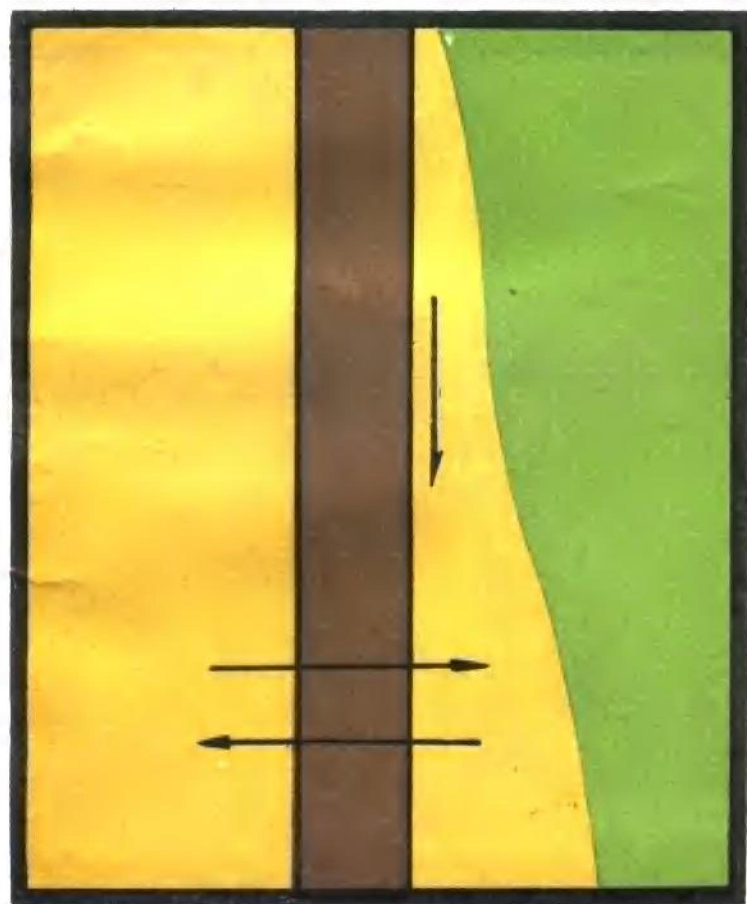


边界层理论

刘惠枝 舒宏纪 编
任泽需 审



人民交通出版社

边界层理论

Bianjiecheng Lilun

刘惠枝 舒宏纪 编

任泽霖 审

人民交通出版社

(京)新登字091号

内 容 提 要

本书简明系统地概述了边界层理论的基本内容,全书共分七章:概论,粘性流体运动的基本方程组、不可压缩流体层流边界层、湍流概述及其基本方程、不可压缩流体湍流边界层和管内湍流、可压缩流体边界层流动、边界层的有限差分计算。所阐述的内容概念清晰,详尽易懂,便于自学。

本书可供从事对流传热研究的科技人员自学,也可作为传热学研究生必修的理论基础课或流体力学专业大学生的教科书。

边界层理论

刘惠枝 舒宏纪 编

任泽需 审

插图设计:秦淑珍 正文设计:乔文平 责任校对:高 琳

人民交通出版社出版发行

(100013北京和平里东街10号)

各地新华书店经销

人民交通出版社印刷厂印刷

开本:850×1168¹/₃₂ 印张:14 字数:362千

1991年8月 第1版

1991年8月 第1版 第1次印刷

印数:0001—3000册 定价:15.00元

ISBN 7-114-01113-X

0·00000

前 言

本书是在大连海运学院热工流体力学教研室刘惠枝编写的《边界层理论》讲义（轮机管理工程研究生用）的基础上，总结归纳了近年来对热能动力类研究生讲授对流换热原理所积累的教学经验而编写的。

本书着重介绍边界层理论的基本原理及其在对流换热中的应用。在注意数学推导完整性的同时着重物理概念的阐述。在内容的选用上力求简明。从全书章节的整体安排及内容的具体阐述上，力求清晰易懂、便于自学。

