、王桂凤副编审以及胥云同志为本书的出版做了大量的工作，在此一并表示衷心感谢。

编 者

1994 年 4 月

目 录

中国数学地质的发展概况和趋势	刘承祚(1)
带断层等值线图绘制的数学原理和程序设计	张菊明(8)
大型推覆构造的数学地质研究	孙惠文(19)
三维有限元立体单元的图形显示	张菊明(27)
三维地温场的有限元模拟	张菊明(36)
金矿床(体)三维立体预测研究及其初步结果	张菊明 刘承祚 孙惠文(57)
区域地表热流值的校正	张菊明(64)
计算机绘制柱状图原理及应用	孙惠文(75)
水工建筑物迎水面水压边界条件的计算	张菊明(83)
平面有序点列的曲线拟合及应用	张菊明(93)
工程地质力学资料自动处理和显示软件包的研制和应用	张菊明 刘承祚 刘素华 柴俊杰(99)
金矿地质数据库的建立和应用	孙惠文 张菊明 刘素华 刘承祚(107)
地质体任意剖面上等值线图的绘制及其应用	张菊明 刘承祚(115)
数学地质的理论和方法在工程地质力学研究中的应用	刘承祚(119)
地质专家系统的基本原理和实际应用	刘承祚(127)

中国数学地质的发展概况和趋势

刘承祚

(中国科学院地质研究所)

摘要 本文是一篇综述性论文。首先对数学地质学科在国内外的产生和发展作了简要回顾，然后从下列十个方面介绍了中国数学地质的发展概况：矿产资源的定量评价预测、地质统计学、地质专家系统、地质数据库、地质过程数学模拟、地质基础理论问题的数学地质研究、非线性理论和方法、模糊数学和灰色系统理论在地质学中的应用，以及地质应用软件等。最后介绍了中国数学地质的发展趋势。

关键词：中国数学地质 发展概况 发展趋势

数学地质是地质学中较新的分支学科，它的产生是地质学沿着定量化方向发展的必然结果，是地质学中定性研究和定量研究互相结合的产物。我国数学地质研究工作开始于 60 年代初期，70 年代得到了大发展，80 年代和 90 年代以来，进入了一个朝着更高水平和更深入发展的新阶段。

国际数学地质协会 (International Association for Mathematical Geology , 简称 IAMG) 于 1968 年在捷克的布拉格召开的第二十三届国际地质大会上宣布成立，目前主持出版三种权威性的数学地质期刊。中国地质学会数学地质专业委员会成立于 1981 年，并主编数学地质不定期连续出版物，其中《数学地质专辑一、二、三》分别于 1980 、 1981 和 1990 年出版，以后改名为《中国数学地质》，并且《中国数学地质 1 、 2 、 3 、 4 、 5 》分别于 1986 、 1990 、 1991 、 1993 、 1994 年出版。

1 中国数学地质的发展概况

1.1 矿产资源的定量评价预测

由于地质学所面临的最重要任务之一是解决矿产资源问题，因此，矿产资源的定量评价预测也就成为数学地质中最重要和最活跃的研究方向之一。

近年来我国的矿产资源定量评价预测工作取得了长足进步，并取得了一系列重要成果，由以引进为主的阶段，进入了一个具有自己特色的独创性阶段。现从下列几个不同的角度，介绍我国矿产资源定量评价预测工作取得的主要进展。

1.1.1 开展此项工作的矿种和地区

我国的矿产资源定量评价预测工作几乎涉及所有的矿种和全国所有的地区，据不完全

统计，主要有：宁芜地区铁矿预测，辽宁地区金矿预测，福建省南部铁矿预测，云南地区锡、铜、铅、锌矿预测，康滇地轴前震旦系地层中的铀资源总量预测，广西大厂锡矿预测，新疆喀拉通克铜、镍矿预测，新疆多拉纳萨依矿田金矿预测，辽宁青城子式铅锌矿预测，辽宁清源太古宙地体中金矿预测，内蒙中部层控型铜铅锌多金属矿预测，山东招远地区金矿预测，江西地区铜铁矿预测，浙江省萤石矿预测，广东省长埔西岭地区锡矿预测，四川西部砂金矿预测，长江中下游岩浆岩含矿性预测，三江地区锡矿预测等。

1.1.2 开展此项工作的部门

地质矿产部、冶金工业部、有色金属总公司、石油工业总公司、核工业总公司、高等院校和中国科学院等各系统、各部门均开展了矿产资源的定量评价预测研究，并取得了显著成果。例如，核工业总公司在铀矿资源数据库的基础上，开展了我国一些重要铀矿成矿带和矿田的资源评价预测，并进而完成了全国的铀矿资源定量评价预测工作。在石油资源的定量评价预测方面，应用了多种数学地质方法，从石油生成的地质条件和地质环境的数学模拟角度，以及从石油生成机理的定量分析方面，对石油资源进行了评价预测，并取得了明显进展。

