



SUAN SHU TI JIE

算术题解

算 术 题 解

玉林县师范数学组编
林科篆执笔

广 西 人 民 出 版 社

算 术 题 解

玉林县师范数学组编

林科篆 执笔

☆

广西人民出版社出版

(南宁市河堤路14号)

广西新华书店发行 广西民族印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/32 4.5印张 100千字

1979年12月第1版 1979年12月第1次印刷

印 数：1-450,000册

书号：7113·304 定价：0.31元

前 言

为了帮助青少年提高对算术应用题的分析与解题能力，我们编写了这本《算术题解》。书中选择了我国传统算术中各类较典型的例题，作了详细的剖析，同时注意对教学方法作一些必要的提示：在审题时，解释题意，引导学生正确理解常用的名词和术语；在解题时，利用简单的图形，直观地表示出数量关系，帮助学生了解分析解题过程；对每个例题的解答，都指明解题的要领，启发解题的思路，指导布列算式，注意寻找解题规律。本书文字力求通俗，叙述注重启发。选用例题和习题，都尽力做到难易适中，防止过难过繁的倾向。为了增强学习的兴趣，还选了少量故事题。

本书除供小学生阅读外，也可供小学数学教师作为教学参考。

在编写过程中，我们得到了不少兄弟学校数学教师的热情帮助，在此表示深切谢意。书中或有疏漏与错误之处，请读者批评指正。

· 编 者 ·

目 录

一、名词术语解释.....	(1)
(一) 名词解释.....	(1)
(二) 术语解释.....	(6)
二、一般应用题.....	(10)
(一) 解题的一般步骤与分析方法.....	(10)
(二) 一般应用题.....	(12)
练习题一.....	(22)
三、典型应用题.....	(26)
(一) 还原问题.....	(26)
(二) 平均问题.....	(29)
(三) 归一问题.....	(32)
(四) 和差问题.....	(35)
(五) 定和倍数问题.....	(40)
(六) 定差倍数问题.....	(44)
(七) 植树问题.....	(47)
(八) 行程问题.....	(50)
(九) 划船问题.....	(57)
(十) 置换问题.....	(61)
(十一) 盈亏问题.....	(65)
练习题二.....	(70)
四、分数应用题.....	(75)
(一) 分数的三种基本类型应用题.....	(75)
(二) 较复杂的分数应用题.....	(83)

五、比和比例应用题	(108)
(一) 求比问题	(108)
(二) 单比例问题	(113)
(三) 复比例问题	(120)
(四) 配分比例问题	(125)
练习题三	(131)
答案	(138)

一、名词术语解释

(一) 名词解释

1、自然数——就是正整数，即1、2、3、4……有无限多。它的最小数是1。

2、单位

(1) 自然数单位(整数单位)

基本单位——自然数“1”是自然数的基本单位，也是整数的基本单位。例如“5”就是5个单位“1”。

辅助单位——自然数“十”、“百”、“千”……是自然数的辅助单位。例如“3500”就是3500个基本单位“一”，350个辅助单位“十”，35个辅助单位“百”，……。

(2) 分数单位——在一个分数里，表示其中的一份的分数，叫做分数单位。例如 $\frac{3}{5}$ 的分数单位是 $\frac{1}{5}$ ，也就是说， $\frac{3}{5}$ 是3个 $\frac{1}{5}$ 。一般地， $\frac{a}{b}$ （ a 、 b 为自然数）的分数单位是

$\frac{1}{b}$ ，也就是说， $\frac{a}{b}$ 是 a 个 $\frac{1}{b}$ 。

(3) 数量单位(计量单位)——能够用数表示其大小或多少的东西或事态叫做量。例如“路程”、“时间”、“速度”、“单价”、“面积”、“重量”等等都是量。附有数值大小的量叫做数量。例如“3尺”、“5斤”等等都

是数量。其中的“一尺”、“一斤”等等，是作为测度数量大小或多少的标准，它就是数量单位（也叫计量单位）。还有两类数量单位，一类是由两种或两种以上数量单位的相乘积作为单位；这种数量单位叫做数量积单位，例如“吨公里”、“车次”、“人次”等等；另一类是由两种数量单位的商作为单位，这种数量单位叫数量商单位，例如“米/秒”、“克/立方厘米”等等。

