

叶轮机械的气固两相流基础

沈天耀 林建忠 编著

机械工业出版社

(京) 新登字 054 号

本书给出了气固两相悬浮体本身及其流动的一些基本物理概念和数学描述,叙述了处理气固两相流动的几种基本方法、基本模型及相应的基本方程,说明了这些方程在不同情况下的应用。书中还描述了悬浮于真实气体中固粒的运动学特性,处理两相耦合问题的一些基本方法,并阐述了叶轮机械气固两相流中最突出的问题——磨损与沉积。最后给出了为预测磨损必不可少的一些工程基础问题,如磨损机理、磨损率、反弹规律等等,同时也提出了相应的减轻磨损和沉积的措施。

本书可作为大学生、研究生的教材,也可作为有关科技人员及工程师的参考用书。

图书在版编目 (CIP) 数据

叶轮机械的气固两相流基础/沈天耀,林建忠编著。

北京:机械工业出版社,1994

ISBN 7-111-03888-6

I. 叶...

I. ①沈... ②林...

Ⅱ. 叶轮机械-气体-固体流动-理论

Ⅳ. TK05

出版人:马九荣(北京市百万庄南街1号 邮政编码100037)

责任编辑:林松 版式设计:王颖 责任校对:肖新民

封面设计:肖晴 责任印制:路琳

机械工业出版社印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行

1994年2月第1版·1994年2月第1次印刷

787mm×1092mm^{1/16}·9印张·215千字

00 001—9 0 0 册

定价:15.00元

前 言

我们知道，在自然界及广泛的实际问题中，运载流体中悬浮着粒子的两相流动，一直是很多科学技术研究工作的课题。例如：环境污染的控制；河流泥沙的迁移；城市和森林失火时火焰的迁移；化学反应过程中尘雾的收集；流化床；各种沉积问题及沉积控制；微滴及粒子的燃烧与喷油及喷粉燃烧；从液体及气体中分离粒子及各种分离器；喷雾、喷雾冷却、蒸发汽化等；固粒及煤粉粒子的液力及气力输送；喷砂、喷漆等；叶轮机械（两相介质的水泵与风机、沙漠环境中工作的叶轮机械、煤气透平等）中的两相流、磨损及沉积等都是这类问题。它们中有许多共性，也有许多个性问题。

由于多相流基础方面的教科书及专著已有不少，其内容有的纯属基础方面的内容，有的既阐述上面那些问题的共性知识，但也偏重某个具体领域中的问题。但叶轮机械中的两相流问题见诸于专著的却甚少，特别是偏重叶轮机械的气固两相流问题。近年来，在我国不少高等院校及科研机构，以及有关大中型企业中，由于有国家有关部委的资助，正掀起一个研究热潮。为使有关专业高年级本科生、研究生、有关科技人员及工程师们入门方便，较快地掌握有关前沿问题的提出背景，特编著此书。此书亦作为本校流体力学及流体工程专业的高年级大学生和研究生的选修课教材。

作者于浙江大学

1992年3月脱稿

目 录

前言		
第一章 基本概念及基本方程	1	
第一节 气固两相悬浮体中的相互作用及介质的划分准则	1	
第二节 剪切流中气固两相流的相间作用	2	
第三节 三种不同的基本模型与基本方程	17	
第四节 相对旋转坐标系中的气固两相流动相似	23	
参考文献	28	
第二章 不同流动模型的处理方法及其应用	30	
第一节 不同流动模型的处理方法和特点	30	
第二节 拉格朗日方法的第一种应用	31	
第三节 拉格朗日方法的第二种应用	35	
第四节 欧拉方法的第一种应用	39	
第五节 欧拉方法的第二种应用	42	
参考文献	47	
第三章 气固两相湍流及其应用	48	
第一节 湍流概述	48	
第二节 湍流的有关基本概念	53	
第三节 湍流中气固两相的相互作用	58	
第四节 湍流场中拉格朗日方法的应用	68	
第五节 湍流场中欧拉方法的应用	72	
参考文献	80	
第四章 叶轮机械中磨损问题的工程学基础	82	
第一节 磨损机理与磨损类型	82	
第二节 磨损率与影响磨损率的基本因素	87	
第三节 高速粒子的反弹特性	91	
第四节 磨损的细观过程讨论	98	
第五节 抗磨、耐磨措施及该倡导的指导思想	101	
参考文献	103	
第五章 气流中的固粒对叶轮机械的作用与影响	105	
第一节 固粒对叶轮力学性能的影响	105	
第二节 固粒在叶轮表面的堆积	110	
第三节 固粒对叶轮表面的磨损	122	
第四节 减少沉积和磨损的若干方法	132	
参考文献	137	

第一章 基本概念及基本方程

第一节 气固两相悬浮体中的相互作用及介质的划分准则

一、气固两相悬浮体及其相互作用

气固两相悬浮体是气相介质与固相介质的混合物，更确切地讲，是固相颗粒悬浮在气相介质中的混合物或混合介质。

在气固悬浮体的运动中，无论是流体还是粒子速度均由当地的平均量与随机分量组成，而这样一个系统的力学性态的真实图案，必须包括依赖于这两个速度场的一系列相互作用：

(1) 由它们的平均速度之间的差所产生的固粒与气相之间的相互作用，我们用符号 $(\mathbf{v}_p \sim \mathbf{v}_g)$ 表示。它引起推进粒子运动的非随机部分的气动阻力与气动力。

(2) 粒子与气体速度的脉动分量之间的相互作用，我们用符号 $(\mathbf{v}'_p \sim \mathbf{v}'_g)$ 表示。它可以引起两相速度分量之间无论是在哪个方向上的动量交换，也可以阻尼气体速度的脉动和刺激粒子速度的脉动，反之亦然。

(3) 通过粒子之间的相互作用力，粒子运动脉动部分之间与粒子平均运动之间的相互作用，我们用符号 $(\mathbf{v}'_p \sim \mathbf{v}'_p) + (\mathbf{v}_p \sim \mathbf{v}_p)$ 表示。它产生粒子群内的应力，并引起其视在粘度。

(4) 气体速度的湍流脉动与气体的平均运动各自与相互之间的作用，我们用符号 $(\mathbf{v}'_g \sim \mathbf{v}'_g) + (\mathbf{v}_g \sim \mathbf{v}_g)$ 表示，它产生所谓粘性应力和雷诺应力。

有关这些相互作用力的数学表达，我们将在有关章节中介绍。

二、稀相与稠相，连续介质与离散介质的划分

为对气固两相悬浮流在数学描述与处理上的方便，我们对固相引入稀相与稠相、连续介质与离散介质的概念。并且介绍它们的划分准则。

气—固混合物的流动，可以按照粒子—粒子碰撞对粒子运动的重要性进行分类。一种流动，其间的粒子运动由碰撞所支配，称之为“稠相”流动。若一种流动，其间的粒子运动，由作用在粒子上的空气动力所支配，称之为“稀相”流动。稠相气—固流动最通常的例子是流化床和高载荷的气力输送系统。稀相气—固流动包括静电除尘器、旋风分离器与离喷雾器足够远距离的喷雾，以及载粒介质的风机与透平中的流动。为确切进行划分“稀相”与“稠相”的界线，我们可以从类比于单相（气相）流体的自由分子流动范畴及连续流动范畴的划分方式来获得。