本书由刘惠枝、舒宏纪编写，其中第七章由刘超编写。

全书由清华大学任泽需教授主审。在编写过程中得到了大连理工大学倪汉根、李鉴初两位教授的热情帮助和指导，编者谨在此表示感谢。

由于我们的水平有限，书中的谬误和不妥之处难以避免，希望广大读者批评指正。

编 者

主要符号表

英文符号

a	——导温系数
A	——面积；实验常数
B	——实验常数
c	——声速
c_p, c_v	——定压比热容；定容比热容
D	——总摩擦阻力
e	——比内能
e_1, e_2, e_3	——正交曲线坐标系单位矢量
f	——无量纲流函数
F	——质量力分布函数（单位质量流体的质量力）
g	——重力加速度
$g(x)$	——尺度因子
h	——比焓
h'	——湍流脉动焓
H	——总焓；形状因子
$H_T(\varepsilon)$	——温度边界层的形状因子
H_1, H_2, H_3	——拉梅系数
i, j, k	——直角坐标系单位矢量
k	——导热系数
K	——单位质量流体的湍流脉动动能
l	——混合长度
L	——特征长度
m	——流体质量
$\dot{m}$	——质量流量

n ——流体的物性参数；温度特性参数；温度指数
 N ——粘性系数-密度比
 p ——压力
 p' ——湍流脉动压力
 $\bar{p}$ ——无量纲压力；湍流时均压力
 q ——热流通量
 q_v ——热源单位质量发热率的分布函数
 q_1, q_2, q_3 ——正交曲线坐标
 Q ——总热流通量
 r ——矢径
 r ——半径；间歇因子；恢复因子
 $r(x)$ ——轴对称旋转体横向曲率半径
 R ——气体常数；半径
 $R(x)$ ——轴对称旋转体纵向曲率半径
 s ——比熵，雷诺比拟因子
 t ——时间
 T ——绝对温度
 $\bar{T}$ ——湍流时均温度
 T_a ——管流平均温度
 T_e ——边界层外流温度
 T_w ——壁面温度
 T^+ ——无量纲时均温度
 U ——来流速度；边界层外流速度；管流平均速度
 u, v, w ——直角坐标系速度分量
 u', v', w' ——直角坐标系湍流脉动速度分量
 $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ ——直角坐标系湍流时均速度分量
 $\dot{u}, \dot{v}$ ——无量纲速度
 $\bar{u}^+$ ——无量纲时均速度
 v^* ——壁面切应力速度
 v_r, v_θ, v_z ——柱坐标系速度分量

V ——流体速度

V ——流体体积

x, y, z ——直角坐标

Z ——参数

希腊文符号

α ——平均对流换热系数

α_x ——局部对流换热系数

β ——楔形体夹角；平衡参数；热膨胀系数

δ ——速度边界层厚度

δ_c ——导热厚度

δ_T ——温度边界层厚度

δ_h ——焓厚度

δ_1 ——边界层位移厚度

δ_2 ——边界层动量损失厚度

δ_3 ——边界层能量损失厚度

δ_l ——粘性底层厚度

Δ ——粗糙高度

ε ——来流湍流度

ε_{ij} ——变形速度张量

ζ ——无量纲自变量

$\bar{\theta}$ ——无量纲温度

η ——无量纲自变量

ξ ——无量纲自变量

κ ——绝热指数

λ ——管壁沿程阻力系数；型参数；壁面摩擦系数

Λ ——型参数

μ ——流体的动力粘度

ν ——流体的运动粘度

Π ——质量力的势函数

ρ ——流体的密度

τ_{ij} ——应力张量
 ϕ ——耗散函数；相对总焓比
 $\overline{\phi}$ ——耗散函数时均值
 χ ——实验常数；相对总焓
 ψ ——流函数
 Ω ——旋涡强度
 ω ——流体微团旋转角速度

