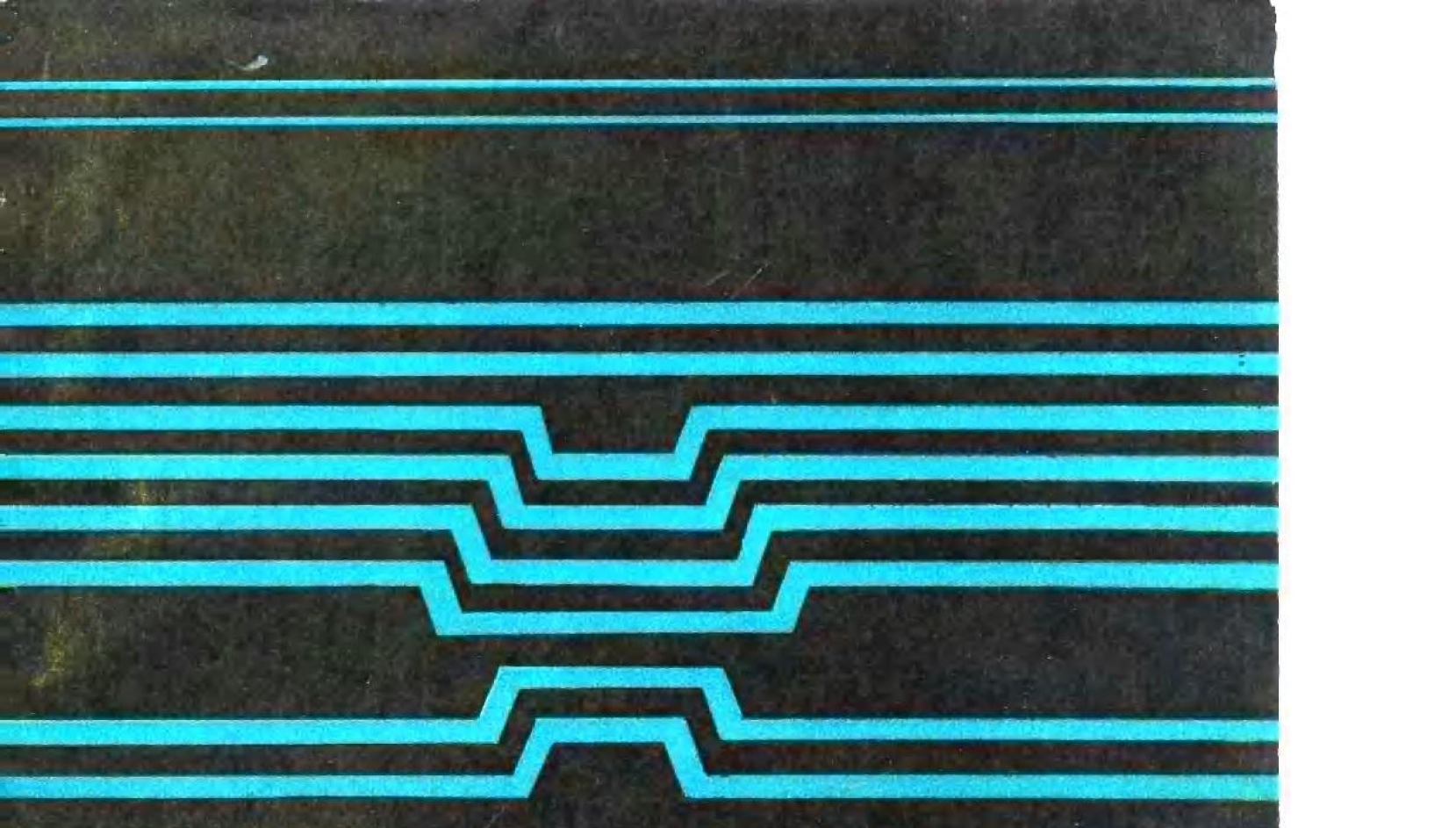




多准则决策引论

齐寅峰 著

兵器工业出版社



1494
58

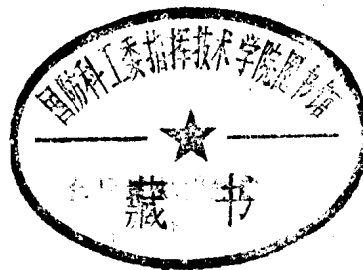
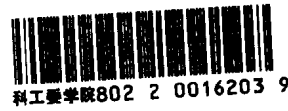
Y2

0172402
-03

多准则决策引论

齐寅峰 著

GF 130/23



兵器工业出版社

内容简介

这是一本全面系统论述多准则决策理论、方法和应用的入门书，并包括了最新研究成果，侧重于方法的论述与实际应用。

多准则决策是运筹学与管理科学的最新发展成果。

本书读者对象是各级领导干部、企业和行政管理工作者、经济工作者、系统分析师以及有关专业的本科生和研究生。它是管理学系标准课程一学期教材，又适合作为自学材料。

多准则决策引论

齐寅峰 著

兵工出版社 出版发行

(北京市海淀区车道沟10号)