分子运动论证明，分子碰撞之间的平均距离，近似地由下列关系式给出

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{N\sigma} \quad (1-1)$$

式中， $\bar{\lambda}$ 称平均自由程； N 是单位体积内的分子数（如在 0°C ，一个大气压下，一立方厘米内的气体，有分子约 2.7×10^{19} 个）。 σ 是粗略的分子横截面。

同样可以引入粒子—粒子碰撞之间的迁移距离 $\bar{\lambda}_p$ 。

气体分子之间的间距为 \bar{l} ，粒子之间的间距为 \bar{l}_p 。对气体相，有 Knudsen 数 $K_n = \bar{\lambda}/\bar{l}$ ，

\bar{L} 是流场的特征长度。对粒子相, 对应地有斯托克斯(Stokes)数 $St = \bar{\lambda}_p / \bar{L}$ 。

另外, 若我们考虑一个粒子, 它相对于气体有 Δv_p , 在随气体运动的坐标系中, 粒子停下来前, 粒子将迁移一个距离约 $\Delta v_p \bar{t}_p$, \bar{t}_p 可称之为粒子速度的空气动力松弛时间。

Crowe^[1] 曾提出一个划分气—固悬浮体稀相性的准则: 若 $\Delta v_p \bar{t}_p / \bar{\lambda}_p < 1$, 则称之为稀相。若 $\Delta v_p \bar{t}_p / \bar{\lambda}_p > 1$, 则称之为稠相。

不过, 这个准则对于建立概念(稀相与稠相)与概念(连续介质与离散介质)之间的联接及区别, 不甚清楚。因为 Crowe 的准则, 主要以气—固两相流中粒子间是否发生碰撞为稀相与稠相的分界线。而把粒子相处理为连续介质, 可类比于把气相处理为连续介质那样, 后者的条件是 $K_n \ll 1$, 而前者是 $\bar{l}_p / \bar{L} \ll 1$ (注意: 不是 $\bar{\lambda}_p / \bar{L} \ll 1$)。至于气相采用 $\bar{\lambda} / \bar{L}$ 来判断, 而粒子相采用 \bar{l}_p / \bar{L} 来判断, 可这样来看待, 因从物理上讲, 气相中的信息传递, 是通过向所有方向运动的压力波, 而压力的形成是分子的自由运动引起的。而在稀相粒子云中, 没有东西相当于气相中的压力, 信息传递沿着粒子轨迹。因此从传递信息的连续性讲, 判据 $\bar{\lambda} / \bar{L}$ 与 \bar{l}_p / \bar{L} 是相当的。而粒子—粒子碰撞对流动的重要性, 将首先利用比值 $\bar{\lambda}_p / \bar{L}$ 来度量。事实上, 假如我们考虑的是具有常物质密度、均匀尺寸的球形粒子, 那么, 除非有外力作用在粒子上, 在 $\bar{l}_p / \bar{L} \ll 1$ 的条件下, 流场中彼此靠近的粒子, 几乎不可能获得有明显差别的速度。这意味着, 在该条件下, 粒子—粒子间的碰撞将不发生或者将可被忽略。这就是说, 在可以把粒子相处理为连续介质的条件下, 粒子间的碰撞仍可能被忽略, 即仍可看作稀相, 反之亦然。因此从定性上讲, 稠相固粒可作连续介质处理, 稀相固粒也可作连续介质处理, 当然也有可能必须作离散介质处理。Crowe 的准则不可能定量地表达这种联系与区别。而文献[2]所提出的准则却较好地解决了这个问题, 也可以说是对气—粒悬浮体的稀相性, 提出了一个更精确、更正确、更明确的准则。

一般来讲, 通常的固粒与液滴的物质密度 $\bar{\rho}_p$, 比气体 ρ_g 大 10^3 数量级。体积分数 ϵ_p 由 $\nu_p \rho_g / \bar{\rho}_p$ 给定, 其中 ν_p 是粒子的质量载荷(或负载)比。假如粒子平均自由程 $\bar{\lambda}_p$ 是 $\bar{l}_p / \epsilon_p^{2/3}$, 于是, $\bar{\lambda}_p / \bar{L} = (\bar{l}_p / \bar{L}) / \epsilon_p^{2/3}$ 。因此, 假如 $\bar{l}_p / \bar{L} = O(\epsilon_p^{2/3})$, 于是 $\bar{\lambda}_p / \bar{L} = O(1)$, 显然, 这时气—固混合物可以处理为稀相。换言之, 假如 $\nu_p = O(1)$, $\bar{l}_p / \bar{L} = O(10^{-2})$ 是粒子相属于稀相的充分条件。确切的讲, 粒子的平均自由程 $\bar{\lambda}_p$ 依赖于横越粒子的相对速度, 然而我们仍然有理由去假设 $\bar{\lambda}_p = O(\bar{l}_p / \epsilon_p^{2/3})$, 这样, 上面的讨论, 一般讲是成立的。

经过上面的一番讨论, 可以概括如下:

假如 $\nu_p = O(1)$, $\bar{l}_p / \bar{L} = O(10^{-2})$, 气固悬浮体的固相, 可以处理为稀相。

根据粒子相可处理为连续介质的判据 $\bar{l}_p / \bar{L} \ll 1$, 稀相固粒的气固悬浮体(这时 $\bar{l}_p / \bar{L} = O(10^{-2}) \ll 1$)中, 其固相仍可处理为连续介质。

第二节 剪切流中气固两相流的相间作用

气固两相悬浮体中最重要的相互作用是相间平均流场的相互作用, 而它们的重要性在稀悬浮体中尤为突出, 它们对两相悬浮体的流动起着关键的作用。根据物理机制上的差别, 这种相间作用可分为几类。

一、粘性阻力

(一) Stokes 阻力

半径为 r 的圆球在无界均匀流场中, 受粘性力的作用, 当相对运动速度极低时, N-S 方程中的惯性力项 $\frac{D\mathbf{v}_s}{Dt}$ 与粘性项 $\frac{\mu \nabla^2 \mathbf{v}_s}{\rho_s}$ 相比为小量, 即 $\frac{D\mathbf{v}_s}{Dt} / \frac{\mu \nabla^2 \mathbf{v}_s}{\rho_s} \ll 1$ 时, 或者说

$$\frac{\frac{D\mathbf{v}_s}{Dt}}{\frac{1}{\rho_s} \mu \nabla^2 \mathbf{v}_s} \sim \frac{\mathbf{v}_0^2 / L_0}{\mu_0 \mathbf{v}_0 / (\rho_0 L_0^2)} = \frac{\rho_0 \mathbf{v}_0 L_0}{\mu_0} = Re \ll 1$$

以上 μ 为粘性系数, 下标 0 代表特征量。作为一种近似, 我们可以忽略 N-S 方程中的惯性力项。于是, 我们可以得到简化的 N-S 方程

$$-\frac{1}{\rho_s} \nabla p + \frac{1}{\rho_s} \mu \nabla^2 \mathbf{v} = 0 \quad (1-2)$$

该方程又称斯托克斯方程。它与连续性方程

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1-3)$$

一起, 成为描述极慢粘性流动的方程组, 或按前述的 $Re \ll 1$ 的条件, 它又称为小雷诺数流动方程组, 当然, 圆球绕流只是其中的一个实例, 如图 1-1 所示。

