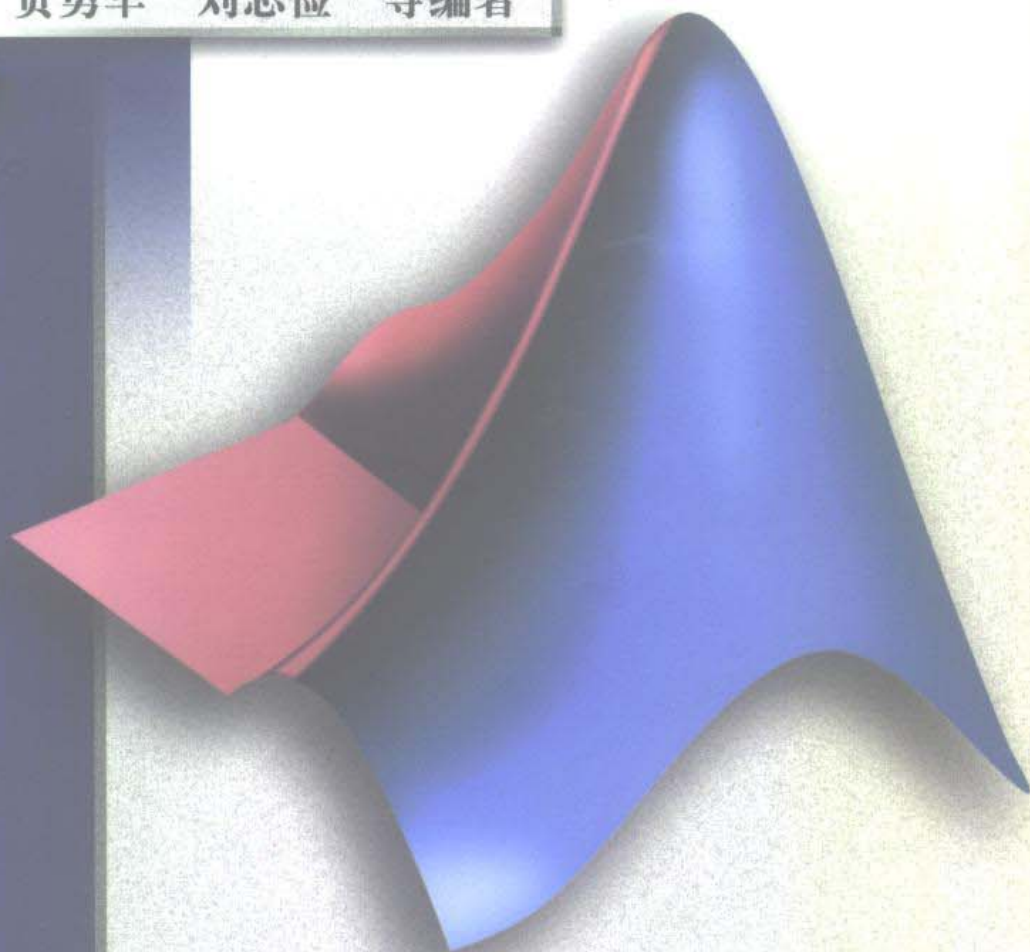


Matlab

工具箱应用指南

——应用数学篇

李 涛 贺勇军 刘志俭 等编著



電子工業出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

URL: <http://www.phei.com.cn>

Matlab 工具箱应用指南

——应用数学篇

李 涛 贺勇军 刘志俭 等编著

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

内 容 简 介

本书共分4章,系统介绍 Matlab 中与数学联系紧密的4个工具箱的使用方法,包括统计工具箱(Statistics Toolbox)、偏微分方程工具箱(Partial Differential Equation Toolbox)、样条工具箱(Spline Toolbox)及优化工具箱(Optimization Toolbox)。为了方便用户查询,以附录形式给出了 Matlab 标准环境下所有函数的简单参考。

本书在简要阐明函数原理和算法的基础上,给出详细的函数使用说明和应用例程。对于理工科大学教师、研究生、高年级本科生和广大科研人员具有重要的参考价值。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,翻版必究。