新华书店总店北京科技发行所经销

丰盛印刷厂印装

开本：787×1092 1/16 印张：21.313 字数：532千字

1989年7月第1版 1989年7月第1次印刷

印数：1~1200

定价：28元

ISBN 7-80038-044-0/N·3

序 言

这是一本关于多准则决策的入门书。

虽然在很早以前,就有人提出过多目标优化的某些概念,但多准则决策的理论、方法和应用的开发,却是近二十年来的事情。近几年来,多准则决策在理论上发展更为深入、迅速,应用更加广泛,同时在全世界范围内涌现了数以千计这方面的学术论文、应用报导和专著。

据作者所知,此刻还没有一本用中文写成的论述多准则决策的专著。作者希望,这本入门书能起到抛砖引玉的作用。在本书中,作者力图全面、系统地阐述多准则决策的理论、方法和应用,包括若干最新研究成果。但由于这是一本入门书,受到篇幅的限制,不得不割舍许多内容,如集体决策,层次分析法等等。本书侧重方法的论述和实际应用,不过分追求理论上的严格性,以便使更多的读者都能顺利阅读。

本书的读者对象是各级领导干部、企业和行政管理工作者、经济工作者、系统分析师和管理、经济、应用数学、系统工程、运筹学等专业的本科生和研究生。本书不要求读者有特定的预备知识,但微积分、线性代数和概率论的某些基本概念对于顺利研读本书是必要的。本书是以作者在南开大学管理学系硕士研究生课程的讲稿为基础修改补充而成的。它既可以作为一个标准课程一学期的教本,又适合作为自学材料。

多准则决策是运筹学/管理科学的一项最新发展,是在系统科学、管理科学和运筹学领域里工作的每一个理论和实际工作者都应该掌握的学科。各级领导人物、行政和企业、事业的管理者,如能掌握本学科一定的知识,则对于减少决策失误,提高决策的科学化水平,会有极大的帮助。多准则决策的理论和方法,是由于大量现实问题的激励而发展起来的;而现有的数学和计算工具,使这种发展成为可能。事实上,现实的决策问题,大到国家发展战略的制定,小到个人对一个苹果的选购,本质上都是多准则的。只有在极端情况下,才把决策问题简化成为单准则问题。

全书包含十章和两个附录。第一章给出了一些基本概念与术语,扼要地回顾了多准则决策的历史和文献。第二章简要地复习单准则决策问题。第三章介绍了数学规划的某些最基本的内容,对以后各章是有用的准备工作。第四章、第五章分别研究了多目标规划问题和线性多目标规划问题。第六章是效用理论的初步知识及其应用。第七章专门研究离散决策,量的决策问题,重点讨论伊莱克特(ELECTRE)方法。第八章讨论了目的规划。第九章补充研究连续决策变量决策问题解法。第十章致力于讨论几个具有代表性的交互作用式决策方法。我指导的硕士研究生孙宏伟同学完成了ELECTRE方法的IBM-PC软件系统,他编写的使用说明放在附录中。

作者十分感激在本书写作过程中给予鼓励、帮助的学者和朋友们。在这里愿意特别指出的是查恩斯(A.Charnes)教授,萨蒂(T.Saaty)教授,库克(W.Cook)教授,吉列尼(M.Zelney)教授,刘豹教授,许国志教授和万春熙教授,特别是万教授在百忙中审阅全书,贡献了极为宝贵的意见。在这里谨致谢忱。作者还十分感谢出版社的协作和支持。