1.1.3 应用于此项工作的方法研究

我国矿产资源定量评价预测中所用的方法数量非常多，内容非常丰富，归纳为三大类：

A. 在使用IGCP(国际地质对比计划)第98项的“资源研究中的计算机应用标准”中6种方法及其他国外方法基础上，结合我国实际情况，进一步引深、改进和创新而形成的一类方法。例如：二元对数正态分布地壳丰度模型、逻辑信息法、德尔菲法和蒙特卡洛法的改进与应用等。

B. 在概率论和多元统计基础上，经引深、改进和创新而形成的一类方法，属于这一类的方法非常多，大约有25—30种，例如正交逐步回归判别法、多维混合总体分解法、成矿能量IP趋势分析法等。

C. 数学领域新方法的引进和应用，例如系统工程分析、多元隶属函数、模糊概率回归、灰色系统理论、分形等。

在综合应用上述有关方法基础上，开展了三维空间大比例尺矿床立体预测，取得了新成果。

1.1.4 我国矿产资源定量评价预测的理论研究

在大量实践工作基础上形成了我国的矿产资源定量评价预测理论，例如相似—类比理论，求异理论和变量组合控矿理论，综合信息矿产资源定量预测理论等。在这些理论的指导下，我国矿产资源定量评价预测工作将沿着正确的道路朝着更高水平的方向发展。

1.1.5 我国矿产资源定量评价预测实效

重视实效是我国矿产资源定量评价预测工作的一大特色。我国既重视小比例尺预测，也重视中、大比例尺预测。1991年10月，中国地质学会数学地质专业委员会与其他兄弟单位一起联合主持召开了“全国中、大比例尺矿产定量预测理论、方法和实效研讨会”，重点交流和探讨了“实效”问题，取得了良好效果。

1.1.6 矿产资源定量评价预测的培训和普及工作

我国的各个地质部门和单位已举办了上百次的矿产资源定量评价预测培训班和普及

班，推广和普及有关的方法和知识，次数之多，规模之大，为其他国家所罕见。

1.2 地质统计学

近年来我国地质统计学研究取得了下列显著成绩：

1.2.1 地质统计学在理论和方法研究方面取得了明显进展

普通克立格法是研究最为深入的方法，在生产上解决了不少问题，已经较为普及。泛克立格法的理论和方法已开始应用于储量计算和数据处理。为了适应元素品位的分布特征，对数正态地质统计学得到了深入研究。多元地质统计学(因子克立格法、协同克立格法等)、非参数地质统计学、稳健地质统计学(包括变异函数的稳健估计等)、析取克立格法的理论和方法也得到了深入研究，并应用于实践。在估计方差和离差方差等地质统计学基本问题研究方面也取得了可喜成果。

1.2.2 地质统计学的应用范围不断扩大

近年来，地质统计学广泛应用于矿产的品位估计及储量计算，涉及的矿种有铁、铜、金、铝、钨、银、铅、锌、铀、铝等。地质统计学成功地应用于矿产资源预测及找矿勘探的各个阶段，例如，应用地质统计学方法处理物、化探和遥感数据，缩小找矿范围，圈定并评价异常，确定最优勘探网度和网形，确定有希望的勘探地段和矿床赋存空间，划分矿床勘探阶段和矿石储量级别等。地质统计学和图形、图像处理技术相结合，为一个新的研究方向提供了生长点。

1.2.3 编制了一批程序系统

我国一些有关的地质统计学的研究和应用单位提供了一批水平较高、实用性较强的计算机程序系统。

1.3 地质专家系统研究

专家系统是人工智能领域中的分支研究方向。地质学是专家系统的一个重要应用领域，世界上最早建立的三个专家系统之一便是地质专家系统。我国数学地质工作者十分重视地质专家系统研究。我国的人工智能在地质学中的应用和地质专家系统研究开始于 80 年代初期，在 80 年代中期已有初级的地质专家系统出现，到 80 年代末期在我国有数量相当多的、水平较高的地质专家系统出现，形成了一个地质专家系统研究和应用的小高潮。

下面列举近年来我国数学地质工作者研制成功的专家系统：综合信息金矿预测专家系统，金矿化变异性监控专家系统，新疆阿舍勒型铜和多金属矿床预测专家系统，地下水勘探专家系统，石油天然气评价专家系统，南岭花岗岩类含矿性判别专家系统，膨胀土地区工程建设专家系统，煤与瓦斯突出预测预报专家系统，煤与瓦斯突出与非突出矿井自动判别专家系统，湖南省金锑钨和石英脉型金矿找矿咨询系统，煤质勘探成果审查专家系统，生油凹陷地质类比专家系统，石油测井资料解释咨询专家系统，爆发角砾岩型铀矿专家咨询系统，三江地区锡矿评价专家系统等。

在我国数学地质工作者建立的专家系统中，有一些系统水平很高、应用效果也很好，受到了国内外同行专家的重视和好评。为了更好地推广应用，我国数学地质工作者于 1991 年 4 月出版了《地质专家系统》第一本专著，受到了数学地质界的普遍欢迎。