无量纲参数

C_{fx} ——局部摩擦阻力系数
 C_f ——平均摩擦阻力系数
 D ——热流量参数
 Ec ——埃克特数
 Gr ——格拉晓夫数
 M ——马赫数
 Nu ——努赛特数
 Nu_a ——平均努赛特数
 Nu_d ——管流努赛特数
 Nu_x ——局部努赛特数
 Pr ——普朗特数
 Re ——雷诺数
 St ——平均斯坦顿数
 St_x ——局部斯坦顿数

下角符号

∞ ——无穷远处
 c ——临界值
 e ——边界层外流
 w ——壁面
 n ——法向
 t ——湍流
 $crea$ ——可逆

irea——不可逆

aw——绝热的

g——产生

m——最大

目 录

第一章 概论	1
第一节 边界层理论的创立和发展.....	1
一、初始阶段.....	2
二、第二阶段.....	2
三、第三阶段.....	3
第二节 粘性流体的性质.....	3
一、理想流体与粘性流体.....	3
二、粘性与牛顿内摩擦定律.....	5
三、热传导性和傅里叶定律.....	8
四、牛顿流体与非牛顿流体.....	9
第三节 边界层.....	10
一、速度边界层的概念.....	10
二、速度边界层厚度和阻力系数的估算.....	12
三、速度边界层内流体的流动状态.....	20
四、温度边界层.....	22
五、不可压缩与可压缩流体的边界层.....	22
第二章 粘性流体运动的基本方程组	24
第一节 体积分的随体导数.....	24
第二节 连续性方程.....	28
第三节 动量方程.....	30
一、由动量定律推导动量方程.....	30
二、由动量矩定律推导动量矩方程.....	36
三、广义牛顿定律.....	37
四、纳维尔-斯托克斯方程.....	46
第四节 能量方程.....	48

第五节	热力学状态参数及状态方程	55
第六节	粘性流体运动的基本性质	57
一、	粘性流体运动的有旋性	57
二、	粘性流体运动的旋涡扩散性	59
三、	粘性流体运动的能量耗散性	61
第七节	粘性流体运动基本微分方程组及其定解条件	63
一、	基本微分方程组	63
二、	定解条件	64
第八节	粘性流体运动基本方程组的求解	66
一、	层流运动求解的讨论	66
二、	粘性流体运动基本方程组求解的特例	68
第三章	不可压缩流体层流边界层	77
第一节	二维不可压缩流体层流速度边界层	77
第二节	粘性阻力和边界层分离	88
第三节	二维不可压缩流体层流速度边界层的相似解	93
一、	速度边界层方程的一般性质	93
二、	边界层方程相似解存在的条件	95
三、	速度边界层方程相似解实例	103
第四节	二维不可压缩流体层流速度边界层的积分关系	
式解法		118
一、	速度边界层动量积分关系式	119
二、	动量积分关系式解法	121
第五节	轴对称旋转体层流速度边界层	139
一、	轴对称速度边界层方程	140
二、	门格勒变换	143
三、	轴对称层流边界层的相似解	145
四、	轴对称层流边界层的近似解	148
第六节	二维不可压缩流体层流温度边界层	150
一、	温度边界层方程	151
二、	温度边界层的一般讨论	156