作者学浅才疏，加之写作期间业务工作时间常被割裂，不能一气呵成，书中缺点、错误在所难免，恳请学长、学友和读者批评指正。

齐寅峰 于南开大学管理学系

1987年5月初记，1987年10月修改

目 录

第一章 导言	(1)
§ 1.1 多准则决策	(1)
1.1.1 决策与多准则决策	(1)
1.1.2 多准则决策问题	(2)
1.1.3 多准则决策过程	(4)
§ 1.2 多准则决策的历史和文献概述	(4)
第二章 单准则决策概要	(6)
§ 2.1 单准则决策问题的分类	(6)
2.1.1 单准则决策问题	(6)
2.1.2 单准则决策模型	(7)
2.1.3 单准则决策问题的分类	(8)
2.1.4 例	(8)
§ 2.2 无实验时的风险型决策	(11)
2.2.1 期望值准则	(11)
2.2.2 最可能的自然状态准则	(12)
2.2.3 渴望水平准则	(13)
§ 2.3 进行实验时的风险型决策	(14)
2.3.1 附加实验	(14)
2.3.2 决策函数法	(15)
2.3.3 风险函数准则	(16)
2.3.4 贝叶斯风险函数准则	(17)
§ 2.4 进行实验时的风险型决策 (续)	(19)
2.4.1 贝叶斯公式	(19)
2.4.2 后验概率期望值准则	(20)
2.4.3 完全信息的价值	(21)
2.4.4 实验的价值	(22)
§ 2.5 不确定型决策	(23)
2.5.1 悲观准则(最大最小值准则)	(23)
2.5.2 最小最大后悔值准则	(25)
2.5.3 乐观准则	(26)
2.5.4 赫维茨准则	(26)
2.5.5 拉普拉斯准则	(27)
§ 2.6 决策树方法	(27)
2.6.1 决策树	(27)
2.6.2 多级决策问题	(28)

第三章 线性与非线性规划引论	(31)
§ 3.1 凸集与凸函数	(31)
3.1.1 凸集	(31)
3.1.2 凸锥与极锥	(32)
3.1.3 凸函数	(33)
3.1.4 多元凸函数	(35)
§ 3.2 无约束的最优化问题	(38)
3.2.1 全局最大值与局部极大值	(38)
3.2.2 局部极大值的充分与必要条件	(39)
3.2.3 确界	(40)
3.2.4 局部极值的数值近似算法	(41)
§ 3.3 有约束的最优化问题	(41)
3.3.1 等式约束的最优化问题	(41)
3.3.2 不等式约束的最优化问题	(43)
§ 3.4 线性规划	(44)
3.4.1 线性规划的标准形	(45)
3.4.2 单纯形法	(46)
3.4.3 单纯形法的矩阵表示	(50)
第四章 多目标规划	(56)
§ 4.1 引言	(56)
4.1.1 例子	(56)
4.1.2 品性空间上集合的非劣子集	(60)
§ 4.2 多目标规划问题	(62)
4.2.1 多目标规划的概念	(62)
4.2.2 多目标规划问题的图解法	(65)
§ 4.3 非劣解的充分和必要条件	(69)
4.3.1 非劣解的另一定义	(69)
4.3.2 库恩-塔克条件	(73)
§ 4.4 加权方法	(77)
4.4.1 加权问题	(77)
4.4.2 加权问题的最优解与非劣解之间的关系	(78)
4.4.3 基于加权法求非劣解集	(81)
4.4.4 基于加权法求非劣解集(续)数值方法	(84)
4.4.5 应用实例	(86)
§ 4.5 目标限制法	(89)
4.5.1 目标限制问题	(89)
4.5.2 非劣解与第 i 目标 ϵ 限制问题最优解的关系	(90)
4.5.3 通过解 ϵ 限制问题求非劣解集	(92)
4.5.4 通过 ϵ 限制问题求具有代表性的部分非劣解的算法	(96)

§ 4.6 其它方法概述	(99)
4.6.1 第 i 目标特别加权法	(99)
4.6.2 加权范数方法	(100)
4.6.3 等式限制方法	(101)
4.6.4 加权限制混合方法	(102)
4.6.5 非劣性测试法	(103)
第五章 线性多目标规划问题	(105)
§ 5.1 线性多目标规划问题的非劣解集	(105)
5.1.1 线性多目标规划问题	(105)
5.1.2 线性多目标规划问题非劣解集的结构	(107)
§ 5.2 线性多目标规划问题的图解法	(121)
§ 5.3 线性多目标规划问题的单纯形解法	(124)
5.3.1 单纯形法的基本构思	(124)
5.3.2 基本概念与术语	(126)
5.3.3 线性多目标规划问题的单纯形迭代表	(129)
5.3.4 初始非劣端点的确定	(132)
5.3.5 求出现行非劣端点的全部相邻非劣端点	(133)
5.3.6 辨识 x^0 所在的全部极大非劣表面	(142)
5.3.7 记录方法	(147)
5.3.8 例	(151)
§ 5.4 线性多目标规划问题的单纯形法 II	(161)
5.4.1 单纯形法 II 的基本思想	(161)
5.4.2 单纯形法 II 的步骤	(163)
5.4.3 例 用单纯形法 II 求解	(166)
第六章 效用理论初步及其在多准则决策中的应用	(171)
§ 6.1 偏好结构与效用函数	(171)
6.1.1 决策者的偏好结构	(171)
6.1.2 序关系	(173)
§ 6.2 确定性的效用函数	(175)
6.2.1 确定性效用函数的存在性	(175)
6.2.2 可加的效用函数	(177)
6.2.3 其他分解形式的效用函数	(180)
§ 6.3 不确定性的效用函数	(181)
6.3.1 不确定性多准则决策与不确定目标函数	(181)
6.3.2 不确定性的效用函数的存在定理	(182)
6.3.3 不确定性的效用函数的可加的分解形式	(190)
§ 6.4 效用函数的建立	(192)
6.4.1 建立效用函数的步骤	(192)
6.4.2 验证效用函数的存在性	(193)