1.4 地质数据库

目前，全世界大约有 500 个左右大型的地质数据库或地质信息系统，其内容几乎涉及到所有的地质学领域和重要研究课题。1984 年 10 月在南京召开了第一届地质矿产数据库学术讨论会，对我国地质数据库工作起了明显的推动作用。目前，我国主要的地质产业部门和单位都建有地质数据库，此外，还建立了大量的供科研单位或课题专用的微机数据库。上述的各种规模和类型的地质数据库在我国的地质科研和生产中起到了重要作用。

由地矿部原资料局主持的“地质矿产信息系统地质矿产名词术语及代码编制”工作已经完成，为我国建立地质数据库提供了良好的规范和标准。冶金地质矿产资源数据库(一期工程)已经完成并投入使用，为冶金地质勘探和矿产资源评价提供了准确可靠的信息和数据。

我国在地质数据库方面已开展了大量工作，有很多数据库已经建成并投入使用，还有一些正在建设之中。其中已经建成的地质数据库有石油地质数据库、石油资源数据库、石油探井数据库、矿产资源预测数据库、断层数据库、区域化探资料数据库、煤质数据库、煤资源数据库、不同比例尺的区域地质调查数据库、地质勘探数据库、金属矿矿区钻孔数据库、钻孔试油地质资料库、海洋沉积物粒径数据库、金属成矿区带化探资料数据库、成矿区带地质数据库、地质测试管理系统、露天勘探点源数据库、油气化探数据管理分析处理系统、地质资料管理系统、斑岩铜矿模式数据系统、地质文献库、《石油天然气文摘》文献库等。

1.5 地质过程的数学模拟

我国数学地质工作者应用带节理单元的三维有限元程序对受断裂面控制的构造位移场进行了数学模拟，取得了一定结果。同时，应用上述程序模拟了攀西古裂谷，根据计算结果对各层连续体单元分布特点、各层位移特点进行了分析，得出了一定的结论。

我国数学地质工作者开展了沉积盆地数学模拟、含油气盆地油气生成潜力数学模拟、生油岩演化过程数学模拟、河流入湖三角洲沉积数学模拟等工作。此外，还取得了断层裂缝的数学力学模拟、四川盆地构造应力场模拟，盆地模拟技术在东濮凹陷、福州凹陷构造演化及其与油气关系研究中的应用等方面成果。

1.6 数学地质的理论和方法在地质学基础理论问题研究中的应用

我国数学地质工作者应用数学地质的理论和方法研究了大量的地质学基础理论问题，并取得了一定进展。例如：应用最可预测面建立岩性与地理坐标之间的密切相关关系，从这种关系出发，建立了用于研究一个地区沉积环境及其变化规律的数学模型。通过研究表明，对于我国南方晚震旦世含磷建造，在磷矿形成与沉积环境之间存在着密切关系，但由于影响成矿的因素不是单一的，而是多方面的(岩相特征、岩性组合关系、海水性质、物质来源等)，所以并非在有利的环境中一定形成磷矿。

我国数学地质工作者在应用马尔柯夫过程研究地质学基础理论问题方面也进行了一定工作，例如：应用马尔柯夫链研究地层层序和沉积旋回，应用马尔柯夫链分析浅变质岩系原岩沉积趋势，应用马尔柯夫链研究地层沉积规律性和对地层事件进行条件模拟等。此

外，尚应用数量化理论研究笔石(*Rastries approximatus*)近似谱系地层，对黄土剖面地球化学演化的定量研究等。

1.7 非线性理论和方法在地质学中的应用

非线性科学是现代科学研究中的重要内容，是国际科学研究中的重要前沿课题。在地质学中，目前应用的非线性理论和方法主要有：分形理论、耗散结构理论、混沌理论、协同同学理论、突变论等。

我国数学地质工作者在分形理论的地质应用方面作了不少工作，并于1992年5月中旬召开了“第一届全国分形理论与地质科学学术讨论会”，交流了我国数学地质工作者在这方面的研究成果，其主要内容涉及：岩溶的分形研究，砂岩胶结物中的有规则的自相似自嵌套多孔体研究，泥岩分形特征研究，水文时间序列的非线性特征研究，渗流系统中多孔介质的分形和分维研究，地球化学元素含量分布的多标度分形研究，二维正方网格上分形生长研究，二维多孔介质中粘性指标的分形特征研究，粒状土分形结构研究，多孔介质水动力弥散尺度效应的分形特征研究，非均匀介质中地震波能量的分形研究，含油气构造分布的分形特征研究，岩体结构表面粗糙度系数研究，图像的分形特征研究以及分形的一些理论问题研究等。

我国数学地质工作者应用耗散结构理论研究地质问题取得了一定进展，例如：应用耗散结构理论和双扩散对流理论研究热液成矿作用动力学，应用耗散结构理论研究变质分异层理和分异成因条带混合岩形成的动力学机理，应用耗散结构理论研究地壳和地幔体系等。