图书在版编目(CIP)数据

Matlab 工具箱应用指南——应用数学篇/李涛等编著.北京:电子工业出版社,2000.5

ISBN 7-5053-5956-8

I .M… II .李… III .计算机辅助计算-软件包,Matlab IV .TP391.75

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 60037 号

书 名: Matlab 工具箱应用指南——应用数学篇

编 著 者: 李 涛 贺勇军 刘志俭等

责任编辑: 郭 立

特约编辑: 明足群

排版制作: 电子工业出版社计算机排版室

印 刷 者: 北京兴华印刷厂

装 订 者: 三河市双峰装订厂

出版发行: 电子工业出版社 URL: <http://www.phei.com.cn>

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

经 销: 各地新华书店

开 本: 787×1092 1/16 印张: 17.5 字数: 448 千字

版 次: 2000 年 5 月第 1 版 2000 年 5 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-5053-5956-8
TP·3121

印 数: 6000 册 定价: 35.00 元

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺页、倒页、脱页者,请向购买书店调换;若书店售缺,请与本社发行部联系调换。电话 68279077

序

1984年美国的 MathWorks 公司推出 Matlab, 到目前为止, 它已发展成为国际上最优秀的科技应用软件之一。其强大的科学计算与可视化功能、简单易用的开放式可扩展环境以及多达 30 多个面向不同领域而扩展的工具箱 (Toolbox) 支持, 使得 Matlab 在许多学科领域中成为计算机辅助设计与分析、算法研究和应用开发的基本工具和首选平台。在我国, Matlab 已经拥有许多用户, 许多高校陆续开设了有关 Matlab 的课程, 清华大学、华中理工大学等高校的 BBS 上还专门设立了 Matlab 讨论区。

Matlab 最初用于自动控制系统的辅助设计, 而后采用了开放性开发的思想, 不断吸收各学科领域权威人士所编写的实用程序, 形成了一系列规模庞大、覆盖面极广的工具箱 (Toolbox)。所谓工具箱, 其实是一组一组的函数, 包括了通信系统、信号处理、图像处理、小波分析、鲁棒控制、系统辨识、非线性控制、模糊控制、神经网络、优化理论、样条、商用统计分析等等大量现代工程技术学科的内容, 非常实用。至今, 国内有关 Matlab 的书都把内容集中在 Matlab 语言和经典控制系统的设计上, 很少涉及 Matlab 工具箱, 致使大多数 Matlab 用户难以使用工具箱中丰富的函数。

在长期的学习、应用过程中, 我们感觉 Matlab 脚本式的语言其实不难掌握, 难点在于如何理解和掌握 Matlab 及其工具箱中大量函数的功能及用法, 避免重复性的劳动, 尽快地“站在巨人肩上”开展工作。本套书的目的就是希望通过详尽的介绍众多工具箱中的函数功能及使用方法, 以帮助用户更好更快地理解、掌握和使用 Matlab 及其工具箱。希望这套书能给 Matlab 用户们一点帮助, 让大家在学习和使用过程中少花点力气, 少走点弯路。

根据各个工具箱涉及的学科领域, 该套丛书分为 3 篇, 即信息工程篇、应用数学篇和控制工程篇, 共涉及 17 个工具箱。

信息工程篇包括信号处理工具箱 (Signal Processing Toolbox)、图像处理工具箱 (Image Processing Toolbox)、通信工具箱 (Communications Toolbox)、定点运算工具箱 (Fixed - Point Blockset)、小波分析工具箱 (Wavelet Toolbox)、高阶谱分析工具箱 (High - Order Spectral Analysis Toolbox) 及地理信息处理工具箱 (Mapping ToolBox)。

应用数学篇包括统计工具箱 (Statistics Toolbox)、偏微分方程工具箱 (Partial Differential Equation Toolbox)、样条工具箱 (Spline Toolbox) 及优化工具箱 (Optimization Toolbox)。

控制工程篇包括系统辨识工具箱 (System Identification Toolbox)、控制系统工具箱 (Control System Toolbox)、鲁棒控制工具箱 (Robust Control Toolbox)、模型预测控制工具箱 (Model Predictive Control Toolbox)、模糊逻辑工具箱 (Fuzzy Logic Toolbox) 及非线性控制设计模块 (Nonlinear Control Design Blockset)。