6.4.3 选定效用函数适当的分解形式	(194)
6.4.4 构造一元分量效用函数	(194)
6.4.5 确定分解形式中的常数	(200)
6.4.6 一致性检验	(201)
§ 6.5 无差异曲线决策方法	(202)
6.5.1 无差异曲线决策方法	(202)
6.5.2 无差异曲面决策方法	(203)
6.5.3 无差异曲线(面)的建立	(204)
第七章 偏好已知情况下离散问题的决策方法	(206)
§ 7.1 引言	(206)
§ 7.2 基于品性的限制和比较的方法	(207)
7.2.1 品性限制法	(207)
7.2.2 改进的品性限制法	(208)
7.2.3 合理的社会福利函数法	(209)
7.2.4 案例研究: 会计原则评价问题	(209)
§ 7.3 加权平均法	(210)
7.3.1 加权平均法	(210)
7.3.2 加权平均法的理论根据	(211)
7.3.3 确定合适的加权向量的方法	(212)
§ 7.4 ELECTRE 方法 I	(213)
7.4.1 引言	(213)
7.4.2 地位不低于关系	(214)
7.4.3 “地位不低于”关系的建立	(217)
7.4.4 ELECTRE方法 I 的步骤	(219)
§ 7.5 ELECTRE 方法 II	(224)
7.5.1 ELECTRE方法 II 的特点	(224)
7.5.2 强地位不低于关系和弱地位不低于关系	(224)
7.5.3 排顺序过程	(226)
7.5.4 案例研究: 公司各部门评价问题	(232)
第八章 目的规划	(239)
§ 8.1 目的规划问题	(239)
8.1.1 目的与偏差	(239)
8.1.2 目的规划问题提法	(240)
§ 8.2 目的规划问题的解法	(243)
8.2.1 图解法	(243)
8.2.2 单纯形法	(246)
8.2.3 分部解法	(252)
§ 8.3 几点注记	(256)
8.3.1 目的规划问题的主要类型	(256)

8.3.2 目的规划与多目标规划	(257)
第九章 偏好已知的连续变量问题的其他决策方法	(258)
§9.1 引言	(258)
§9.2 字典式方法	(259)
9.2.1 字典式方法	(259)
9.2.2 例	(260)
§9.3 理想点方法	(263)
9.3.1 理想点的概念	(263)
9.3.2 距离的概念	(264)
9.3.3 理想点方法	(266)
9.3.4 转移理想点方法	(268)
§9.4 代用价值权衡替换法	(269)
9.4.1 引言	(269)
9.4.2 真非劣解的概念	(270)
9.4.3 权衡替换函数	(271)
9.4.4 建立权衡替换函数的计算步骤	(273)
9.4.5 代用价值函数的确定	(274)
9.4.6 求出最好妥协解	(275)
9.4.7 例	(277)
第十章 交互作用决策方法	(280)
§10.1 引言	(280)
§10.2 分步法	(281)
10.2.1 分步法	(281)
10.2.2 例	(283)
§10.3 杰弗里昂方法	(285)
10.3.1 杰弗里昂方法	(285)
10.3.2 例	(288)
§10.4 仲茨-华尔尼厄斯方法	(291)
10.4.1 仲茨-华尔尼厄斯方法	(291)
10.4.2 例	(293)
10.4.3 改进的仲茨-华尔尼厄斯方法	(296)
§10.5 概率权衡替换开发法	(299)
10.5.1 引言	(299)
10.5.2 概率权衡替换开发法的步骤	(300)
10.5.3 例	(303)
附录1 序关系	(311)
附录2 ELECTRE (I, II) 的设计思想及使用说明	(312)
参考文献	(328)

第一章 导 言

§1.1 多准则决策

1.1.1 决策与多准则决策

决策是人类的一项最基本的活动。在与自然界的斗争中,在解决自身的矛盾和冲突中,人们离不开决策。在科学技术高度发展,人类的生存与发展面临许多严峻问题的今天,正确地进行决策的重要性就更加明显。著名的管理科学家、诺贝尔奖金获得者西蒙(Simon, H.A.)说过“管理就是决策”。虽然他的话未必为每一个学者所赞赏,但却无疑说明了决策的广泛性和重要性。可以毫不夸张地说,小至每个人,大至国家、乃至世界组织的领导人物,每时都在处理决策问题。