方程(1-2)和(1-3)应用于圆球绕流的解, 在许多流体力学基础教科书^{[3]、[4]}中均有详细推导, 这里不再赘述, 只引述某些结果。

$$v_R = v_\infty \cos \theta \left(1 - \frac{3}{2} \frac{r}{R} + \frac{1}{2} \frac{r^3}{R^3} \right) \quad (1-4)$$

$$v_\theta = -v_\infty \sin \theta \left(1 - \frac{3}{4} \frac{r}{R} - \frac{1}{4} \frac{r^3}{R^3} \right) \quad (1-5)$$

$$p = p_\infty - \frac{3}{2} \mu \frac{v_\infty r}{R^2} \cos \theta \quad (1-6a)$$

式中, v_R 和 v_θ 分别对应图 1-1 中 R 方向和 θ 方向的速度; p 是压力。利用广义牛顿粘性应力公式, 可以求出球面上的应力

$$\begin{cases} (p_{RR})_{R=r} = \left(-p + 2\mu \frac{\partial v_R}{\partial R} \right)_{R=r} = -p_\infty + \frac{3}{2} \frac{\mu v_\infty}{r} \cos \theta \\ (p_{R\theta})_{R=r} = \mu \left(\frac{1}{R} \frac{\partial v_R}{\partial \theta} + \frac{\partial v_\theta}{\partial R} - \frac{v_\theta}{R} \right)_{R=r} = -\frac{3\mu v_\infty}{2r} \sin \theta \\ (p_{\theta\varphi})_{R=r} = 0 \end{cases} \quad (1-6b)$$

式中, φ 表示垂直于 $R-\theta$ 平面的方向。于是球面所受的表面力之和为

$$\mathbf{F}_z = \mathbf{e}_z \int_0^\pi [(p_{RR})_{R=r} \cos \theta - (p_{R\theta})_{R=r} \sin \theta] 2\pi r^2 \sin \theta d\theta$$

积分得

$$\mathbf{F}_z = \mathbf{e}_z 6\pi \mu v_\infty r \quad (1-7)$$

通常定义圆球阻力系数 C_D 为

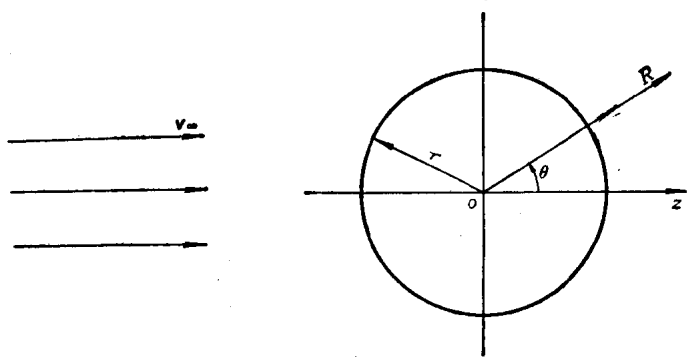


图 1-1 圆球绕流

$$C_D = F_z / \left(\frac{1}{2} \rho v_\infty^2 \pi r^2 \right)$$

于是得

$$C_D = \frac{24}{Re} \quad (1-8)$$

式中

$$Re = \frac{2r v_\infty}{\nu}$$

上式即是通常所称的斯托克斯公式。将由斯托克斯公式所解得的值与实验结果进行比较，在 $Re < 1$ 的条件下，两者符合得较好。

当 Re 数再增大时，斯托克斯方程显然已不适用，主要是已不能完全略去惯性力项，若保留惯性力中的主要部分，它必将与实验符合得更好。根据无穷远处条件： $u_\infty = v_\infty, v_\infty = 0, w_\infty = 0$ 及物面条件： $u_s = 0, v_s = 0, w_s = 0$ ，可以认为在整个流场中， v, w 相对于 v_∞ 而言为小量。于是，当将 u, v, w 表示成下式时

$$u = v_\infty + u'$$

$$v = v'$$

$$w = w'$$

可认为式中的 u', v', w' 为同阶小量。将上式代入不可压缩粘性流体动力学方程组，并忽略高阶小量，于是可得

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$$

$$\rho_\infty \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_\infty} \nabla p + \frac{1}{\rho_\infty} \mu \nabla^2 \mathbf{v}'$$

\mathbf{v}' 为扰动速度。此方程称作奥森近似方程。该方程的边界条件为

$$(\mathbf{v}')_\infty = 0$$

$$(\mathbf{v}')_s = 0$$

下面，我们也只给出所求得的阻力公式

$$F_z = c_e 6\pi\mu v_\infty r \left(1 + \frac{3}{8} \frac{r v_\infty}{\nu} \right) \quad (1-9)$$

相应的圆球阻力系数为

$$C_D = \frac{F_z}{\frac{1}{2} \rho_\infty v_\infty^2 \pi r^2} = \frac{24}{Re} \left(1 + \frac{3}{16} Re \right) \quad (1-10)$$

由图 1-2 可见，奥森近似的结果与实验结果更接近，且一直到 Re 为 5 左右。

在稀气固两相悬浮体中，近似处理为圆球的固粒，其相间的粘性阻力将可套用斯托克斯公式和奥森公式，并且它是粒子雷诺数的函数。

$$Re_p = \frac{|\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_f| d_p}{\nu} \quad (1-11)$$

式中， d_p 是固粒直径； \mathbf{v}_s 是当地

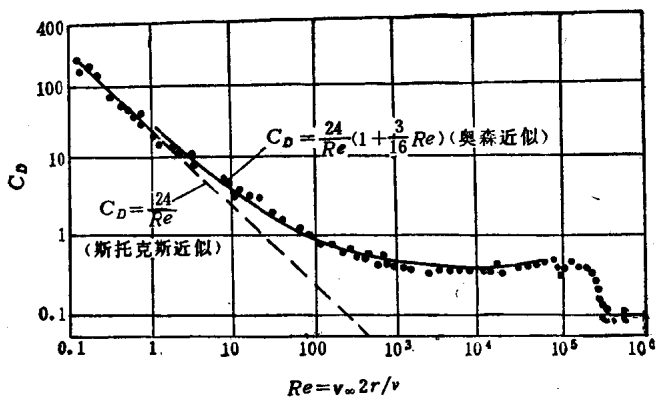


图 1-2 $C_D \sim Re = \frac{v_\infty 2r}{\nu}$ 的关系曲线

气相速度, v_p 是当地固粒速度, ν 是气相的运动粘度。

对于以低的相对速度运动的很小的固粒, 当 $Re_p < 1$ 时, 其阻力系数 C_D 可套用 Stokes 公式

$$C_D = \frac{24}{Re_p} = \frac{24\mu}{d|v_g - v_p|\rho_g} \quad (1-12)$$

并获得著名的 Stokes 阻力定律

$$F_D = 3\pi d\mu |v_g - v_p| \quad (1-13)$$

当 $Re_p < 5$, 其阻力系数可套用 Oseen 公式

$$C_D = \frac{24}{Re_p} \left(1 + \frac{3}{16} Re_p \right) \quad (1-14)$$

(二) 单个球的流场随雷诺数的发展和相应的阻力公式

当粒子雷诺数再增大时, 斯托克斯公式和奥森公式已不再适用。下面, 我们介绍一下随雷诺数增大时, 绕球流场的发展特征及相应区段的阻力公式^[8]。

1. 不分离流动 ($1 < Re_p < 20$)