1.8 模糊数学在地质学中的应用

我国数学地质工作者应用模糊数学的原理和方法研究和解决地质问题取得了一系列成果，例如：模糊数学在岩溶地下水污染综合评价中的应用，模糊数学在气水干层综合评价中的应用，模糊数学在电测深曲线对比中的应用，隶属函数在测井岩性识别中的应用，模糊相似选择在铀矿地质中的应用，模糊数学在华南花岗岩类岩体研究中的应用，模糊数学在基土液化判别中的应用，矿田矿产预测的模糊集模型研究，模糊数学在矿产预测中的应用，天然气储层的模糊分析，应用模糊相似优先比矩阵进行勘探基地选择，模糊数学在铁路岩石边坡稳定性分类和地下水质量评价中的应用等。

1.9 灰色系统理论在地质学中的应用

灰色系统理论是本世纪80年代初期产生的新分支。灰色系统是指既有已知参数(白参数)又有未知参数(黑参数)的系统。灰色系统理论自产生以来在农林、气象和灾害预测方面得到应用，效果显著。我国数学地质工作者应用灰色系统理论研究了下列的地质问题，并取得一系列成果：应用灰色系统理论预测矿产，应用灰色系统理论研究我国西南地区沉积变质铜矿，应用灰色系统理论预报地震，应用灰色系统理论预测油气藏动态和地下水动态，应用灰色系统理论研究膨胀土边坡地质灾害和地下水开采区问题等。

1.10 地质应用软件研究

近年来，我国在软件开发方面也取得了可喜进展，各种地质应用软件包及绘图系统的

开发利用取得了明显进步，在层次较高的图形图像工作站上开发了一些较成熟的专用地质图形程序系统，提高了应用计算机自动显示地质研究成果的水平与精度。

在地质应用软件研究方面，我国数学地质工作者提出了建立集成度高、透明性强的计算机应用环境，提高地质科研和生产水平，并建立了“固体矿产普查勘探数据库及数学地质程序库”，为地质科研和生产提供了适应性强、性能良好的应用软件。

在微机图形工作站上实现了处理物化探数据并生成多种图形的程序包，利用 Auto CAD 和 Autolisp 编写了钻井综合图件绘制软件，这些软件都达到了较高的计算机图形处理水平，且图形中的文字说明均用中文书写，为中文地质图形处理打下了良好基础。此外，我国数学地质工作者尚编制了“打印综合地质柱状图程序包”、“通用汉字报表生成微机程序”等用途非常广泛、实用性很强的地质应用软件。

2 中国数学地质的进一步发展趋势

在综述了我国数学地质的发展概况以后，对我国数学地质的进一步发展趋势提出下列看法：

(1) 由于自然科学由定性研究向定量研究发展是总的一般趋势，因此，未来的地质学在定量化方面将有质的飞跃，这首先将表现在地质学定量地综合考虑多种因素解决重大问题能力的全面提高；其次，可能由于定量化研究的发展，使地质学在某些点上取得突破性成果；再次，地质学学科在整体上将有新的定量化的面貌、内容和结构。因此，在地质学的未来发展中数学地质将起到更重要的作用。

(2) 由于社会发展的要求以及地质学本身的进步，使地质学在社会发展的重大决策过程中发挥更大作用。为此目的，要求地质学增强预测性，而数学地质是具有很强预测功能的分支学科。一方面，客观上将对数学地质提出新的地质预测的任务和要求；另一方面，数学地质也将推动地质学预测功能的提高和加强。

(3) 目前，无论从国际或国内看，数学地质作为一个独立的分支学科在地质学中都占有一定席位，并有很强的生命力。但它又是一个年青的分支学科，在未来的数学地质科研和生产实践中，将注意总结数学地质学科本身的一些规律和特点，并按照这种规律指导数学地质学科的进一步健康发展。

(4) 我国数学地质在未来的发展中将进入更加成熟的阶段。在走过了一个以由引进和应用国外方法为主的阶段以后，将进入一个结合自己的实际情况和具有特点的阶段。由于我国国土大，地质条件复杂，我国的科技工作者数学素质较好，我国数学地质工作者重视在科技主战场发挥作用，理论联系实际，科研紧密为国民经济建设服务，完全有条件进入这一阶段。目前，我国数学地质的一些分支方向，如矿产统计预测等，已经进入这一阶段，今后将促进和推动更多的分支方向朝着这个目标发展。

(5) 目前，数学地质在矿产统计预测、地质统计学等方面的实际应用问题愈来愈重要，今后将特别强调矿产统计预测和地质统计学的理论和应用研究，支持推动这些方面取得更大发展。同时，还将支持和加强地质数据库、地质专家系统、计算机自动绘制地质图件、数字图像分析、遥感数据处理等方面的研究工作；将重视数学地质和遥感地质的结合，重视地质灾害的定量研究和系统分析，注意不断地向地质学中引进一些新的数学方