人的决策活动大概从具有思维和推断能力时便开始了。小学生会遇到的决策问题是,当某个小伙伴要求用他的铅笔交换自己多余的橡皮时,同意还是不同意这种交换。小朋友之间,谁有了点新玩艺儿,大家总要凑上来想换点什么。小学生在考虑和“处理”这类问题的时候,自觉或不自觉地遵循使用价值和同学间的友情这两个原则。现今中学生面临的一个重要决策问题是高考时如何填报自己的志愿。几乎每一个考生,连同其父母,都在这个问题上煞费苦心。考分低的学生犹豫于报考最差的大學以确保“有学上”和报考较好大学“撞撞大运,不成明年再战”之间。自估考分高的学生,则徘徊在各名牌大学和被录取的概率的估计上。个人的专业爱好,大学的声誉,有无社会关系以及被录取的概率是这部分人所考虑的主要因素。

人再长大一点,就到了寻求配偶的年龄。根据社会学家对近年来报纸上刊登的征婚广告的分析,寻偶者对候选人的要求有以下几个方面的品性:身体方面,包括身长、健康程度和仪表;年龄;经济收入;文化程度;气质与风度等等。对上述各品性,有的是存在客观度量的,如年龄、收入等,有些则带有较大的主观性,如仪表、风度等。权衡了各候选人的上述全部品性后,求偶者或在其中挑选一个“最好”的,保持接触。或干脆全不满意,待以后再说。

我们称按一定目的建立起来的两个人以上组成的集体为一个组织,事业单位、企业单位、政党、政府、联合国等等都是组织。在信息化的现代生活中,一个组织所面临的决策问题则往往更重大、更经常、更复杂、更普遍、更紧迫。当前在我国,各级组织的一个重要决策问题,是选拔接班人的决策问题。大家知道,评价与考核候选人,采用多个品性、多个准则。任人唯贤、德才兼备是总的指导思想,但要体现这一思想,必须再确定一些较为具体的指标。许多地方在考评干部时,规定了年龄、健康状况、政治素质、工作能力、业务能力、知识结构、人际关系等等品性。正常的做法是,根据以上全部品性,把候选人排出一个顺序,排在第一位的便是“最好”的人选。当然,如何排这个队,取决于决策的准则。任何组织中的管理工作,最重要的就是决策。

我们列举了以上例子，是要说明决策问题的普遍性和重要性。我们并没有定义什么是决策问题。对于决策的定义，不同的学者有不同见解，作者认为没必要在词句与概念上做文章。在这里，我们只想直观地描述。本书所说的决策，是指从两个以上可行方案（或称候选方案包括候选人）中进行评价与排序，选出其中“最好”的方案。决策科学是世界上最近发展起来的以研究决策问题为核心的具有广阔前景的新学科，它不仅包括传统的运筹学/管理科学的内容，如贝叶斯决策分析，线性与非线性规划，整数规划，排序问题，排队论，系统仿真，动态规划，随机过程等等，还包括最近发展起来的占有十分重要地位的多准则决策，也包括与决策行为有关的行为学、心理学等内容。国外不少大学或管理学院设立了决策科学系。近来，国内出现了“决策学”的字眼。我们认为，决策与控制是有联系但是又有区别的两个不同概念。决策不等于控制。详细讨论这些概念，超出了本书的范围。

1.1.2 多准则决策问题

决策问题，就其本质来说，绝大多数都是多准则的。多准则决策，有的学者又称做多目标决策、多品性决策。所谓多准则决策问题，就是涉及多个品性，多个目标，目的，多个准则的决策问题。在贝叶斯决策理论中，对各候选方案所关心的只有一项品性，例如期望的收益或损失。若是收益，当然是数量越大越好。若是损失，当然是数量越小越好。因而对于这类决策问题，只有一个决策准则，即极大化期望收益或极小化期望损失。对于运筹学/管理科学的其他分支，也都是一个单目标的优化问题。重大的决策问题在通常情况下都是多准则的，只有在战争、瘟疫等非常时期，才只考虑一个目标。应该说，单目标的决策问题，是对于复杂的实际问题的一种简化。

我们在上一段所列举的例子中，不论大的还是小的决策问题都是多准则的。在选择配偶的问题中，决策者用来描述候选人的品性有多个：身高，健康程度，仪表，年龄，收入，文化程度，风度与气质。其中每一项对于评价候选人都发生作用，而这些品性的全体，对于择偶者，就能充分描述候选人。对于其中的某些品性，决策者希望其水平越高越好，例如收入、健康程度等等；有些品性，决策者则希望越接近某个固定的数值越好，例如年龄等。在上述问题中，决策者要同时综合考虑各候选人的全部品性；评价与排列候选人；最后再做出选择。

本书今后只考虑具有良性结构的决策问题。我们这里说的良性结构，是指可以用数学模型来描述的。对于多准则决策问题涉及的一些重要概念，现叙述如下：

决策者 决策者是指在考虑的决策问题中，有权利、有责任做出最终选择的个人或集体。例如在小学生铅笔交换决策中，决策者就是被要求交换的小学生；遴选接班人的决策中，决策者就是这个组织的最高负责人或这个组织的领导成员集体或这个组织的全体成员（用投票方式产生）。