本套丛书在简要阐明函数原理和算法的基础上, 给出了详细的函数使用说明, 大部分函数给出了应用实例。对于理工科学生和广大科技人员具有重要的参考价值。同时为完整起见, 以附录形式给出了 Matlab 标准环境下的所有函数的简单参考, 以供用户快速查询。

Matlab 工具箱涉及多个学科的理论知识,内容非常丰富。由于我们水平和时间有限,对于书中出现的错误和不妥之处,恳请读者指正。

编著者
1999 年 11 月

前 言

信息时代是应用数学大发展的时代。数学思想、数学方法与数学模型,随着计算机的广泛应用日益渗透到各个行业中。尤其是一些新兴的数学理论(统计学,运筹学,优化理论,有限元方法、模糊数学、样条等)已成为社会生产、科学实验、工程技术及经济管理中不可缺少的工具。

本书讲述 Matlab 中属于应用数学范畴的 4 个工具箱。它们是统计工具箱(Statistics Toolbox Ver 2.1)、偏微分方程工具箱(Partial Differential Equation Toolbox Ver 1.0)、样条工具箱(Spline Toolbox Ver 2.0)及优化工具箱(Optimization Toolbox Ver 5.0)。

统计工具箱能够支持范围广泛的统计计算任务,提供强大的工程和科学统计能力。其主要内容包括:多达 20 多种的概率分布、参数估计与假设检验、线性模型与非线性模型分析、多元统计分析、试验设计以及统计工序管理等。它不仅提供了大量的概率和统计的数值计算函数,同时提供了许多交互式图形工具函数以方便用户分析设计。

偏微分方程工具箱主要用于以有限元法求解偏微分方程的数值近似解,它可用于求解线性的椭圆型、双曲型及抛物线型偏微分方程,以及本征型方程和简单的非线性偏微分方程。在提供大量的计算函数以外,其强大的可视化能力将大大提高用户的分析能力。

样条工具箱提供最常用 B 形式和 PP 形式的大量样条计算函数,是学习样条和使用样条函数理想的软件环境。

优化工具箱的内容涵盖线性与非线性规划、二次规划、多目标决策、最小最大问题、半无限问题以及最小二乘与非线性方程求解等,并支持对多种优化算法的选择。

本书最后还附有 Matlab 的基本函数列表,供读者查询。

本书第一章由贺勇军执笔编写,第二章由张青斌执笔编写,第三章由刘志俭执笔编写,第四章和附录由李涛执笔编写。全书由李涛统稿,并由李涛、伯晓晨、徐昕审校。

在本书的成稿过程中,电子工业出版社的几位编辑在文稿的审阅、修订方面给我们提出了许多宝贵的意见,在此表示衷心的感谢。感谢父母和老师对我多年来的培养和教育。感谢刘朝晖小姐,她的关怀与帮助给我很大的精神鼓舞。感谢所有关心本书成长的朋友们。

李 涛
1999 年 11 月

目 录

第 1 章 统计工具箱.....	(1)
1.1 统计工具箱简介	(1)
1.2 概率分布及函数总览	(2)
1.2.1 概率密度函数	(3)
1.2.2 累积分布函数与逆累积分布函数	(5)
1.2.3 随机数产生器	(7)
1.2.4 均值和方差	(9)
1.3 参数估计	(14)
1.3.1 参数估计函数	(15)
1.3.2 对数似然函数	(17)
1.4 描述性统计	(20)
1.4.1 概述	(20)
1.4.2 中心趋势(位置)度量	(20)
1.4.3 散布度量	(24)
1.4.4 处理缺失数据的函数	(27)
1.4.5 中心矩	(29)
1.4.6 百分位数及其图形描述	(29)
1.4.7 相关系数	(31)
1.4.8 样本峰度和样本偏度	(31)
1.4.9 自助法(Bootstrap)	(33)
1.5 假设检验	(35)
1.5.1 概述	(35)
1.5.2 函数详解	(37)
1.6 统计绘图	(41)
1.6.1 概述	(41)
1.6.2 box 图	(42)
1.6.3 误差条图	(43)
1.6.4 函数的交互轮廓图	(44)
1.6.5 交互线绘制	(45)
1.6.6 名称或实例标记	(46)
1.6.7 绘制最小二乘拟合线	(47)
1.6.8 正态概率图	(47)
1.6.9 帕累托图	(48)
1.6.10 分位数 - 分位数图	(49)
1.6.11 回归残差图	(50)
1.6.12 参考多项式	(51)
1.6.13 参考线	(51)