绕球的定常流动, 只有在零雷诺数的极限情况下, 前后流场才对称。当雷诺数增加时, 不对称逐渐变得显著。对 $Re_p = 1$, 旋涡分布的不对称性已较明显, 如图 1-3 a 所示。当 $Re_p = 10$ 时, 流线的不对称性也已明显, 如图 1-3 b 所示。

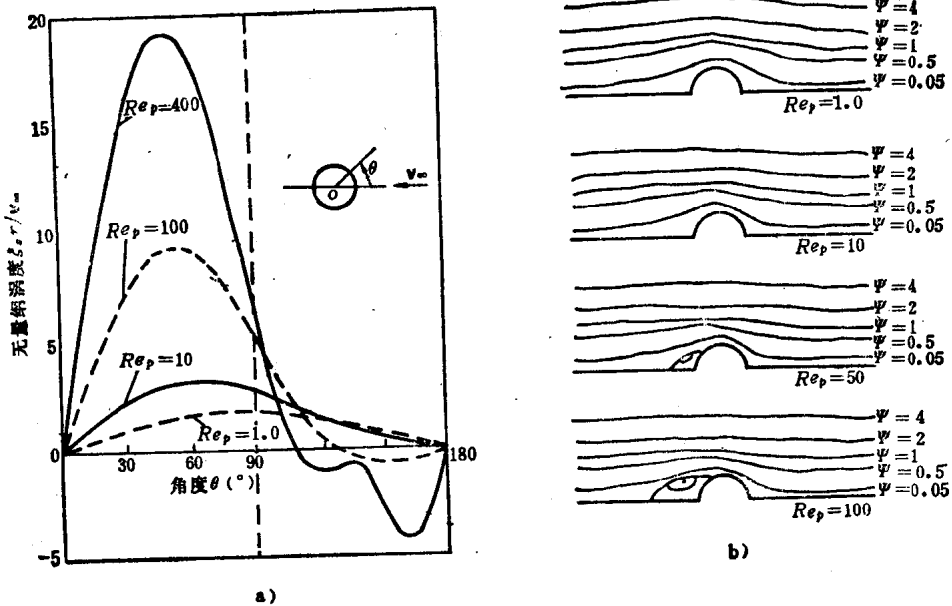


图1-3 绕球流动^[8]

a) 球表面的旋涡分布 b) 绕球流动的流线

2. 分离的开始 ($Re_p \approx 20$)

流动分离的标志是旋度符号的改变和后驻点的发生。回流开始发生时的精确的 Re_p 数, 是个争论的问题。但回流开始的最佳估计值是 $Re_p \approx 20$ 。

3. 定常尾流范围 ($20 < Re_p < 130$)

当 Re_p 超过20时, 分离圈向前移动, 随着回流尾涡变宽和变长。在 $Re_p \approx 35$ 时, 尾流从凸形变到一个凹形, 如图 1-4 所示。从前驻点算起, 以度计的分离角, 可以用下式作较好的近似

$$\theta_{sep} = 180 - 42.5[\ln(Re_p/20)]^{0.483} \quad (1-15)$$

当 Re_p 数增加时, 表面摩擦的重要性相对于形阻讲要减小。

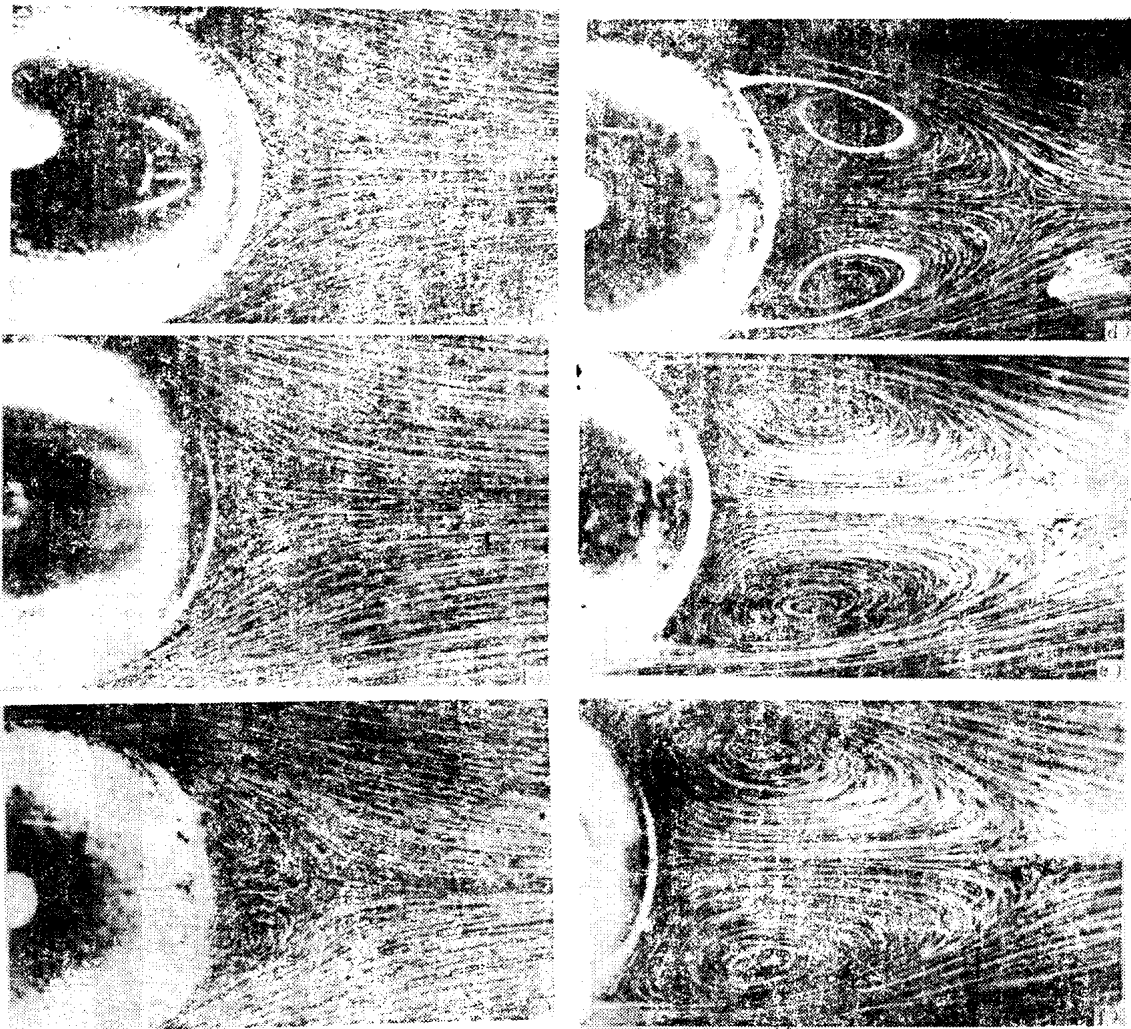


图1-4 球后贴体尾流的发展^[8]

- a) $Re_p = 17.9$ b) $Re_p = 36.8$ c) $Re_p = 37.7$
d) $Re_p = 73.6$ e) $Re_p = 118$ f) $Re_p = 133$

4. 尾流不稳定性的发生($130 < Re_p < 400$)