分析者 分析者有人又译作分析师。由于现代决策问题十分复杂，单凭决策者的直觉和经验难以做出正确的决策。进行方案的评价和排队，要借助于定量分析和综合评价。受决策者的委托，从事这一工作的人称为分析者。分析者根据已有理论与方法，提出决策建议。但最后的决定权仍属于决策者。

决策变量 决策变量是表示候选方案（候选方案、可行方案、行动方案等等）的变

量。例如在小学生交换铅笔的决策中，决策变量只有两个值，分别代表同意和不同意交换。在遴选接班人的决策问题中，决策变量就表示每一个候选人，这时决策变量有有限个值，例如10个，8个或40个，50个等。一般地，决策变量可以用一个 n 维($n \geq 1$)实数来表示，由于人力、资源及其他限制，决策变量的取值范围受到限制。一切可供选择的决策变量的集合，称为可行域。

按决策变量是离散的或连续的，多准则决策问题可以划分为离散的多准则决策问题和连续的多准则决策问题。

品性 品性是决策变量的品质和特性的表征。多准则决策问题的品性有多个而不是一个。全部品性的水平，就代表了候选方案本身。

对于现实生活中的许多多准则决策问题，有些品性具有自然的意义和度量，例如，收益用人民币表示，工期用天表示。有些品性则是人为的，例如用人一日表示某旅游地开发的程度。对于连续的多准则决策问题，品性可用决策变量的实值函数来表示，这样的函数，称为品性函数。

每一个品性应具有可理解性和可度量性。可理解性是指品性的值能充分表达该候选方案在这一方面所达到的水平。可度量性是指有相当可行的方法来确定该品性的数值。表示品性的数量可以是“基数”，也可以是“序数”。用序数表示的品性，常带有主观性。如美观的程度，气质的好坏等，通常只能用等级即序数表示。

在多准则决策中采用哪些品性，对决策者来说具有一定的主观性，反映了决策者的价值观念。全部品性的集合应满足四条性质：这个品性集合必须是完备的、可使用的、可分解的和极小的。称品性集合是完备的，如果候选方案的有关性质和面貌都可以通过其中某品性表现。称品性集合是可使用的，如果每一品性的值都可用来进行决策分析。称品性集合是可分解的，如果评价过程可以把决策问题解体为若干部分而简化。称品性集合是极小的，如果它的任何真品性子集都是不完备的。

目标 对目标的概念，不同的文献有不同的理解。本书中所谓目标，有两重含义。目标若用在多准则决策中，每一个目标都是关于所考虑的系统希望达到的状态的一种描述，也是决策者的努力方向。在这个意义上讲，目标可划分为若干个等级，即认为目标有递阶结构。最高级为总目标，下属若干个二级目标。每一个二级目标又可划分为若干个三级目标，即三级目标……，这样直至最低级称为操作级目标。从逻辑上讲，递阶目标由上往下是回答“怎样”实现的问题，从下往上是回答“为什么”的问题。例如对于河流治理的多准则决策问题，总目标应是改善流域内人民生活，二级目标是加速经济发展和改善环境质量。其中前者又可划分为增加农业产量，增加灌溉面积等三级目标。

目标在多目标规划中，简单地指各品性的努力、追求的方向。

操作级目标的达到水平，用相应品性的数值来表示。

目的 目的一词在本书中理解为“设定值”，“靶子”等特定的品性数值，有时也指一定的变化区间。偏离目的越小，决策者应感到越满意。

准则 决策的准则是指与每一个品性联系的规则。每一个品性对应着一个准则，借助于全部决策准则，可以把决策变量排出一个优先次序。因而，决策准则体现了决策者的偏好结构。在多目标规划问题中，同时求各品性函数的最大值。这样规定了各准则。在目的规划中，按照给定的优先级和加权，求出偏差最小的解，总体上体现了多个准

则。

1.1.3 多准则决策过程

多准则决策过程，在这里指的是多准则决策问题由提出、分析评价、求解直至应用的整个过程，大致可以分为以下五个步骤：

1. 决策问题的确定。由于决策者的需要或客观形势的迫使，提出要决策的问题，划定系统的边界。明确哪些因素是在考虑之中的，哪些不在考虑之列。最后用文字把问题表述清楚。

2. 建立系统的模型。模型包括经验模型、图表模型、物理模型和数学模型。在数学模型中除了确定模型结构外，可能还要估计若干参数。对于良性结构的多准则决策问题，就是要建立数学模型，包括确定决策变量、品性函数。品性的选择一来反映了决策问题的实质，又体现了决策者的价值观念。品性函数本身，即决策变量与品性水平间的定量描述，是客观实际的反映。对于离散的决策问题，候选方案与品性水平的关系，是自然规定的。