1.6.14 交互内插轮廓图	(52)
1.6.15 威布尔图	(53)
1.7 线性模型	(53)
1.7.1 概述	(53)
1.7.2 方差分析	(54)
1.7.3 回归分析	(59)
1.7.4 多项式回归	(65)
1.7.5 二次响应曲面工具	(68)
1.8 非线性回归模型	(69)
1.8.1 概述	(69)
1.8.2 非线性建模示例	(70)
1.8.3 非线性回归函数详解	(72)
1.9 多元统计分析	(75)
1.9.1 概述	(75)
1.9.2 主成分分析函数详解	(75)
1.9.3 主成分分析示例	(78)
1.10 试验设计	(83)
1.10.1 概述	(83)
1.10.2 试验设计基本过程	(83)
1.10.3 实验设计函数详解	(88)
1.11 统计工序管理图	(92)
1.11.1 概述	(92)
1.11.2 管理图	(92)
1.11.3 工序能力	(95)
1.12 文件输入/输出	(99)
参考文献	(102)
第2章 偏微分方程工具箱	(103)
2.1 有限元法	(103)
2.2 区域划分及有限元网格描述函数	(106)
2.3 求解偏微分方程的函数	(121)
2.4 其他常用函数	(128)
参考文献	(141)
第3章 样条工具箱	(142)
3.1 三次插值样条函数	(142)
3.1.1 三次插值样条函数的定义	(142)
3.1.2 三次插值样条函数的构造	(143)
3.1.3 工具箱中关于三次插值样条的函数	(147)
3.2 PP形式的样条函数的构造及操作	(152)
3.2.1 分段多项式形式的样条函数	(152)
3.2.2 工具箱中关于PP形式样条函数的函数	(153)
3.3 B形式样条函数的构造及使用	(159)
3.3.1 预备知识	(159)

3.3.2 B 样条函数(Basic spline function)	(160)
3.3.3 B 样条函数的性质	(162)
3.3.4 工具箱中关于 B 形式样条函数的函数	(164)
3.4 张量积样条函数	(173)
3.4.1 二元样条函数	(173)
3.4.2 工具箱中关于张量积函数的函数	(178)
3.5 其他函数	(184)
3.5.1 对样条函数进行操作的函数	(184)
3.5.2 对节点进行操作的函数	(188)
3.5.3 独立函数	(191)
3.6 举例	(193)
3.6.1 使用张量积样条函数对多变元函数的近似法	(193)
3.6.2 Chebyshev 样条函数的构造	(198)
参考文献	(201)
第 4 章 优化工具箱	(202)
4.1 优化工具箱简介	(202)
4.2 优化工具箱基础	(203)
4.2.1 一个简单的例子	(203)
4.2.2 约束方程的规范化	(204)
4.2.3 参数设置与附加参数传递	(206)
4.2.4 表达式优化	(208)
4.3 线性规划	(209)
4.3.1 线性规划概述	(209)
4.3.2 lp 函数	(210)
4.4 非线性规划	(212)
4.4.1 无约束规划	(212)
4.4.2 二次规划	(216)
4.4.3 有约束规划	(216)
4.5 最小最大(minmax)问题	(222)
4.6 半无限(Semi - infinite)问题	(225)
4.7 多目标(Goal Attainment)规划	(229)
4.8 最小二乘最优	(234)
4.8.1 问题概述	(234)
4.8.2 nnls 函数——非负线性最小二乘求解	(236)
4.8.3 conls 函数——约束线性最小二乘求解	(237)
4.8.4 leastsq 函数——非线性最小二乘求解	(240)
4.8.5 curvefit 函数——非线性数据拟合	(243)
4.9 方程求解	(245)
参考文献	(249)
附录 Matlab 函数参考	(250)
附录 1 常用命令	(250)
附录 2 运算符号与特殊字符	(251)