三、温度边界层方程在极小 Pr 数和极大 Pr 数两种情况下的求解	159
四、等温平板温度边界层的相似解	164
五、楔形体温度边界层的相似解	181
第七节 自然流动温度边界层的相似解	189
一、自然流动时的速度边界层方程	189
二、沿竖直等壁温平板的自然流动	192
三、沿水平圆柱体的自然流动	196
第八节 不可压缩流体层流温度边界层积分关系式解法	197
一、能量积分关系式	197
二、积分关系式的单参数解法	198
三、积分关系式的双参数解法	201
第四章 湍流概述及其基本方程	207
第一节 湍流的宏观特征与湍流的分类	207
第二节 层流向湍流的过渡	209
第三节 湍流平均值及时均运算关系式	222
一、湍流平均值	222
二、时均运算关系式	224
第四节 湍流运动的基本方程	227
一、连续性方程	228
二、动量方程	229
三、能量方程	231
四、不可压缩流体湍流运动基本方程组	235
第五节 湍流模式理论	236
一、零方程模式(混合长度理论)	236
二、一方程模式	242
三、二方程模式	249
第五章 不可压缩流体湍流边界层和管内湍流	251
第一节 壁面湍流速度边界层的分层结构和时均速度分	

布.....	251
一、光滑壁面内层的时均速度分布.....	253
二、外层时均速度分布.....	258
三、通用速度分布公式.....	261
四、粗糙壁面的时均速度分布.....	266
第二节 湍流边界层基本方程.....	268
一、湍流速度边界层方程.....	268
二、湍流温度边界层方程.....	271
三、基本方程组及边界条件.....	271
四、动量积分关系式.....	272
第三节 湍流速度边界层的求解.....	275
一、光滑平板湍流速度边界层.....	276
二、光滑平板壁面边界层平均摩擦阻力系数.....	283
三、粗糙平板壁面摩擦阻力系数与平均摩擦阻力系 数.....	285
第四节 管内湍流.....	287
一、管内不可压缩流体平稳湍流动量方程.....	288
二、湍流光滑管的阻力计算.....	290
三、湍流粗糙管的阻力计算.....	292
第五节 不可压缩流体湍流温度边界层的求解.....	294
一、热量传递和动量传递的比拟.....	294
二、时均温度分布.....	304
三、管内流动中热量传递和动量传递的比拟.....	306
第六章 可压缩流体边界层流动.....	309
第一节 可压缩流体边界层流动的特点.....	309
一、理想流体参数沿流动方向与马赫数之间的关系.....	309
二、可压缩流体的物性参数.....	312
第二节 可压缩流体层流边界层微分方程组.....	314
第三节 可压缩流体层流边界层内温度分布和速度分布 之间的关系.....	317

一、克罗柯-布泽曼第一能量积分	317
二、克罗柯-布泽曼第二能量积分	319
第四节 可压缩流体层流边界层微分方程的求解	325
一、多罗德尼秦-霍瓦斯变换	325
二、斯提瓦特森-伊林沃思变换	329
第五节 可压缩流体层流边界层相似解	335
一、平板层流边界层相似解	335
二、有压力梯度层流边界层相似解	343
三、驻点附近层流边界层相似解	349
第六节 可压缩流体层流边界层积分关系式	350
第七章 边界层的有限差分计算	356
第一节 前言	356
第二节 差商和截断误差	357
第三节 多点差商	363
第四节 变步长差分	366
第五节 抛物型方程的差分格式和稳定条件	368
第六节 边界层方程的坐标变换	373
第七节 边界层方程的差分格式及线性方程组	379
第八节 层流边界层的有限差分计算	384
第九节 湍流边界层的有限差分计算	386
附录 A 张量分析初步	393
一、张量表示法	393
二、笛卡尔张量的定义	394
三、张量的代数运算	397
四、张量识别定理	399
五、二阶张量	400
六、张量的微分运算	407
七、各向同性张量简介	408
附录 B 正交曲线坐标系及有关基本表达式	410
一、拉梅系数, 正交曲线坐标系中的弧元、面元和体	

元的表达式·····	410
二、正交曲线坐标系中单位矢量对坐标的偏导数·····	413
三、梯度，散度，旋度，拉普拉斯算子和随体导数在 正交曲线坐标系中的表达式·····	416
四、变形速度张量的各分量在正交曲线坐标系中的表 达式·····	421
五、广义牛顿定律在正交曲线坐标系中的表达式·····	423
六、应力张量的散度在正交曲线坐标系中的表达式·····	424
七、粘性流体运动基本微分方程组在正交曲线坐标系 中的表达式·····	426
八、不可压缩流体运动基本微分方程组在柱坐标系中 的表达式·····	428
主要参考文献·····	430