3. 确定决策准则。这步工作是建模的继续，对每一品性规定一个准则，或确定体现多个品性的其他准则。

4. 进行分析与评价。根据决策模型及决策准则，采用适当的方法与工具，包括决策者、分析者、计算机对话的方式，对各候选方案进行分析与评价。按决策者的偏好次序，把候选方案排出一个顺序。这个顺序可以用不同的方式表现。最后给出决策建议。对于复杂的、重大的决策问题，这一步工作是由分析者或分析者与决策者联合完成的。

5. 再评价与决策建议的采用。决策者对给出的决策建议可能满意，也可能不满意。这分别导致把决策付诸实施或再评价决策的候选方案，后者包括修改模型，扩充可行域，修订决策准则等。

由于多准则决策的理论、方法和应用是在较短的时期内发展起来的，因此不难理解，各学派之间采用的名词、术语不尽统一这个现象。我们在这里避免给出严格定义。详细内容请参阅本书以后各章或有关文献。

§1.2 多准则决策的历史和文献概述

第二次世界大战期间发展起来的运筹学/管理科学，包含许多分支。这些传统的学科有一个共同的特点，就是在一定的约束下，极大化或极小化一个目标函数，例如极大化收益，极小化损失等等。如果把这类问题都归入决策问题的话，它们只具有一个目标或准则。

最近廿年来出现了一个新领域：多准则决策的理论、方法与应用。由于管理学及其他实际问题的需要，使得人们在处理重大决策问题时，不再仅仅考虑一个目标、一个准则，而是同时考虑多个目标、多个准则。例如进行产品计划研究时，公司的经理不再满足于极小化生产成本，而是同时考虑多个品性，包括生产成本、短期和长期资本需求，工人的满意程度与效绩，产品的适应性，能源消耗等等。

虽然早在1896年巴雷多（Paréto）就提出了巴雷多最优的概念，但这一概念引进到运筹学/管理科学却是本世纪50年代的事。柯普曼（Koopman 1951）的生产、配置分析，马

考维茨 (Markowitz 1959) 的投资方案选择是代表性的工作。在美国, 由洛克菲勒基金会等单位资助哈佛水资源项目, 在多准则决策的理论、方法和应用方面起了重大作用, 自60年代以来有大量文献出版。此后一系列的研究成果问世。70年代有大量关于多准则决策的专著出版。欧洲的学者也做了杰出贡献, 例如ELECTRE算法, 为离散的多准则决策问题提供了强有力的工具。多准则决策传入我国较晚, 70年代以来, 几位学者在多目标规划等方面做了十分可喜的工作。

本书未能引用更多的应用报告。因为这些发表的报告, 系统比较复杂, 占用篇幅较大。Goicoechea等 (1982) 列举了现实问题应用的十个方面, 计有工业计划与控制, 生产能力配置, 交通与公共管理, 财政计划与资本预算, 科学规划, 人力规划, 研究与发展项目的设计、评价与选择, 自然资源管理, 国土使用规划, 水资源开发利用等等。在我国, 多准则决策的应用也有不少报导。

现在, 有浩如翰海的英文文献可供参阅。吉列尼 (Zeleny, 1982) 引用了截止到1980年的34本专著和1000多篇论文和报告。谭懋等 (Chankong & Haimes 1983) 等人也引用了大量的文献。本书引用了较为重要的英、法文文献, 包括了多准则决策的主要内容和最新进展。

第二章 单准则决策概要

§2.1 单准则决策问题的分类

2.1.1 单准则决策问题

在某种意义上讲，多准则决策是单准则决策的推广和扩充。因此，在研究多准则决策问题之前，我们有必要温习一下单准则决策的主要内容。单准则决策是相对于多准则决策而言的，就是一般教科书上所谓“决策论”的内容。虽然各种数学规划问题都可以广泛地理解为决策问题，也是多准则决策问题的一个基础，但本章只严格限于“决策论”的范围。有关数学规划的问题，我们将于第三章另做概述。

单准则决策问题和多准则问题一样，源出于决策者变革外部世界的需要。单准则决策问题区别于多准则问题的主要点是，它只考虑一个品性以及与此品性相联系的一个决策准则。这当然是对复杂的决策问题的一种简化。一个单准则决策问题，一般包括以下要素。

1. 全部可供选择的行动方案。这些候选方案是事先确定的。我们在这里只考虑候选方案的个数是有限的。但应该指出，候选方案的个数必须大于或至少等于2。因为若只有一个候选方案的话，就无选择可言，不成为决策问题。行动方案是指决策者的一整套行动步骤或实施方案，并非指其中的某一个行动步骤。候选方案有时也简称行动。