3、名数和不名数

名数——数的后面附有数量单位名称的数，叫做名数。其中只用一个单位表示的名数叫单名数，如“3尺”、“4斤”；用几个同类单位联合表示的名数叫复名数，如“2尺4寸”、“3斤6两5钱”等。

不名数——数的后面没有数量单位名称的数。

同名数——数量单位名称相同的几个数。

异名数——数量单位名称不相同的几个数，叫异名数。

它又分为：

(1) 同类异名数——种类相同的异名数。例如3尺和4寸。

(2) 异类异名数——种类不相同的异名数。例如3尺和4斤。

4、倍数和约数——如果甲数（整数）能被乙数（自然数）整除（见术语解释中的“整除”与“除尽”条），那末称甲数是乙数的倍数，乙数是甲数的约数（约数也称因数）。例如 $35 \div 7 = 5$ ，其中称35是7的倍数，7是35的约数。显然，任何整数都是1的倍数；1是任何整数的约数；任何自然数就是数“0”的约数。

5、公倍数和公约数

公倍数——一个数同时是几个数的倍数，这个数叫做这几个数的公倍数。例如35是1、5、7、35这几个数的公倍数。

公约数——也叫公因数。一个数同时是几个数的约数，这个数叫做这几个数的公约数。例如3是3、6、9、……的公约数。

6、最小公倍数和最大公约数

最小公倍数——几个数的公倍数可有无限个，其中最小的那个正的公倍数，叫做这几个数的最小公倍数。例如2、3、4、5的最小公倍数是60；3、5、15、45的最小公倍数是45。

最大公约数——几个数的公约数常不止一个，其中最大的一个叫做最大公约数。例如6、12、24的最大公约数是6；8、12、16、20的最大公约数是4。

7、质数和合数

质数——又称素数。自然数中，有而且只有1和自己本身两个约数的数。例如2、3、5、7、11等等都是质数。

合数——自然数中，除了有1和自己本身两个约数之外，还有其他约数的数。例如4、6、8、9等等都是合数。

“1”只有一个约数就是它本身，所以“1”不是质数也不是合数。

8、互质数——如果两个整数的最大公约数是1，那末称这两个整数为互质数（简称互质或互素）。例如12与35这两个数互质。显然，1与任何一个整数都互质。

9、真因数和质因数

真因数——一个整数，除了1和自己本身两个约数之外，其他的约数都叫做该整数的真因数。例如6的真因数有

2 与 3。1 和任何质数都没有真因数。

质因数——每一个大于 1 的自然数，都可以写成若干个质数相乘积的形式，这几个质数都叫做这个自然数的质因数。例如：30 的质因数是 2、3、5；2 的质因数是 2。

10、偶数和奇数——能够被 2 整除的整数称为偶数，其它整数称为奇数。

11、既约分数和未约分数——分子和分母只有公约数 1 的分数，叫既约分数（也叫最简分数），而把其他的分数叫未约分数。例如 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{4}{9}$ 是既约分数， $\frac{2}{4}$ 、 $\frac{6}{9}$ 是未约分数。

12、有限小数和循环小数

有限小数——小数的位数有一定的小数。例如 0.2（一位小数）；2.35（两位小数），等等。

循环小数——小数的位数无限，而且从某一位起，后面每一位或每几位的数字循环重复出现的小数，叫循环小数。其循环重复出现的部分叫做循环节。循环小数有纯循环小数和混循环小数两种，其中小数的第一位起就循环的小数叫纯循环小数，例如 $0.\dot{3}33\cdots$ 为循环节是 3 的纯循环小数，记为 $0.\dot{3}$ ； $0.\dot{1}42857\dot{1}42857\cdots$ 为循环节是 142857 的纯循环小数，记为 $0.\dot{1}42857$ ，等等。小数开首一位或几位不循环，而从后面某一位起循环的小数叫混循环小数，例如 $0.3\dot{1}81818\cdots$ ，记为 $0.3\dot{1}8$ ，其循环节是 18，等等。