从 Re_p 数增加超过大概130时, 旋涡的扩散与对流不再与旋涡的产生同步。离散涡已开始从尾流脱落。旋涡脱离开始的雷诺数经常被称为“下临界雷诺数”, 尽管其转捩比起采用某个标志更为渐变。一旦 $Re_p > 150$, 在这个区域, 随着表面摩擦变得次要, 形阻的相对重要性继续增加, 并且 C_D 开始变化缓慢。分离角仍然由方程(1-15)给出。

5. 高亚临界雷诺数范围($400 < Re < 3.5 \times 10^5$)

由尾流的不稳定性和涡脱落激发的不稳定性和不对称, 限制了数值结果的应用范围, 因为

这些数值结果基于轴对称和定常流动方程。对于高雷诺数讲，分离角的预测显得比尾流长度和尾流体积的预测更可信。这就可作这样的假设，靠近粒子表面附近，下游不定常性对上游影响较小，至少对刚性支撑或重粒子是如此，并且这点已经被流动显示所证明。

当 Re 数增加超过约400时，旋涡有规则的相继从两侧面交替脱落，且慢慢地绕轴前进。当 Re 数增加时，旋涡脱落的 St 数增加。同时，脱体剪层卷起形成脱落旋涡的点向球体接近，并且可以联合成“涡球”。当 $Re = 1300$ 时，尾流表现出三维旋转，而靠近球的后表面的速度，由于旋涡脱落，在方向和数值上引起脉动。在 $Re = 6000$ 时， St 数达一最大值，并且剪层起卷的点逼近球面。从该 Re 数直到临界转捩 ($Re = 3 \times 10^5$)，分离发生在以脱落频率环绕球转动的点上，这时尾流可以象一对螺旋形涡丝，尽管其结构不可能在细节上都那么规则。尾流附近的热线测量表明，一直到临界转捩，存在着强的周期性。因为周期性，尾流应当不被看作湍流。正如后面要讨论的，在自由下落的粒子运动中，尾流脱离可以引起看得见的脉动，因此影响了平均阻力。

图 1-5 表示了不同雷诺数时的压力分布。这种分布在 $Re = 400$ 和 $Re = 1.6 \times 10^5$ 之间有非常小的变化。正如前面指出过的，形阻在现在占优势， C_D 对 Re 也不敏感。对 $750 \leq Re \leq 3.5 \times 10^5$ ，“牛顿规律”范围内， C_D 围绕值 0.445 仅仅在 $\pm 13\%$ 内变化。对于这个范围，另一个名称“湍流”范围是不精确的且易引入歧途。在整个“牛顿规律”范围内，当 Re 数增加时，分离环继续向前移动。在 $Re = 5000$ 时，分离点移向赤道前的极限位置 $81^\circ \sim 83^\circ$ 。在该区域，分离点处的 θ_{sep} 可由下式提供

$$\theta_{sep} = 78 + 275 Re^{-0.37} \quad (400 < Re < 3 \times 10^5) \quad (1-16)$$

6. 临界转捩和超临界流动 ($Re > 3.5 \times 10^5$)

当雷诺数增加到超过 2×10^5 时，流谱所发生的变化是那样显著，以至于把它们称谓“临界转捩”，图 1-6 表明了在这个区域，从直接流象化和从压力与表面摩擦测量中推断确定的分离点。当 Re 数增加到高于 2×10^5 时，分离开始向后移动，与此同时，分离点位置，以及压力和表面摩擦的脉动变得更为显著。一旦分离后，脱体自由剪切层变湍流，当 $Re > 2.8 \times 10^5$ 时，自由剪切层再贴附到表面上。作为增强的动量传输的结果，湍流边界层是能够经受得住无分离的较长时间的逆压梯度。因此，最后的分离突然移向下游。在同一范围，表面压力最小值向位流值减小，并且在尾流区内，更多的压力被恢复(见图 1-5)。在低雷诺数时，“激发”边界层引起紊乱，例如在球面上贴一根细丝，可以导致类似的变化。

作为压力分布变化的结果，在临界区域内，形阻急剧下降，阻力系数 C_D 从 $Re = 2 \times 10^5$ 时的 0.5 降到 $Re = 4 \times 10^5$ 时的 0.07，如图 1-7 所示，与此同时，由壁面摩擦引起的占总阻力的百分比由 1.3% 升到 12.5%。临界转捩对自由流湍流度是敏感的，因此，该区域内的阻力测量表现出相当大的分散性。“临界雷诺数”的确定是任意的，习惯上，它是取 C_D 达 0.3 时的

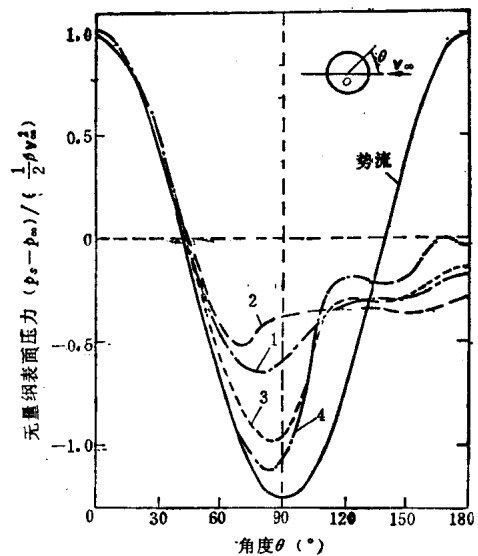


图 1-5 球表面上的无量纲压力^[8]

其中：1 为 Woo 的数值结果 $Re = 400$ ；2, 3, 4 为 Achenbach 的测量 2— $Re = 1.62 \times 10^5$
3— $Re = 3.18 \times 10^5$ 4— $Re = 1.14 \times 10^6$

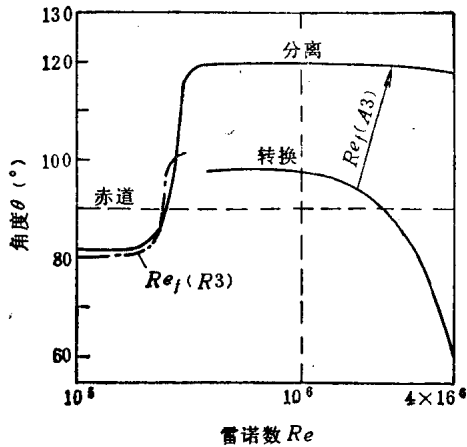


图1-6 在临界区和超临界区, 边界层分离和层流、湍流转换点的位置

(Achenbach和Raithby与Eckert的实测结果^[8])

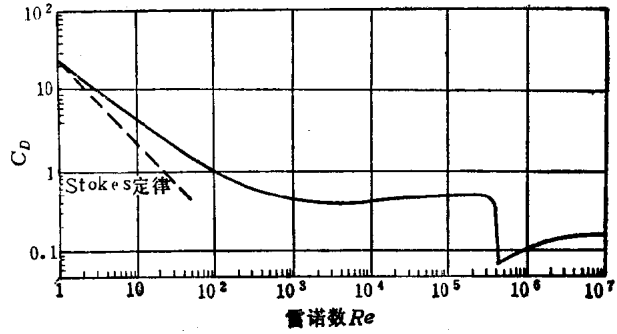


图1-7 作为雷诺数函数的一个球的阻力系数
(标准阻力曲线)