附录 3	语言结构与调试	(252)
附录 4	基本矩阵及矩阵处理	(253)
附录 5	特殊矩阵	(254)
附录 6	数学函数	(254)
附录 7	坐标转换	(255)
附录 8	矩阵函数	(255)
附录 9	数据分析与 Fourier 变换函数	(256)
附录 10	多项式处理函数	(257)
附录 11	非线性数值方法	(257)
附录 12	稀疏矩阵函数	(258)
附录 13	图形绘制	(259)
附录 14	特殊图形	(261)
附录 15	图形处理	(262)
附录 16	GUI(图形用户接口)	(263)
附录 17	声音处理	(264)
附录 18	字符串处理函数	(264)
附录 19	文件输入输出函数	(265)
附录 20	位操作	(265)
附录 21	复杂数据类型	(266)
附录 22	日期与时间	(267)
附录 23	动态数据交换	(277)
参考文献		(267)

第1章 统计工具箱

(Statistics Toolbox Ver 2.1)

统计学是数据处理的科学和艺术，旨在通过收集、分析、解释和表达数据来探求事物中所蕴含的规律，达到发现新知识的目的。随着当今世界科学技术水平的迅猛发展，知识经济时代日益临近，人们需要处理越来越多的数据。因此，统计工作在国民经济和科学研究中的应用越来越广泛深入。Matlab 的统计工具箱则为人们提供了一个强有力的统计分析工具。

1.1 统计工具箱简介

统计工具箱是一套建立于 Matlab 数值计算环境的统计分析工具，能够支持范围广泛的统计计算任务，提供工程和科学统计的基本能力。其中包括 200 多个 M 文件（函数），主要支持以下各方面的内容。

- 概率分布——提供了 20 种概率分布类型，其中包括连续分布和离散分布，而且每种分布类型均给出 5 个有用的函数，即概率密度函数、累积分布函数、逆累积分布函数、随机数产生器和均值与方差计算函数。
- 参数估计——依据特定分布的原始数据，可以计算分布参数的估计值及其置信区间。
- 描述性统计——提供描述数据样本特征的函数，包括位置和散布的度量、分位数估计和处理数据缺失情况的函数等。
- 线性模型——针对线性模型，工具箱提供的函数涉及单因素方差分析、双因素方差分析、多重线性回归、逐步回归、响应曲面预测和岭回归等。
- 非线性模型——为非线性模型提供的函数涉及参数估计、多维非线性拟合的交互预测和可视化以及参数和预计值的置信区间计算等。
- 假设检验——此间提供最通用的假设检验的函数：t 检验和 z 检验。
- 多元统计——关于多元统计的函数有主成分分析和线性判别分析。
- 统计绘图——Matlab 图形库中添加了 box 图、正态概率图、威布尔概率图、管理图、分位数与分位数图等，另外还对多项式拟合和预测的支持进行扩展。
- 统计工序管理——可绘制通用的管理图和进行工序性能的研究。
- 试验设计——支持因子设计和 D 优化设计。

统计工具箱的函数主要分为两类：

- 数值计算函数

• 交互式图形工具函数

前一类工具由一些函数组成，可以通过命令行或自己的应用程序来调用这些函数。其中很多函数为 Matlab 的 M 文件，这些文件由一系列实现特殊统计算法的语句构成。可使用下述语句查看这些函数的代码：

`type function_name`

也可以将 M 文件拷贝下来，然后进行修改，形成按您所需要的算法进行计算的 M 文件，并将其添加到工具箱中。

工具箱所提供的后一类工具是一些能够通过图形用户界面（GUI）来使用的交互式图形工具。这些基于 GUI 的工具同时也为多项式拟合和预测以及概率函数开发提供环境。

文中的函数参考或详解中包含各类函数使用的具体信息。对函数的描述包括函数调用格式、参数选项以及操作符的完整说明。许多函数说明中包括示例、函数算法的说明以及附加阅读材料的参考等等。

另外，统计工具箱中的函数所采用的数学符号符合以下惯例：

β 线性模型中的参数

$E(x)$ x 的期望值， $E(x) = \int xf(t)dt$

$f(x|a,b)$ 概率密度函数(x 为独立变量， a 、 b 为固定参数)