13、比和比值——甲数除以乙数（乙数不能为零），叫做甲数与乙数的比。例如 2 除以 3，叫做 2 与 3 的比，记为 $\frac{2}{3}$ 或 $2 : 3$ 。被除数称为比的前项，除数称为比的后项，例如在 $2 : 3$ 中，2 称为前项，3 称为后项。前项除以后项所得

的商叫做比值。两个同类量相除（单位要相同），也称为这两个量的比（比值是不名数）。

14、正比和反比——任何两个数的比都可以叫正比，把比的前项和后项交换位置，所得的比叫做原比的反比。例如 $2 : 3$ 是 2 和 3 的正比； $3 : 2$ 是 2 和 3 的反比，也称为 $2 : 3$ 的反比。

15、连比——三个或三个以上的数相连而比，叫做这几个数的连比。例如 $9 : 8 : 6$ ，它的意思是：第一个数与第二个数的比是 $9 : 8$ ，第二个数与第三个数的比是 $8 : 6$ ，第一个与第三个数的比是 $9 : 6$ 。

16、复比——把几个比或几个连比中所有相应位置的项的连乘积作为相应位置的项所得到的比，叫做原有几个比或连比的复比。例如 $5 : 3$ 与 $7 : 2$ 的复比是 $35 : 6$ （即 $5 \times 7 : 3 \times 2$ ）； $2 : 3 : 4$ 与 $1 : 3 : 5$ 与 $6 : 1 : 2$ 的复比是 $12 : 9 : 40$ （即 $2 \times 1 \times 6 : 3 \times 3 \times 1 : 4 \times 5 \times 2$ ）。

17、比例——四个数，如果第一数和第二数的比等于第三数和第四数的比，那末就说这四个数成比例。例如 $6 : 3 = 8 : 4$ （或 $\frac{6}{3} = \frac{8}{4}$ ），就说 6、3、8、4 四个数成比例。

18、比例的项

内项和外项——成比例的四个数中，第二、第三数叫做比例的内项；第一、第四数叫做比例的外项。例如比例式 $6 : 3 = 8 : 4$ （或写成 $\frac{6}{3} = \frac{8}{4}$ ）中 3 与 8 是比例的内项，6 与 4 是比例的外项。

第四比例项——成比例的四个数中，第四数叫做其他三

数的第四比例项。例如上面比例式中的4，叫做6、3、8的第四比例项。

比例中项——如果比例式中两个内项相同，这个内项就叫做其他两项的比例中项。例如在比例式 $8:4=4:2$ 中，4是8与2的比例中项。

19、正比例和反比例——两种量，如果第一种量扩大（或缩小）几倍，第二种量也跟着扩大（或缩小）相同的倍数，就说这两种量成正比例；如果第一种量扩大（或缩小）几倍，第二种量反而要缩小（或扩大）相同的倍数，就说这两种量成反比例。例如：速度一定时，所走的路程与所走的时间成正比例；路程一定时，所用的时间与速度成反比例。

(二) 术语解释

1、“多几”与“少几”——也就是“多多少”与“少多少”的意思，它分别表示多出的部分与减少的部分。例如：7比5多几，就是 $7-5=2$ ，即多2；2比7少几，就是 $7-2=5$ ，即少5。

2、“多几分之几”与“少几分之几”

“多几分之几”——（一般用在同类名数的比较上）甲名数比乙名数多几分之几，就是甲名数减去乙名数所得的差是乙名数的几分之几。例如：5尺比3尺多几分之几，就是

$(5\text{尺}-3\text{尺})\div 3\text{尺}=\frac{2}{3}$ ，即多 $\frac{2}{3}$ ；又如： $\frac{5}{7}$ 斤比 $\frac{4}{7}$ 斤多

几分之几，就是 $(\frac{5}{7}\text{斤}-\frac{4}{7}\text{斤})\div \frac{4}{7}\text{斤}=\frac{1}{4}$ ，即多 $\frac{1}{4}$ 。（应注意

这个“几分之几”是不名数。）

“少几分之几”——（一般用在同类名数的比较上）甲名数比乙名数少几分之几，就是乙名数减去甲名数所得的差是乙名数的几分之几。例如：5尺比10尺少几分之几，就是

$$(10\text{尺} - 5\text{尺}) \div 10\text{尺} = \frac{1}{2}, \text{即少}\frac{1}{2}; \quad \text{又如: } \frac{4}{7}\text{斤比}\frac{5}{7}\text{斤}$$