Re 数, 对湍流自由流, $Re_c = 3.65 \times 10^5$ 。

超过临界范围, Re 数进一步增加, 引起层流分离与湍流再贴附之间的“分离泡”收缩, 尽管层流/湍流转换位置和最后的分离位置仍然基本上固定不变。当 $Re > 10^6$ 时, 层流到湍流的转换, 在没有分离泡的情况下发生。在更高 Re 数时, 转换和分离同时向球的前面移动。由于尾流衰落引起压力恢复时, C_D 稍稍增加, 并且在非常高的 Re 数值时, 趋向于近似于0.19的一个常数值。在超临界区域, 有个感觉得到的脉动升力发生, 伴随着脉动动量, 它具有近似0.06的r.m.s升力系数。这种脉动的出现, 是由于大湍流旋涡的脱离, 并且在尾流形状上有相应的随机变化。

由数值计算和实验测量形成的标准阻力曲线(图1-7), 文献[8]推荐由下列十个子区段的 Re 数范围的对应关系式去逼近, 在区段之间的边界上, 对于 C_D 的毗邻方程, 拟合误差在 1% 以内。

在工程计算中, 常被采用的一些关系式, 是去近似标准阻力曲线的一些经验与半经验关系, 现列于表1-2并给出误差。

其中 No.12中的 $W = \lg Re$; a_1, a_2, a_3 是对 7 个 Re 间隔给出, 如表1-2所示。

表1-1 推荐的阻力关系式, 标准阻力曲线, $W = \lg Re$

№	范 围	关 系 式
1	$Re < 0.01$	$C_D = \frac{3}{16} + \frac{24}{Re}$
2	$0.01 < Re \leq 20$	$\lg \left[\frac{C_D Re}{24} - 1 \right] = -0.881 + 0.82W - 0.05W^2$ 即 $C_D = \frac{24}{Re} [1 + 0.1315 Re^{(0.82 - 0.05W)}]$
3	$20 \leq Re \leq 260$	$\lg \left[\frac{C_D Re}{24} - 1 \right] = -0.7133 + 0.6305W$ 即 $C_D = \frac{24}{Re} [1 + 0.1935 Re^{0.6305}]$
4	$260 \leq Re \leq 1500$	$\lg C_D = 1.6435 - 1.1242W + 0.1558W^2$

№	范 围	关 系 式
5	$1.5 \times 10^3 \leq Re \leq 1.2 \times 10^4$	$\lg C_D = -2.4571 + 2.5558W - 0.9295W^2 + 0.1049W^3$
6	$1.2 \times 10^4 < Re \leq 4.4 \times 10^4$	$\lg C_D = -1.9181 + 0.6370W - 0.0636W^2$
7	$4.4 \times 10^4 < Re \leq 3.38 \times 10^5$	$\lg C_D = -4.3390 + 1.5809W - 0.1546W^2$
8	$3.38 \times 10^5 < Re \leq 4 \times 10^5$	$C_D = 29.78 - 5.3W$
9	$4 \times 10^5 < Re \leq 10^6$	$C_D = 0.1W - 0.49$
10	$Re > 10^6$	$C_D = 0.19 - 8 \times 10^4 / Re$

表1-2 阻力曲线的经验关系式

№	作 者	范 围	对 C_D 的关系式	C_D 的偏差范围 (%)
1	Schiller & Nauman	$Re < 800$	$\frac{24}{Re} (1 + 0.15Re^{0.687})$	-4~+5
2	Lapple	$Re < 1000$	$\frac{24}{Re} (1 + 0.125Re^{0.72})$	-8~+5
3	Langmuir & Blodgett	$1 < Re < 100$	$\frac{24}{Re} (1 + 0.197Re^{0.68} + 2.6 \times 10^{-4}Re^{1.38})$	+1~+6
4	Allen	① $2 < Re < 500$	$10Re^{-0.5}$	-52~-8
		② $1 < Re < 1000$	$30Re^{-0.625}$	-15~+70
5	Gilbert et al.	$0.2 < Re < 2000$	$0.48 + 28Re^{-0.85}$	-11~+24
6	Kurten et al.	$0.1 < Re < 4000$	$0.28 + \frac{6}{Re^{0.5}} + \frac{21}{Re}$	-6~+7
7	Abraham	$Re < 6000$	$0.2924(1 + 9.06Re^{-0.5})^2$	-6~+9
8	Ihme et al.	$Re < 10^4$	$0.36 + \frac{5.48}{Re^{0.573}} + \frac{24}{Re}$	-10~+10
9	Rumpf	① $Re < 10$	$2 + 24/Re$	-5~-3
		② $Re < 100$	$1 + 24/Re$	-20~+14
		③ $Re < 10^5$	$0.5 + 24/Re$	-39~+30
10	Cliff & Gauvin	$Re < 3 \times 10^5$	$\frac{24}{Re} (1 + 0.15Re^{0.687}) + 0.42 / (1 + 4.25 \times 10^4 Re^{-1.18})$	-4~+6
11	Brauer	$Re < 3 \times 10^5$	$0.40 + \frac{4}{Re^{0.5}} + \frac{24}{Re}$	-18~+20
12	Tanaka & Inoya	$Re < 7 \times 10^4$	$\lg C_D = a_1 W^2 + a_2 W + a_3$	-9~+6

(三) 湍流场中单个粒子的阻力公式

应当指出, 上述那些结果均基于层流流动中单个粒子的分析与测量结果。将它们应用于稀悬浮体的湍流情况下, 是有疑问的, 因为在这种情况下, 流动中所固有的湍流以及它被相间的动力学相互作用所带来的修正, 可以被期望起到重大的作用。要解决这个问题, 其主要的概念上的困难在于, 在应用上述这类相互关系时, 不适当的流体的分子粘度已经被结合进

去,而悬浮流中,对于粒子来说,更适合的流体的视在湍流粘度仍然未知,并且,对于这样一种两相悬浮湍流的复杂流动,要在一个粒子上直接测量阻力却仍然极端困难。由于其难度,上述问题仍未妥善解决,学术界内的不同做法的争端仍然明显存在。

按文献[5]提供的分析与主张,基于垂直管中气固两相悬浮流当地测量结果的分析,可以有如下的结论:

(1) 相间重要的动力学相互作用,形式上可仍然由简单的 Stokes 阻力定律所支配,该定律可以推广到湍流粒子雷诺数的大数值范围,只不过应当用悬浮流中流体对粒子的当量湍流粘度代替分子粘度。

(2) 悬浮流中流体对粒子的该视在湍流粘度可借助于粒子尺寸和浓度、当地的流动湍流雷诺数和粒子对流体的密度比来表达。

令 $Sr = \frac{\rho_f}{\rho_g}$ 为粒子对气体的密度比; g , 重力加速度; v_p , 时间平均粒子速度; v_g , 时均流体速度; m_r , 粒子对气体的质量流量比; a , 粒子体积浓度; d_p , 粒子直径; $\nu = \mu/\rho_g$, 流体运动粘度; μ , 流体动力粘度; $Re_p = d_p v_p / \nu$, 粒子雷诺数。