法，发现并支持一些新的分支研究方向和前沿课题。

(6) 对于近年来涌现出来的数学地质热门研究课题(地质数据合成、特异值处理等)将进一步加强研究，将提高地质数据处理的精度、加强地质数据空间分布特征、多元地质信息的空间结构分析等方面的研究。

(7) 除了继续推进微机在地质学中的应用外，还将重视巨型计算机在地质学中的应用，开展如岩石圈演化和地球动力学研究、地幔动力学的数值模拟、地质过程的巨型计算机模拟及在其他重大基础地质理论问题研究中的应用。

(8) 在数学地质的未来发展中，将及时地引进新型的微机，将重视和开发新的软件，重视计算机程序系统(特别是微机专用地质程序)的提高、普及、系列化和商品化。计算机病毒的产生和传播给计算机用户造成巨大威胁，为了给数学地质发展创造一个良好的支撑环境，将重视计算机病毒的防治。

(9) 目前的算法语言是由第三代(FORTRAN 等)向第四代(NOMAD2 等)的过渡，一种接近地质术语的算法语言(地质计算语言)将会出现，为数学地质的进一步提高和普及创造了有利条件。

(10) 第五代、第六代计算机以及信息科学其他最新成果在地质学中的应用将极大地改变数学地质的内容和面貌。第五代计算机是人工智能计算机，第六代计算机为每秒浮点运算达 100 兆次的巨型机以及信息科学的其他最新成果，将在促进数学地质未来发展方面起决定作用。

(11) 在当前的数学地质发展中，数学地质的各个分支方向发展不平衡，有的分支方向很活跃，从事研究和应用的部门和人员很多，有的分支方向问津的人很少。今后将注意向国内广大数学地质工作者，介绍数学地质各个分支方向的研究内容，协调和组织有关力量，在全面地开展数学地质研究过程中，加强薄弱环节，填补空白领域，提高数学地质的各分支研究方向的理论和应用水平。

(12) 在未来的发展中，将注意数学地质本身的发展和水平的提高。从在地质学中推广应用计算机和数学方法，进一步深入到理解地质现象的本质并用数学方法加以描述，对地质体进行数字化并探讨各种地质参数之间存在的复杂关系。这种研究不能只停留在理论阶段上，而且将应用到地质学的各个分支领域中，进一步提高数学地质在整个地质学领域中的地位。

带断层等值线图绘制的数学原理 和程序设计

张菊明

(中国科学院地质研究所)

摘要 本文讨论了带断层的离散点数据拟合函数的数学原理及通过离散点实测资料绘制等值线的方法。文中还同时讨论了网格点数据的曲面拟合方法及等值线图边界的圈定方法，设计的程序既适用于网格点实测资料和离散点资料的一般等值线绘制，也适用于带断层的离散点资料等值线绘制。

关键词：曲面样条函数 等值线追踪 退化点

等值线图在地质研究工作中得到了广泛的应用。许多地质信息都可以用等值线图来表示，例如，表示地面起伏的地形等高线图，表示煤层厚度变化的煤层顶、底板等高线图等等。许多地球物理信息，如地磁、重力、地温等的分布规律也都可以用相应的等值线图来表示。

在实际工作中，某种物理量在平面定义域上的变化规律一般是通过一组实测数据来确定的，而计算机绘制等值线图首先需要得到该组物理量在平面域上的函数关系，因此，必须由实测数据建立相应物理量在平面域上的函数表达式，这是计算机绘制等值线图的基本步骤。

1 计算机绘制等值线图的基本原理

在具体讨论通过实测数据建立指定物理量在平面域上的函数关系之前，首先分析该函数的一些应有的基本性质：

(1) 假定已经建立的某物理量在平面域上的函数为 $W(X, Y)$ ，描述该物理量变化规律的一组实测数据为 $X_i, Y_i, Z_i (i=1, 2, \dots, M)$ ， M 为实测数据点数， X_i, Y_i 为实测点 i 的平面坐标， Z_i 为相应物理量的实测值，则 $W(X, Y)$ 在各实测点上必须满足

$$Z_i = W(X_i, Y_i) \quad (1)$$

(2) 函数 $W(X, Y)$ 在平面域上为单值函数，即指定 X, Y 后，只有一个 W 值与之对应。

(3) 在一般情况下， $W(X, Y)$ 在平面域上是连续函数，且光滑可导。但当有断层存在

时，在断层线上函数产生间断。

在上述假定的基础上，可以看出描绘指定物理量的拟合函数 $W(X, Y)$ 是一个平面单值曲面函数。因此，当指定该物理量值等于 H 来绘制等值线时，在几何意义上就等于用平面 $Z=H$ 与函数 $W(X, Y)$ 相交，其交线即是指定量 H 的等值线轨迹。但由于 $H=W(X, Y)$ 对任意指定 X (或 Y) 可有多值的 Y (或 X) 与之对应，因此，等值线 $H=W(X, Y)$ 在平面域上可呈现出多条开放型或封闭型的曲线，这些曲线的轨迹无法由方程 $H=W(X, Y)$ 直接解出。要绘制出这些曲线，需要用数值法进行各条等值线追踪，其基本方法如下。