少几分之几，就是 $(\frac{5}{7}\text{斤} - \frac{4}{7}\text{斤}) \div \frac{5}{7}\text{斤} = \frac{1}{5}$ ，即少 $\frac{1}{5}$ 。（应

注意这个“几分之几”是不名数。）

3、“增加”与“增加到”——前者表示增加的部分，后者表示增加后的结果。例如：增加7，就是加上7，5增加7就是 $5 + 7$ ；增加到7就是加上某数后所得的结果是7，5增加到7就是 $5 + \text{几} = 7$ 。

4、“减少”与“减少到”——前者表示减少的部分，后者表示减少后的结果。例如：减少7，就是减去7，10减少7就是 $10 - 7$ ；减少到7就是减去某数后所得的结果是7，10减少到7就是 $10 - \text{几} = 7$ 。

5、“扩大”与“缩小”——两者一般都与“倍”字连用，都是表示变化后的结果。例如：扩大5倍就是乘上5，10扩大5倍就是 10×5 ；缩小5倍就是除以5，10缩小5倍就是 $10 \div 5$ 。

6、“一共”与“还剩”——前者含有“和”的意思，表示相加后的结果。后者含有“差”的意思，表示相减后的结果。例如：5与7一共是多少，就是 $5 + 7$ ；7减去5后还剩多少，就是 $7 - 5$ 。

⑦

7、“倍”——通常与数字连用，如2倍、3倍等，它表示相同加数的个数。例如：6是2的3倍，就是6等于3个2相加，即 $6 = 2 + 2 + 2 = 2 \times 3$ （6也是3的2倍，也

是6的1倍，也是1的6倍）。从这里知道，某数的几倍，就是用几去乘某数。例如：5的3倍就是 5×3 ；7的1倍就是 7×1 。（有时也把某数的几分之几称为某数的几分之几倍，如5的 $\frac{1}{2}$ ，也叫5的 $\frac{1}{2}$ 倍，即 $5 \times \frac{1}{2}$ 。）

这里还要注意“倍”字的两种不同用法：

(1) “等于几倍”、“是几倍”、“为几倍”、“增加到几倍”、“增大为几倍”……它们的含义都是表示变化后所得的结果是几倍，都是“等于几倍”的意思。例如：新产量为原产量的7倍，意思就是新产量 = 原产量 \times 7。

(2) “大几倍”、“多几倍”、“增加几倍”、“增大几倍”……它们的含义都是表示增加的部分是几倍，都是“多几倍”的意思。例如：新产量比原产量增加7倍，意思就是新产量 = 原产量 + 原产量 \times 7 = 原产量 \times 8。

8、“平均”（算术平均）——就是均分。一个数除以几，叫平均。除得的结果叫平均值。例如：35平均成7份，就是 $35 \div 7$ ；12、23、34这三个数的平均是多少，这里的“平均”就是指平均值，即 $(12 + 23 + 34) \div 3 = 23$ 。

9、“整除”与“除尽”——都表示除得的结果没有余数。但“整除”的意义是一个整数除以一个自然数，除得的商是整数，而没有余数；“除尽”的意义是一个数除以另一个数也同样没有余数，但所得的商是有限小数，而不一定是整数。例如：24与26都能被4除尽，但24能被4整除，而26不能被4整除。