悬浮体中的体积浓度可由下式计算

$$a = \frac{1}{\frac{Sr v_p}{m_r v_g} + 1} \quad (1-17)$$

可以通过引入弗劳德(Froude)数使粒子尺寸 d_p 无量纲化

$$Fr = v_g / (d_p g)^{0.5} \quad (1-18)$$

$$\text{则} \quad \frac{\bar{\nu}}{\nu} = 100 a^{0.5} Fr^{-2.33} Re^{0.86} Sr^{0.3} \quad \text{对 } \bar{Re}_p > 10 \quad (1-19)$$

$$\frac{\bar{\nu}}{\nu} = 1 \quad \text{对 } \bar{Re}_p < 10$$

适用范围为

$$0.6 \times 10^{-3} < a < 8.0 \times 10^{-3}$$

$$50 < Fr < 333$$

$$1.2 \times 10^4 < Re < 3.1 \times 10^4$$

$$800 < Sr < 1900$$

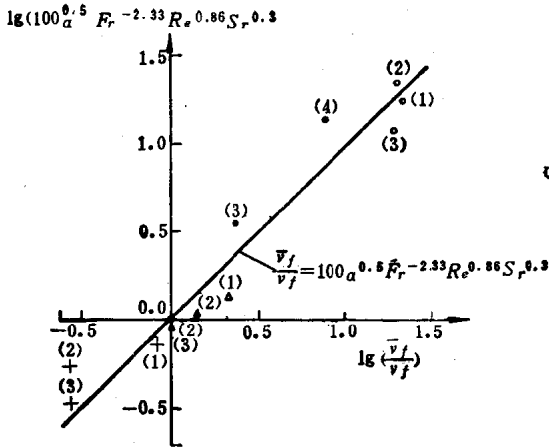
$$Re_p < 1800$$

上式中 $\bar{\nu}$ 为悬浮流中流体对粒子的视在湍流运动粘度; $\bar{Re}_p = \Delta v d_p / \bar{\nu}$, 当量粒子雷诺数; $\Delta v = v_g - v_p$, 流体对粒子的相对速度。

对于上面概述的结果,可以作出如下的讨论和解释。

(1) 悬浮流中的粒子阻力,可以期望由修正的 Stokes 阻力定律所支配,这种修正借助于湍流粒子雷诺数。这点可以作这样的解释:

正如前面所导,一个球的 Stokes 阻力定律是在非常小的粒子雷诺数 ($Re_p \ll 1$) 假设基础上导出的。由小的粒子雷诺数相伴随的小的速度,使得动量方程中的对流项可以略去,由于方程的线性化,绕球的流场解于是变得可容易地得到。由这些解[式(1-4)、(1-5)、(1-6 a)及(1-6 b)]计算的阻力由两部分组成,整个球面的粘性力分布以及整个球面上的压力分布形成



Lee & Durst (1982), $S_r = 1833$

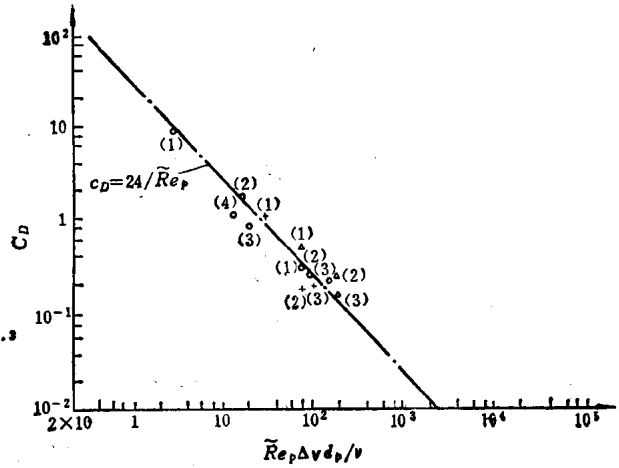
	(1)	(2)	(3)	(4)
d_p (m) =	0.0001	0.0002	0.0004	0.0008
m_r =	1.06	1.15	1.32	2.22
v_g (m/s) =	5.70	5.84	5.77	5.66

	(1)	(2)	(3)
$d_p = 0.003$ m:			
m_r =	3.0	2.2	1.2
v_g (m/s) =	19.5	19.5	20.0

	(1)	(2)	(3)
$d_p = 0.0005$ m:			
m_r =	3.6	2.0	1.1
v_g (m/s) =	8.07	9.00	9.65

	(1)	(2)	(3)
$d_p = 0.0002$ m:			
m_r =	4.2	2.1	1.0
v_g (m/s) =	14.6	17.4	18.9

图1-8 悬浮流中流体对粒子的视在湍流运动粘度的相关式^[5]



Lee & Durst (1982), $S_r = 1833$

	(1)	(2)	(3)	(4)
d_p (m) =	0.0001	0.0002	0.0004	0.0008
m_r =	1.06	1.15	1.32	2.22
v_g (m/s) =	5.70	5.84	5.77	5.66

	(1)	(2)	(3)
$d_p = 0.003$ m			
m_r =	3.0	2.2	1.2
v_g (m/s) =	19.5	19.5	20.0

	(1)	(2)	(3)
$d_p = 0.0005$ m:			
m_r =	3.6	2.0	1.1
v_g (m/s) =	8.07	9.00	9.65

	(1)	(2)	(3)
$d_p = 0.0002$ m:			
m_r =	4.2	2.1	1.0
v_g (m/s) =	14.6	17.4	18.9

图1-9 悬浮流中作为 Re_p 函数的一个粒子的阻力系数^[5]

压阻。在雷诺数稍大的层流情况下，边界层分离及尾迹使上述计算的这两种成分的阻力均发生变化。在雷诺数更大的情况下，由运动球所感受到的高动量的流体，对绕球的流场有一个决定性的影响。一方面导致分离的延缓甚至球后尾流的几乎消失，表观上又回到小粒子雷诺数的情况，另一方面，绕球的流场，从概念上可划分为沿球面的边界层和绕球的外流。由于高动量湍流有效地把高动量流体带给边界层，于是形成如图1-10 b 所示的边界层

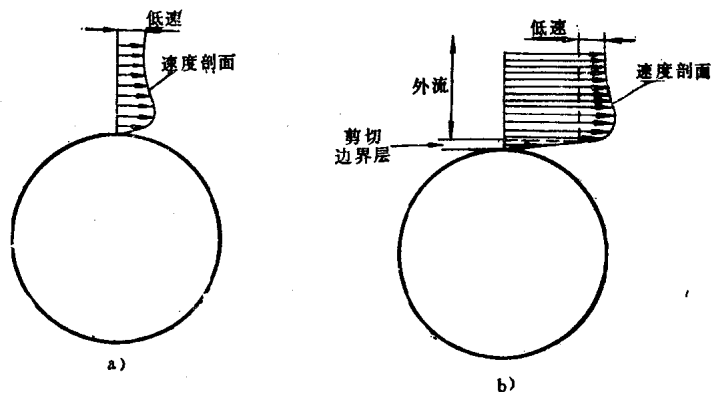


图1-10 绕球流动

a) 绕球的Stokes流动 ($Re_p \ll 1$) b) 绕运动球的高动量湍流 ($Re_p > 1$)

外部。离开边界层即是一个薄剪切层，在这一层，流体动量的对流变得不重要。

于是，我们可以期望，在现在情况下，粘性对球体阻力的贡献将类似于 Stokes 情况下的分子粘度，只是它应被球所感受到的流体的视在湍流粘度所取代。

在外侧流动中，高强度的湍流有效地把高动量的流体带给邻近于外表面的区域。于是，外侧流动中的流体速度变小并且流体动量的对流传输，正如图1-10 b所示，变得不重要。球面上的压力通过薄剪边界层从周围的外侧流动感受到。因此，可以期望，在现在情况下，压力对球上阻力的贡献亦将类似于 Stokes 阻力情况，只是应用视在的湍流粘度取代分子粘度而已。在现在情况下，球上的总阻力将类似于具有类似置换流体粘度的 Stokes 情况。