首先将计算域覆盖一个 $M \times N$ 的等间距矩形网格，在每个网格内再细分成 $M_d \times N_d$ 个等间距矩形单元，其单元的 X 、 Y 边长应尽量小到一二个毫米的长度。这样，整个计算域将被 $(M \times M_d) \times (N \times N_d)$ 个单元所覆盖(图 1)。设单元的 X 、 Y 的边长分别为 S_x 和

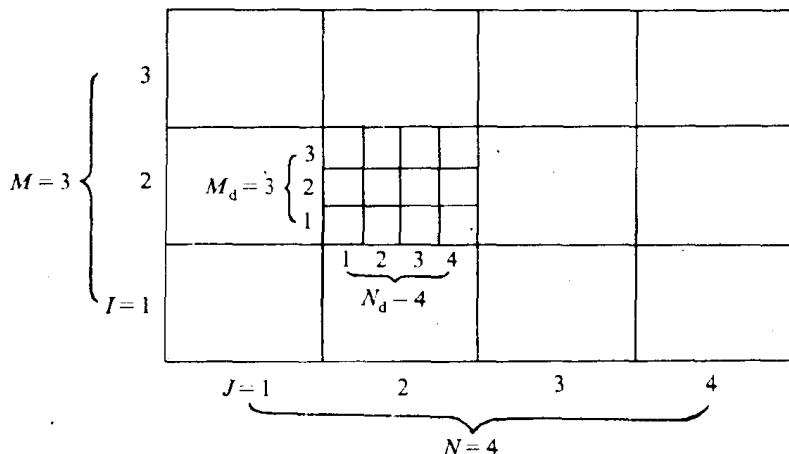


图 1 覆盖计算域的网格及单元

S_y ，计算域左下角的坐标为 X_0, Y_0 ，则任一单元节点 (i, j) ($i=1, 2, \dots, M \times M_d + 1, j=1, 2, \dots, N \times N_d + 1$) 的坐标 $X=X_0+(j-1) \times S_x, Y=Y_0+(i-1) \times S_y$ 也可以立即求出。设单元 (i, j) 是由单元节点 $(i, j), (i, j+1), (i+1, j+1)$ 及 $(i+1, j)$ 组成的小矩形， (i, j) 表示单元序号。则每一个单元均可由函数 $W(X, Y)$ 计算出其各节点上的函数值。当节点上的函数值等于指定的等值线值时，被称为退化点，退化点上的函数值应加以一个微小量 ϵ 以消除退化点。这样，消除了退化点后，单元各边上存在等值点及单元内等值线的连接方法就可如图 2 进行。图中单元节点上的“+”、“-”符号表示其函数值大于或小于指定等值线值 H ，各单元内等值线连接方法如下：

(1) 单元各节点函数值同时大于或小于等值线值 H 时，该单元中无等值线。

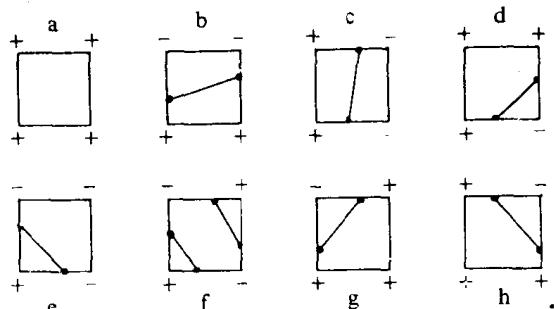


图 2 单元节点函数值及等值线连接方法

(2) 单元节点上函数值有大于及小于等值线值 H 时, 在消除了退化点的情况下, 只有存在两个根或四个根两种情况。当存在两个根时, 两根可能在对边上(图 2b, c), 或在邻边上, (图 2d, e, g, h); 当存在 4 个根时, 4 根必定分别在 4 边上(图 2f)。对于两根情况, 等值线只要将两根相连; 对于四根情况, 连接等值线时则需规定底边根与左边根相连及右边根与上边根相连(图 2f), 或者底边根与右边根相连及左边根与上边根相连, 才能保证等值线不会相交。

各单元边上求根的坐标(X_R, Y_R)的方法可如下进行。假定被指定单元边两端节点坐标分别为 X_i, Y_i 及 X_j, Y_j , 相应节点上的函数值为 H_i 及 H_j , 则其根 X_R, Y_R 为

$$\left. \begin{aligned} X_R &= X_i + (X_j - X_i) \times (H - H_i) / (H_j - H_i) \\ Y_R &= Y_i + (Y_j - Y_i) \times (H - H_i) / (H_j - H_i) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