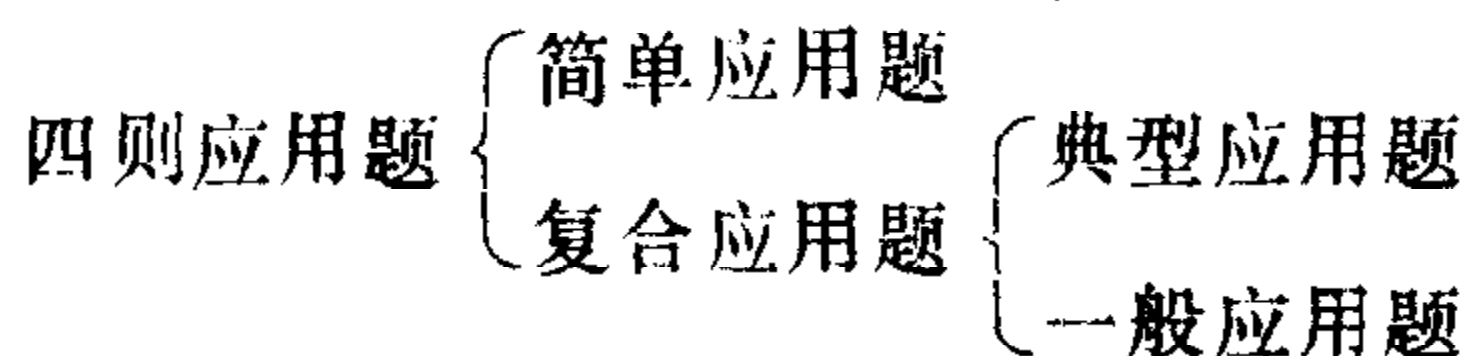
10、“大数”和“小数”——是对数值大小不同的数的称呼。“大数”是指两个或两个以上的数中，数值最大的那个数；“小数”是指两个或两个以上的数中，数值最小的那

个数。例如：“7”与“5”两个数中，“7”叫大数，“5”叫小数。但要注意的是，上述小数与数系中的“小数”（如0.5）不可混淆。

11、“约分”和“通分”——把一个分数化成最简分数的过程，叫约分。把几个分母不同的分数，化为分母相同，而分数值大小不变的分数的过程，叫通分。

二、一般应用题

能用四则运算解答的应用题，叫做算术应用题，通常又称为四则应用题。它可分为整数四则应用题和分数四则应用题。如果按运算步骤的多少来分，四则应用题又分为简单应用题和复合应用题。只用一步运算解答的应用题，通常叫做简单应用题；用两步或两步以上运算解答的应用题，通常叫做复合应用题。在复合应用题中，有些问题具有特定解答规律的，通常叫做典型应用题；不具有特定解答规律的，叫做一般应用题。



因为简单应用题的条件单纯，解答方法简单，本书不作研究，只研究其他类型应用题的解法，这节先研究一般应用题。

(一) 解题的一般步骤与分析方法

解应用题的步骤，一般说来分为下面四步：

1、审题、理解题意——这一步是为分析题目的数量关系作准备的，要求弄清应用题的内容。题中给了什么条件，有些什么数据，所求的又是什么，等等。

2、分析数量关系——这一步是第一步的继续和深入，

是解题的关键。要求我们运用学过的知识，去分析已知条件和所求问题之间的数量关系，思考怎样才能解决问题，直至找出解题的线索为止。

3、拟定解答计划，列式计算——这一步是在上一步找出解题线索的基础上，拟定解答计划（先算什么？后算什么？），同时列出算式并进行计算。（列式计算时，可以用分步列式的方法，也可以用综合列式的方法。）

4、检验和写出答案——这一步的作用是纠正可能出现的错误，使解答正确和完整。检验时可以采用复查验算或倒逆验算的方法。最后写上正确的答案。

分析数量关系，探寻解题线索的基本方法有两种：

1、综合法——由已知推导到未知。它的主要思路是：依照所给的条件，我们可以看出一些什么？对于算术应用题，就是从题中的已知数出发，先组成第一个简单应用题并求出它的得数；然后把这个得数连同紧密联系的另一个已知数（或根据题目另外的已知数组成的第二个简单应用题所求出的得数），又组成一个简单应用题；如此下去，直到求出最后一个简单应用题的得数是此应用题所求的得数为止。

2、分析法——由未知推导到已知。它的主要思路是：从题目所求的问题出发，找出解答它所需要的已知数；如果题目没有直接告诉我们所需要的已知数，再提出新问题，根据新问题又去找所需要的有关已知数；这样继续下去，最后找到具备解答所需要的有关已知数为止。

一般说来，这两种方法在推究思维过程中并不是彼此分开的，因为在运用分析法时，我们必须考虑到题中的已知条件，而且所给的条件往往向我们提示关于当前主要问题的答案；同样，在采用综合法时，我们心目中自然联系到所求的