(2) 对于大的粒子，正如所预期的那样，湍流雷诺数的视在的湍流运动粘度要大于流体的分子运动粘度。然而，对于小粒子，情况正好相反，并且其定性解释，可以从粒子对于流体运动的横向脉动的动力学响应的分析来获得。

Lee & Wiesler (1987)^[6] 和 Lee (1987)^[7] 曾经提出了一个理论模型去解释在湍流两相悬浮流中横向粒子传输的性态。该模型基于粒子响应周围流体运动的能力，这种流体运动由三个部分所组成，即平均运动、湍流脉动以及由于粒子的浓度分布造成的流体运动的振荡分量的效应所引起的表观漂移。一般来讲，一个大而重的粒子将主要响应平均流体运动，并且在纵向方向所受的阻力与它的相对于平均流体运动的速度相关联。另一方面讲，小而轻的粒子，在横向方向，比起平均流体运动来讲，它更响应于流体脉动。因此，这样一种粒子，在遭受到纵向方向的流体脉动时，在其横向位置变得相对地较易漂移。于是，对于悬浮流中的小粒子，视在的湍流运动粘度将小于流体的分子运动粘度。

二、压力梯度作用力

颗粒在有压力梯度的流场中运动时，其表面上除了流体绕流引起的不均匀分布压力外，尚存在一个由于流场压力梯度而引起的附加非均匀分布的压力。图1-11表示半径为 r 的颗粒在压力梯度为 $\frac{\partial p}{\partial x}$ 的流场中运动时的受力情况。该压力梯

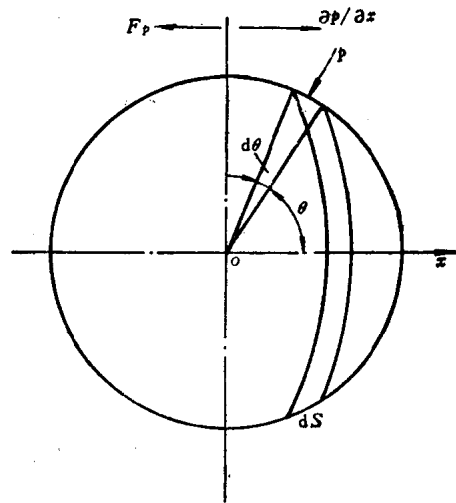


图1-11 球体上的压力梯度力

度 $\frac{\partial p}{\partial x} = \text{常数}$ ，原流场中与球体中心重合的那一点，原压力为 p_0 ，则颗粒表面由于压力梯度所引起的压力分布为

$$p = p_0 + r(1 - \cos\theta) \frac{\partial p}{\partial x}$$

在颗粒上取一微元球面积 dA

$$dA = 2\pi r^2 \sin\theta d\theta$$

作用在此面积上的力在 x 方向的分力为

$$dF_{p,x} = p \cos\theta dA = \left(p_0 + r \frac{\partial p}{\partial x} - r \frac{\partial p}{\partial x} \cos\theta \right) 2\pi r^2 \sin\theta \cos\theta d\theta$$

θ 从 0 到 π 积分, 得出作用在颗粒表面上 x 方向的合力

$$F_{px} = \int_0^\pi dF_{px} = 2\pi r^2 \int_0^\pi \left(p_0 + r \frac{\partial p}{\partial x} \right) \sin\theta \cos\theta d\theta - 2\pi r^3 \frac{\partial p}{\partial x} \int_0^\pi \sin\theta \cos^2\theta d\theta$$

因 $p_0 + r \frac{\partial p}{\partial x} = \text{常数}$, 故上式右边第一项为零。故有:

$$F_{px} = -2\pi r^3 \frac{\partial p}{\partial x} \int_0^\pi \sin\theta \cos^2\theta d\theta = -\frac{4}{3} \pi r^3 \frac{\partial p}{\partial x}$$

由此式可见, F_{px} 的数值等于颗粒体积与压力梯度的乘积, 其方向与 $\frac{\partial p}{\partial x}$ 相反。写成矢量形式:

$$\mathbf{F}_p = -(\text{grad } p) \frac{4}{3} \pi r^3 = -\frac{4}{3} \pi r^3 \nabla p \quad (1-20)$$

三、视质量力

当球形颗粒在静止、理想不可压无界流体中作等速运动时, 由于作用于颗粒表面上的压力合力为零, 且无摩擦力, 所以颗粒所受的合力为零。当颗粒作等加速运动时, 不仅颗粒速度越来越大, 而且颗粒周围的流体速度也越来越大, 因此推动颗粒运动的力将不仅与 m, \mathbf{a} , (m, \mathbf{a} 分别为颗粒质量和加速度) 相平衡, 还须附加使周围流体的动量发生变化的那个相当部分的力, 用 $m' \mathbf{a}$ 表示, m' 称附加质量或视质量。 $m + m'$ 称为有效质量。

若令:

$$\mathbf{F}_m = m' \mathbf{a}$$

则

$$\mathbf{F} = m \mathbf{a}_p + \mathbf{F}_m$$

式中, \mathbf{F}_m 就称为视质量力, 其方向与 \mathbf{a}_p 一致, 即与颗粒的加速度方向一致(所讨论情况是 $\mathbf{v}_p = 0$)。

$$\mathbf{F}_m = m' \frac{d\mathbf{v}_p}{dt}$$

式中, \mathbf{v}_p 为颗粒速度向量。

从实质上讲, 视质量力就是由于颗粒作等加速运动而引起颗粒表面上不对称分布的压力的合力。当颗粒在静止、理想不可压流体中作匀速运动时, 其表面上的压力分布为

$$p = p_\infty + \frac{1}{2} \rho_s \mathbf{v}_p^2 \left(1 - \frac{9}{4} \sin^2\theta \right)$$

式中, p_∞ 为无限远处流体压力; ρ_s 为流体密度, \mathbf{v}_p 为颗粒初速; θ 为如图 1-11 中所示的坐标角。当颗粒以等加速度 \mathbf{a}_p 在流体中运动时, 颗粒表面上的压力分布为

$$p = p_\infty + \rho_s \frac{1}{2} \mathbf{v}_p^2 \left(1 - \frac{9}{4} \sin^2\theta \right) - \rho_s \frac{\mathbf{a}_p \cdot \mathbf{r} \cos\theta}{2}$$

比较上述二式可看出: 前者对于颗粒表面上的分布是对称的, 其压力合力为零, 而后者则因有颗粒加速运动而引起的压力分布不对称项 $\left(-\rho_s \frac{\mathbf{a}_p \cdot \mathbf{r} \cos\theta}{2} \right)$ 。于是

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_m &= \int_0^\pi \left(-\frac{\rho_s}{2} \mathbf{a}_p \cdot \mathbf{r} \cos\theta \right) 2\pi r^2 \sin\theta \cos\theta d\theta \\ &= -\frac{2}{3} \pi r^3 \rho_s \mathbf{a}_p = -\frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_s \right) \mathbf{a}_p \end{aligned}$$

因此, 附加质量等于与颗粒同体积流体质量的一半, 附加质量力在数值上等于与颗粒同体积