虽然计算域上密布着单元节点, 但在计算各单元边等值线根时, 实际上不需预先计算各单元节点的函数值, 而是通过设计好的等值线根追踪方法只在有等值线通过的单元节点上计算函数值。其追踪原则如下:

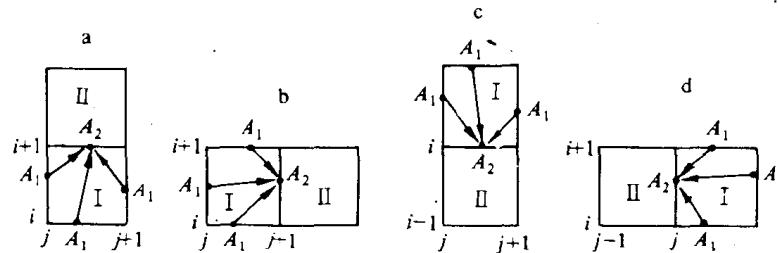


图 3 等值线追踪判别图

设相邻单元 I 和 II(图 3), 单元 I 的序号为 (i, j) , 单元 II 的序号相应图中 a、b、c、d 分别为 $(i+1, j)$ 、 $(i, j+1)$ 、 $(i-1, j)$ 和 $(i, j-1)$, 并假定已知有 A_1, A_2 先后两个根位于单元 I 的边上, 且 A_2 在单元 I、II 的邻边上。 A_1, A_2 的坐标值以单元边长规格化后分别为 a_{1x}, a_{1y} 和 a_{2x}, a_{2y} , 将它们取整后的值为 a_{1i}, a_{1j} 和 a_{2i}, a_{2j} , 则下一等值点根 A_3 的追踪方向可依次由如下条件判断:

(1) 若 $a_{1i} < a_{2j}$ (图 3a)

则 A_3 位于单元 $(i+1, j)$ 的非邻边上。 (3—1)

(2) 若 $a_{1j} < a_{2i}$ (图 3b)

则 A_3 位于单元 $(i, j+1)$ 的非邻边上。 (3—2)

(3) 若 $a_{2j} < a_{2x}$ (图 3c)

则 A_3 位于单元 $(i-1, j)$ 的非邻边上。 (3—3)

(4) 若非上述条件成立(图 3d)

则 A_3 位于单元 $(i, j-1)$ 的非邻边上。 (3—4)

由此可以看出, 对某一条等值线, 只需知道其起始的 A_1, A_2 两根的位置后, 即可由式(3)沿其轨迹计算出其随后的等值线根 A_3 , 并且对于一个根, 程序只需在其相应边的两

端计算出函数值后即可由式(2)确定其坐标值，而大部分不通过等值线的单元不必计算其节点函数值。

追踪每一条等值线，如上所示，必须首先知道起始的连续两个根 A_1, A_2 的坐标。为了节省计算时间，可在上述覆盖的 $M \times N$ 网格边上寻找。对于开放型等值线，必定从边界出发结束于边界。这时，可以从网格边界上先找出 A_2 点，当 A_2 在底边界时，令 A_1, A_2 位置关系满足 $a_{1i} = -1, a_{1j} = a_{2j}$ ；当 A_2 在左边界时，令 $a_{1i} = a_{2i}, a_{1j} = -1$ ；当 A_2 在右边界或上边界时，令 $a_{1i} = a_{2i}, a_{1j} = a_{2j}$ ，然后利用式(3)即可追踪到下一个根 A_3 的位置。一旦追踪到 A_3 后，再由 A_2 替代 A_1, A_3 替代 A_2 继续反复追踪，直到最后的 A_n 又落在网格的边界结束。对于封闭型等值线，可从内部网格边上先求出 A_2 点，若 A_2 位于网格横边上时，令 A_1, A_2 的位置关系为 $a_{1i} = -1, a_{1j} = a_{2j}$ ，若 A_2 位于网格纵边上时，令 A_1, A_2 的位置关系为 $a_{1i} = a_{2i}, a_{1j} = -1$ ，然后利用式(3)再反复追踪，直到最后 A_3 回到起始的 A_2 点结束。必须指出，在追踪过程中，凡位于网格边上的根位置必须记录在一个表中，对于封闭等值线，同时还需将起始 A_2 的位置记录下来，以便每次开始追踪时，将起点 A_2 与表中的位置对照，如果已在表中则不再重绘；对于封闭等值线，每当追踪到网格边上时，还必需与记录下来的起始 A_2 点作比较，以判断是否回到出发位置。