2. 决策所面临的环境或自然状态。即直接影响行动方案后果的将要发生的客观形势，这种形势通常是不确定的，是决策者或分析者不能改变且常是难于预测的。例如，某大学生已决定周末去郊游，正考虑要不要带雨伞。他的行动方案只有两个：带雨伞去和不带雨伞去。这个决策问题的自然状态就是周末的天气形势，包括阴天、雨天和晴天。尽管他可以利用天气预报，但天气预报并不百分之百的准确。自然状态的含义是很广泛的，凡是影响后果的而决策者无法改变的因素都可以包罗于自然状态的范畴。不过为了研究起来方便，通常只考虑最主要的。因此，可以用一个随机变量来描述自然状态。不同的自然状态（例如上例中的晴天、阴天、雨天）可以看做该随机变量的取值。对于有些问题可以知道自然状态的概率分布。

3. 按给定的准则最优化一个品性。由给定的行动方案和任何可能出现的自然状态，唯一地确定一个后果。这个后果用一个品性，例如经济效益、成本等等来描述。事先给定的单一的准则可以是极大化、极小化这个品性水平，或追求特定的水平（目的）。这是对各候选方案进行评价和选择的唯一标准。这个决策准则是反映决策者的偏好的，一般是由决策者确定。

在以上三个要素中，当然还有许多细微的步骤，例如对于风险形势下自然状态发生概率的确定，一切可能的后果的确定，以及采用何种最优程序等。这些问题将随着问题的逐步展开而一一解决。

2.1.2 单准则决策模型

现在, 我们把以上的叙述公式化, 即提出决策问题的数学模型。一个单准则决策问题的数学模型包括:

1. m 个可供选择的行动方案组成的集合。这个集合用 A 表示, $A \triangleq \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$, 其中 $a_i \in A, (i=1, 2, \dots, m)$ 表示第 i 个可供选择的行动, 或称第 i 个候选方案。

2. n 个自然状态组成的集合 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$, 其中 $\theta_j (j=1, 2, \dots, n)$ 表示随机变量可能的取值, 其发生的概率 $P(\theta_j)$ 可以是已知的也可以是未知的。

3. $m \times n$ 个支付数值的集合 $G = \{g_{11}, g_{12}, \dots, g_{1n}, \dots, g_{m1}, \dots, g_{mn}\}$ 。对于每一个“行动-自然状态”的组合 $(a_i, \theta_j), i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, n$, 都对应着一个实数 $g_{ij} = g(a_i, \theta_j)$, 其中 g 是一个二元函数, 称为支付函数或效益函数, 通常以金钱或效用来度量。

4. 定义在 A 上的决策准则函数 $f(a_i), a_i \in A$ 。其中 $f(\cdot)$ 是实值函数。

然后极大化准则函数, 即通过适当方式求出行动方案 a_i^* , 使得

$$f(a_i^*) = \max_{1 \leq i \leq m} f(a_i)$$

则称 a_i^* (可能不唯一) 为关于决策准则函数 f 的最优行动方案, 或最优决策。

模型中的前三项内容, 即 A, Θ, G , 可以用支付矩阵 (见表2.1.1) 来表示。支付矩阵有的文献上又称为决策表。

表 2.1.1 支付矩阵

		自 然 状 态				
		θ_1	θ_2	...	...	θ_n
行	a_1	g_{11}	g_{12}	...	...	g_{1n}
动	a_2	g_{21}	g_{22}	...	...	g_{2n}
方	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$			$\vdots$
案	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$			$\vdots$
	a_m	g_{m1}	g_{m2}	...	...	g_{mn}

注意, 支付矩阵是一个 $m \times n$ 常数矩阵, 其中习惯上用行表示行动方案, 用列表示自然状态, 即对每一个 $i, (i=1, 2, \dots, m), g_{i1}, g_{i2}, \dots, g_{in}$ 表示采用行动 a_i 时可能产生的后果; 而对每一个 $j, (j=1, 2, \dots, n), g_{1j}, g_{2j}, \dots, g_{mj}$ 表示若自然状态 θ_j 发生时, 采用行动 $a_1, a_2, \dots, a_m$ 发生的后果。其中 $g_{ij} = g(a_i, \theta_j)$ 。

关于决策准则函数 $f(\cdot)$, 有多种选择的可能性, 以下各节将详细论述。一般而言, 不同的决策准则函数导致不同的最优行动方案。

对于 $m \times n$ 个可能的后果, 有的文献不用支付矩阵而用损失矩阵来描述。令 $l_{ij} = -g_{ij}, (i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n)$ 表示行动 a_i 与自然状态 θ_j 的组合对决策者产生的损失, 称 $L = [l_{ij}] m \times n$ 为损失矩阵。对应于损失矩阵, 决策准则一般地是使损失最小, 即对决策准则函数 $f(a_i)$ 极小化。求出 $a_i^* \in A$, 使得