$F(x|a,b)$ 累积分布函数

$I([a,b])$ 指示 (Indicator) 函数

P 和 q p 为事件发生的概率，
 q 为事件不发生的概率，故 $q = 1 - p$

1.2 概率分布及函数总览

随机变量的统计行为完全决定于其概率分布。随机变量的概率分布可以分为连续型、离散型和奇异型三大类。而实际中遇到的随机变量都是离散型、连续型或离散-连续型的，奇异型随机变量一般只在理论研究中出现。

统计工具箱中提供的概率分布为连续分布或离散分布，共 20 种，见表 1.2.1。

表 1.2.1 概率分布分类表

数据连续分布 (Continuous)	统计量连续分布 (Continuous)	离 散 分 布 (Discrete)
Beta (β 分布)	Chi-square (χ^2 分布)	Binomial(二项分布)
Exponential (指数分布)	Noncentral Chi-square (非中心 χ^2 分布)	Discrete Uniform (离散均匀分布)
Gamma (γ 分布)	F (F 分布)	Geometric(几何分布)
Lognormal (对数正态分布)	Noncentral F (非中心 F 分布)	Hypergeometric (超几何分布)
Normal (正态(高斯)分布)	Student's t (学生 t 分布)	Negative Binomial (负二项分布)
Rayleigh(瑞利分布)	Noncentral t (非中心 t 分布)	Poisson(泊松分布)
Uniform(均匀分布)	—	—
Weibull(威布尔分布)	—	—

Matlab 为每种概率分布提供五类函数：

- 概率密度函数 (pdf)
- 累积分布函数 (cdf)
- 逆累积分布函数
- 随机数产生器
- 均值和方差

1.2.1 概率密度函数

对于离散分布和连续分布，其相应的概率密度函数 pdf (Probability Density Function) 有各自不同的含义。

- 离散型随机变量：它是只有有穷个或可数个可能值的随机变量，其概率密度函数是观察到某一特定值的概率。
- 连续型随机变量：如果存在一非负函数 $p(x) \geq 0$ ，使对于任意实数 $a \leq b$ ， X 在区间 (a,b) 上的取值的概率为

$$P\{a < X < b\} = \int_a^b p(x) dx$$

则函数 $p(x)$ 称作 X 的概率密度函数，它满足

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1$$

与离散分布的 pdf 不同，其观察到某一特定值的概率为零。

pdf 具有两种性质：

- 对于每个可能的结果 pdf 为零或一正数；
- pdf 对整个区间的积分为 1。

pdf 并非单一函数，而是由一个或多个参数所表征的函数族。一旦选定（或估计）了参数值，此函数才唯一确定。

在统计工具箱中，对每种分布的 pdf 函数进行调用的格式是统一的，具体调用格式参见表 1.2.2。

下面以正态分布为例，说明 pdf 函数调用方法。

举例：

```
x = [-3:0.5:3];
f = normpdf(x,0,1);
f =
Columns 1 through 7
    0.0044    0.0175    0.0540    0.1295    0.2420
    0.3521    0.3989
Columns 8 through 13
    0.3521    0.2420    0.1295    0.0540    0.0175    0.0044
```

pdf 函数中的第一个参数提供所要计算其概率密度的点集(自变量 x)；其他参数提供能够唯一确定分布的参数值，正态分布需要两个参数：位置参数(均值 μ)和散度参数(标准差 σ)。上例中，计算结果变量 f 则包含了由参数 0 和 1 ($\mu=0$, $\sigma=1$) 所确定的正态分布函数在 x 取值上的概率密度。

在函数调用时，其中的参数可能是标量(即数量)、矢量或矩阵，因此在给定参数时，需要注意这些参量的长度(或称尺寸、大小等)应该相匹配。例如， β 分布的 **pdf** 函数调用： $P = \text{betapdf}(X,A,B)$ 。其中， X 、 A 和 B 的长度要么相同(如，它们都是单个标量，或都为包含 N 个元素的矢量或 $N \times M$ 个元素的矩阵)；要么，其中有的参数(假设为 X)是单个标量，而其他参量为矢量或矩阵，则 **Matlab** 自动将 X 扩展为与其他参量相同长度的矢量或矩阵，此矢量或矩阵的元素均为常量 X 的值。我们称这种自动操作方式为矢量扩展规则。