第一章 概 论

本章简要介绍边界层理论的创立和发展过程，阐明边界层理论对流体摩擦阻力计算和对对流换热理论分析的重要性。为便于后续章节的讨论，本章不作数学上的推导，只扼要介绍几个有关边界层理论的基本概念。

第一节 边界层理论的创立和发展

十八世纪末，理想流体动力学已发展到相当完善的程度，用它解决了一些生产实际问题，如船舶的兴波阻力。但是对于物体壁面和与其作相对运动的流体之间存在的摩擦阻力，却不能用这种理论进行定量计算。例如，1744年达朗贝尔(d'Alembert)在其论文“论流体之运动及平衡”中，提出了著名的达朗贝尔“疑难”，即沿圆柱体的绕流中，将流体看作不计粘性的理想流体，根据理论分析的结果，流动阻力为零。当时，虽然描述粘性流体运动的纳维尔-斯托克斯(Navier-stokes)方程已经建立了半个多世纪，但人们普遍认为这种非线性的偏微分方程组的求解几乎是不可能的。工程上经常碰到的流体，如水和空气，其粘性是很小的。在这种情况下，与其它的力（如惯性力，重力和压力）相比，忽略粘性力似乎是合理的，但工程实用上粘性力又不能忽略。为了满足工程实际的需要，对诸如流体沿管内流动的压力损失，以及流体沿物体壁面绕流时的摩擦阻力等问题，当时只能依靠实验来解决。如何从物理概念上阐明实际流动中粘性力的重要性，以及如何从数学上简化纳维尔-斯托克斯方程，使之能从理论上对摩擦阻力进行定量计算，这个重大课题后来是由普朗特(Prandtl, L.)完成的。1904年，普朗特在其论文“在很小摩擦时

流体的运动”中提出了边界层的概念，第一次从物理概念上透彻地阐明了，在边界层中粘性力与其它力相比为同一数量级，因而不能忽略，而在边界层外粘性力可以忽略，同时又在数学上根据边界层的概念，对纳维尔-斯托克斯方程给予了合理的最大幅度的简化，将其转化为较为简单的边界层方程，从而解决了从理论上计算摩擦阻力的问题，创立了边界层理论。普朗特的工作在流体力学的发展史上，是一个重大的突破。

边界层理论的发展过程大致可分为三个阶段。

一、初始阶段

从1904年开始到三十年代中期的第一个三十年为初始阶段。这是创立边界层理论，开展基础研究的阶段。在边界层理论诞生的初期，它并不是很快被人们所重视的。普朗特的学生布拉休斯(Blasius, H.)于1908年采用相似解的方法，将偏微分的边界层方程组变换为常微分方程，完成了平板边界层问题的求解，得出了流体沿平板壁面的摩擦阻力的计算公式。由此计算的结果与实验数据基本吻合。这就第一次用实例验证了边界层理论的有效性。布拉休斯的工作不仅对边界层理论得以确认有重要意义，而且相似解的思想和其结果，至今仍然很有用。总之，经过这一阶段的工作，边界层理论已被证明是卓有成效的，在流体力学发展史上开创了新纪元，为理解粘性流体的流动开辟了广阔的道路。它不仅能给解决实际流动问题提供理论分析的基础，而且也可用以解释用理想流体概念所不能说明的物理现象，如流动脱体（边界层分离）现象。又如用边界层概念可以解释理想流体理论在压力分布、速度分布及升力等方面为什么和实验结果相当符合等问题。

二、第二阶段

从30年代中期到60年代中期为第二阶段。由于初始阶段基础研究工作取得了很大的成果，同时也是由于航空工业突飞猛进发展的需要，使这一阶段成为边界层理论迅速发展、并在工程中广