2 不同原始数据的函数拟合方法

2.1 网格点数据的函数拟合

不同的原始数据，可采用不同的拟合方法，一类原始数据为网格点数据，它们采自计算域上网格节点上的实测值。正如图 1 所示的一组 $M \times N$ 的矩形网格，在整个计算域上均匀分布了 $(M+1) \times (N+1)$ 个网格节点。令网格在 X, Y 上的边长为 dX 和 dY ，网格节点在 Y 轴上的序号为 $i = 1, 2, \dots, M+1$ ，在 X 轴上的序号为 $j = 1, 2, \dots, N+1$ ，将网格 (i, j) 定义为由节点 $(i, j), (i, j+1), (i+1, j+1)$ 和 $(i+1, j)$ 四节点组成的矩形域。这样，整个计算域共采集有 $(M+1) \times (N+1)$ 个网格点数据。现在要利用这组网格点数据拟合一个连续函数 $W(X, Y)$ ，它在每个网格节点上必须等于相应的实测值，在整个计算域内连续可导。直接拟合 $W(X, Y)$ 比较困难，因此采用局部坐标对每个网格进行拟合。将自变量 X, Y 用网格边长 dX, dY 规格化并计算出 X, Y 位于相应的网格 (i, j) ，计算如下：

$$\left. \begin{array}{l} i = \text{int}(X / dX) + 1 \\ j = \text{int}(Y / dY) + 1 \end{array} \right\} \quad (4)$$

以网格 (i, j) 左下角为原点， X, Y 在网格 (i, j) 内以边长 dX, dY 为单位的坐标 u, v 为：

$$\left. \begin{array}{l} u = X / dX - \text{int}(X / dX) \\ v = Y / dY - \text{int}(Y / dY) \end{array} \right\} \quad (5)$$

上述式中 $\text{int}(T)$ 为对 T 取整。然后令

$$W(X, Y) = Z_{ij}(u, v) \quad (6)$$

现在，只需在网格(i, j)内拟合函数 $Z_{ij}(u, v)$ 即可求得拟合函数 $W(X, Y)$ 。为此，令

$$Z_{ij}(u, v) = \sum_{k=0}^3 \sum_{l=0}^3 a_{kl} u^k v^l \quad (7)$$

式中，共有 16 个系数 a_{kl} ，可由网格 (i, j) 四周 16 个网格点实测值来确定，其条件为

$$\left. \begin{array}{l} Z_{ij}(S, T) = h_{i+Tj+S} \\ \frac{\partial Z_{ij}(u, v)}{\partial u} \Big|_{\substack{u=s \\ v=T}} = (h_{i+Tj+1+s} - h_{i+Tj-1+s}) / 2 \\ \frac{\partial Z_{ij}(u, v)}{\partial v} \Big|_{\substack{u=s \\ v=T}} = (h_{i+1+Tj+s} - h_{i-1+Tj+s}) / 2 \\ \frac{\partial Z_{ij}^2(u, v)}{\partial u \partial v} \Big|_{\substack{u=s \\ v=T}} = (h_{i+1+Tj+1+s} - h_{i+1+Tj-1+s} \\ \quad - h_{i-1+Tj+1+s} + h_{i-1+Tj-1+s}) / 4 \end{array} \right\} \quad (8)$$

式中， $S = 0, 1; T = 0, 1$ ； h_{ef} 为网格节点 (e, f) 上的实测值。

上述条件保证函数 $Z_{ij}(u, v)$ 通过网格节点实测值，并且当从一个网格转入另一网格时函数连续可导。当 $i = 0$ 或 $M + 2, j = 0$ 或 $N + 2$ 时无相应网格点实测值，这时可分别由 $i = 1$ 或 $M + 1, j = 1$ 或 $N + 1$ 来代替，只是在边界处产生一些边界效应。

式(8)共有 16 个方程，可用以确定式(7)中 16 个待定系数 a_{kl} 。由网格点数据拟合的函数 $W(X, Y)$ 计算简单，计算时间不受网格数据量的影响。但由于实际工作中受到种种条件的限制，很难采集到理想的网格点数据，致使这一方法的应用受到局限。下面离散点数据的拟合函数得到更广泛的应用。

2.2 离散点数据的函数拟合

离散点数据是指平面域上任意分布的一组数据。设指定计算域上共采集 M 个实测数据，第 i 个实测点的坐标为 X_i, Y_i ，其实测值为 Z_i ，则该组离散点数据可表示为 $X_i, Y_i, Z_i (i = 1, 2, \dots, M)$ 。离散点数据的函数拟合是要生成一个函数 $W(X, Y)$ ，使其在各实测点上的函数值等于实测值，即 $W(X_i, Y_i) = Z_i$ ，且其函数 $W(X, Y)$ 在计算域上处处连续可导。Harder 等提出的曲面样条函数能很好地拟合这类离散数据。曲面样条函数实际是基于平面弹性力学理论。下面从数学上来讨论这一曲面函数的拟合方法。首先假定有一个半径为 R 的足以覆盖整个计算域的圆形区域，在其中心作用一个垂直位移 A 使圆形平面产生弯曲形变，则圆形平面内离中心距离 r 处的垂直位移 W 可表示为

$$W = A \left(\frac{r^2}{R^2} \ln \frac{r^2}{R^2} + 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (9)$$

由此看出圆形平面内位移函数以圆心为中心的对称函数，它随 r 增大位移变小，在 $r = R$ 处位移为零。