举例：

```
a=[0.5,0.5];
b=[0.5,1];
c=[0.5,1];
y=betapdf(a,b,c)
y =
    0.6366    1.0000
a = [0.5 1; 2 4]
a =
    0.5000    1.0000
    2.0000    4.0000
y = betapdf(0.5, a, a)
y =
    0.6366    1.0000
    1.5000    2.1875
```

在其他类似函数中，也通常采用矢量扩展规则对各参量进行操作。以后不再一一赘述。

除了表 1.2.2 中列出的特定分布的 **pdf** 函数外，统计工具箱还给出了通用的 **pdf** 调用函数，函数名即为 **pdf**。

• pdf

功能：可选分布的通用概率密度函数。

格式： $Y = \text{pdf}(\text{'name'}, X, A1, A2, A3)$

说明： $Y = \text{pdf}(\text{'name'}, X, A1, A2, A3)$ 提供了求取统计工具箱中任一分布的概率密度值功能。其中，‘name’为特定分布的名称，如 ‘Normal’、‘Gamma’ 等。 X 为分布函数的自变量 x 的取值矩阵，而 $A1$ 、 $A2$ 、 $A3$ 分别为相应的分布参数值。注意：由于各种分布所含参数不同， $A1$ 、 $A2$ 、 $A3$ 的含义各不相同，也并不一定都是必须的；对于任一分布， $A1$ 、 $A2$ 、 $A3$ 的值具体如何给出，可参见相应分布的特定概率密度函数。 Y 存放结果，为概率密度值矩阵。

举例： $p = \text{pdf}(\text{'Normal'}, -2:2, 0, 1)$

```
p =
    0.0540 0.2420 0.3989 0.2420 0.0540
p = pdf('Poisson',0:4,1:5)
p =
    0.3679 0.2707 0.2240 0.1954 0.1755
```

1.2.2 累积分布函数与逆累积分布函数

连续型随机变量的累积分布函数 **cdf** (Cumulative Distribution Function), 亦称分布函数, 完全取决于其概率密度 $p(x)$, 数学表达式为

$$F(x) = \int_{-\infty}^x p(u) du$$

如果 f 是概率密度函数, 则相应的累积分布函数 (cdf) F 为

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt \quad (1.2.2)$$

累积分布函数 $F(x)$ 表示所观察结果小于或等于 x 的概率。cdf 具有两种性质:

- cdf 值 $F(x)$ 的范围为 $0 \sim 1$;
- 如果 $y \geq x$, 则 $F(y) \geq F(x)$ 。

逆累积分布函数 **icdf** (Inverse Cumulative Distribution Function) 返回给定显著概率条件下假设检验的临界值, 实际上是 cdf 的逆函数。

在统计工具箱中, 对每种分布的 cdf 和 icdf 函数(名称以 inv 结尾)进行调用的格式是统一的, 参见表 1.2.3。

另外, 工具箱提供了通用的累积分布函数 cdf 和逆累积分布函数 icdf, 说明如下。

- **cdf, icdf**

功能: 计算可选分布的累积分布函数和逆累积分布函数。

格式: $P = \text{cdf}(\text{'name'}, X, A1, A2, A3)$

$X = \text{icdf}(\text{'name'}, P, A1, A2, A3)$

说明: $P = \text{cdf}(\text{'name'}, X, A1, A2, A3)$ 与 pdf 函数的区别仅在于它是计算某种分布的累积分布函数值, 而不是概率密度值, 其他用法与 pdf 函数相同。

$X = \text{icdf}(\text{'name'}, P, A1, A2, A3)$ 为 $P = \text{cdf}(\text{'name'}, X, A1, A2, A3)$ 的逆函数。

举例: $p = \text{cdf}(\text{'Normal'}, -2:2, 0, 1)$

```
p =
    0.0228 0.1587 0.5000 0.8413 0.9772
```

```
p = cdf('Poisson',0:5,1:6)
```

```
p =
    0.3679 0.4060 0.4232 0.4335 0.4405 0.4457
```

```
x = icdf('Normal',0.1:0.2:0.9,0,1)
```

```

x =
    -1.2816   -0.5244    0    0.5244    1.2816
x = icdf('Poisson',0.1:0.2:0.9,1:5)
x =
     1     1     3     5     8

```

参见: mle, pdf, random。

下面说明正态分布的 cdf 函数调用方法。

```

x = [-3:0.1:3];
p = normcdf(x,0,1);

```

其中, 变量 **p** 包含由参数 0 和 1 所确定的正态分布函数在 **x** 中所取值上的累积分布函数值。所用参数含义与 pdf 函数类同。

下面说明连续的累积分布函数(cdf)与其逆函数(icdf)的关系。

```

x = [-3:0.1:3];
xnew = norminv(normcdf(x,0,1),0,1);

```

相反地, 进行下述计算:

```

p = [0.1:0.1:0.9];
pnew = normcdf(norminv(p,0,1),0,1);

```

请对照一下 **x** 与 **xnew** 和 **p** 与 **pnew**, 可以发现其中的规律。

连续分布中取值点的 cdf 计算值为 0~1 的概率值, 这些概率值的逆 cdf 则给出其原来的取值点。

对于离散分布, cdf 与其 icdf 的关系更为复杂些。因为很可能不存在某个值(设为 **x**), 使得 **x** 的 cdf 为 **p**。在这种情况下, 其 icdf 返回使 $\text{cdf}(x) \geq p$ 的第一个值 **x'**。如:

```

x = [0:10];
y = binoinv(binocdf(x,10,0.5),10,0.5);

```

请对照一下 **x** 与 **y**。

以下的命令说明了进行相反操作所同样存在的问题。

```

p = [0.1:0.2:0.9];
pnew = binocdf(binoinv(p,10,0.5),10,0.5)
pnew =
    0.1719    0.3770    0.6230    0.8281    0.9453

```

逆函数在假设检验和产生置信区间等工作中是很有用的。以下给出获得正态分布的 99% 置信区间的方法。

```

p = [0.005 0.995];
x = norminv(p,0,1)
x =
   -2.5758    2.5758

```

变量 **x** 中的值即为给定概率区间 **p** 的条件下, 由参数 0 和 1 所确定的正态分布函数的逆函数的结果, $p(2) - p(1) = 0.99$ 。因此, **x** 给出了标准正态分布的 99% 置信区间。

统计工具箱给出统一的调用每种分布的逆函数的格式。第一个输入参数提供概率数集，其他参数给出确定的分布参数值。

1.2.3 随机数产生器

所有分布的随机数的产生方法都始于均匀分布随机数。一旦具备了均匀分布随机数产生器，其他分布的随机数都可使用直接法、反转 (inversion)法或拒绝(rejection)法获得。

(1) 随机数产生的基本方法

1 直接法(direct)

直接法源于分布的定义。假设产生二项分布随机数，可以认为其随机数就是在 n 次抛硬币之后，某一面出现的次数(每次抛掷时，此面出现的概率为 p)。如果产生了 n 个均匀分布随机数，数出大于 p 的次数 m ，那么结果 m 就是参数为 n 和 p 的二项分布的随机数。

2 反演法 (inversion)

反演方法的理论基础在于均匀分布与其他连续分布之间的关系。假设 F 为一连续分布，其逆为 F^{-1} ； U 是一个均匀分布随机数，则 $F^{-1}(U)$ 服从 F 分布。因此，可将某种分布的逆函数作用于均匀分布的随机数，获得这种分布的随机数。遗憾的是，这种方法通常并不是最有效的。

3 拒绝法(rejection)

对于某些分布，其函数形式使得运用直接法和反演法来产生随机数比较困难或费时较多。在这种情况下，拒绝法或许能很好地解决这一问题。

若要产生概率密度函数为 f 的某种分布的随机数，若采用拒绝法，首先需找到另一分布密度函数 g 和一个常数 c ，并满足以下条件：

$$f(x) \leq cg(x), \forall x \quad (1.2.3)$$

然后通过以下步骤进行：

1. 产生概率密度为 $g(x)$ 的 G 分布的随机数 x ；
2. 设参数 $r = \frac{cg(x)}{f(x)}$ ；
3. 产生一个均匀分布随机数 u ；
4. 如果 $r \times u < 1$, 返回 x ；
5. 否则重复第 1 步至第 3 步。

为提高效率，产生 G 分布随机数的方法要简单，而且常数 c 的值要小。迭代的期望值为 c 。