泡利物理学讲义

2

光学和电子论

人民教育出版社

泡利物理学讲义

2. 光学和电子论

洪铭熙 译

留润州 校

人民教育出版社

内容简介

泡利物理学讲义是理论物理学的一套十分严谨、精练的经典教材。现根据 MIT 出版社 1973 年出版的英译本 (Charles P. Enz 主编，S. Margulies 和 H. R. Lewis 合译的 Pauli Lectures on Physics)并参考德文原版翻译出版，以供我国大学理工科师生参考。

本套讲义分六册出版，内容分别为：1. 电动力学。2. 光学和电子论。3. 热力学和气体分子运动论。4. 统计力学。5. 波动力学。6. 场量子化选题。

本书中译本责任编辑：曹建庭

泡利物理学讲义

2. 光学和电子论

洪铭熙 译

留润州 校

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 4.625 字数 105,000

1981 年 4 月第 1 版 1982 年 2 月第 1 次印刷

印数00,001—14,500

书号 13012·0604 定价 0.43 元

前　言

人们常说:科学方面的教科书很快会过时。可是泡利讲义,尽管其中一些是早在二十年以前讲授的,为什么现在还要出版呢?理由是简单的,因为泡利介绍物理学的方式一点也不过时。他的论量子力学基础的著名论文发表在 1933 年德国百科全书《物理学手册》中①。二十五年后,该文几乎未作改动地重新出现在新版本②中,而投给这部百科全书的大多数文稿却必须完全重写。出现这种惊人事实的原因就在于泡利的风格,在论文的透彻性和影响力方面,他的这种风格是与论文主题的伟大相称的。科学写作的风格是一种品质,这种品质当今正濒于消失。快速出版的压力是如此之大,以致人们把草率地写成的文章和书籍匆忙付印,而很少关心概念的细心阐述。目前,数学和仪器手段的技巧变得又复杂又困难,人们写作与学习上所花费的精力,大部分是用于获得这些技巧,而不是用于深入吃透重要概念。物理学的主要概念往往消失在数学论证的茂密丛林之中。这种情况并非一定如此。泡利讲义说明怎样才能够清晰地并用优美的数学形式把物理概念表达清楚,而不致被形式化的专门技巧所掩盖。

从字面的意义上讲,泡利不是一个有才艺的演说家。人们跟上他的课程往往是不容易的。但是,当他的思想脉络和他的逻辑

---

① 这部《物理学手册》(*Handbuch der Physik*)是 H. Geiger 和 K. Schell 主编的。泡利这篇论文《*Die allgemeinen Prinzipien der Wellenmechanik*》曾载人该手册第二版,第廿四卷,第一分册(1933)。——中译者注

② 泡利这篇论文的新版本载人 S. Flügge 主编的《*Handbuch der Physik* (*Encyclopedia of Physics*)》第五卷,第一分册(1958)。——中译者注

结构变得明显时，注意听讲的追随者就会对主要概念留下一个新的更深刻的理解，并对精美的推理结构留下一个更透彻的领悟，这个精美的推理结构就是理论物理。这套讲课笔记不是他本人而是他的一些同事写的，这一事实，并不降低它们的价值。在其概念结构和数学严谨上，它们体现了大师的特点。只是间或在某些地方人们确实没见到大师的一些词语和说明。除了场的量子化那些讲义，人们对他的讲义并无过时之感，在场的量子化讲义中，有些概念的表达方式，今天对有些人说，也许显得陈旧。尽管如此，由于这些讲义的简洁性和直截了当地逼近中心问题，它们对现代的学生来说该是有益的。

愿本卷作为一个范例，说明创建理论物理学的伟人之一，是怎样表达和讲授理论物理学概念的。

维克托　F. 外斯科夫

于麻省　坎布里奇市

英译本主编序言

当泡利在苏黎世联邦工业大学教授光学时，这门学科，如同力学那样，主旨是给学生学习对波动力学的观念作准备。在这方面，本书中有关哈密顿理论的一节及其在晶体光学一节中对各向异性媒质的应用是特别使人感到兴趣的。但在其它方面，在泡利的时代，光学则是一门辉煌已成过去的学科。

随着激光的出现，这种状态已根本地改变了，激光把光学重置于科学的前沿。诸如非线性光学和全息学（今年① 获得诺贝尔奖）已开拓了完全新的各种工艺学；对于后者，旧式线性经典光学的大量知识却是必要的初阶。

这是关于科学发展的不可预测性的吸引人的一课。这也许是这次英译的最好理由吧。因为泡利对细节的论述不如对评论性和逻辑性的阐述那样关心。这使得现有的讲义成为这学科的一个简洁而又深为有益的导论。

由夏代格（Scheidegger）整理并于 1948 年出版的德文笔记不是没有缺陷的。因此，泡利支持由厄丢士（P. Erdös）（现任托拉哈塞城佛罗里达大学教授）整理的笔记作为第二种文本。这里的英文译本毕竟选择了第一种文本，这是因为它较好地反映出泡利原来的精神和简练的风格。这些缺陷已经消除，并在附录的评注中加上了一些精确的注释。这种澄清方法使译者的工作值得特别一提。看到我们全体的艰苦工作产生了我所始终喜爱的一个教程的

① 指1971 年——中译者注

改进了的文本，使我这个编者感到十分欣幸。

查理 P. 安兹

日内瓦，1971年11月2日

目　录

第一章　几何光学

第二章　干涉和衍射理论

第三章　麦克斯韦理论

第四章　晶体光学

第五章　分子光学

第一章　几何光学

§1. 费马原理

如果有两种折射率为 n_1 和 n_2 的均匀、各向同性的媒质 M_1 和 M_2，那么斯涅耳定律

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \qquad [1.1]$$

成立。(参见图 1.1) 在 $n_1/n_2>1$ 的情况下，θ_1 增大时，将达到某点，如果 θ_1 再增大，则 θ_2 就不再有实解。在由 $\sin\theta_1^{(l)}=n_2/n_1$ 所定义的临界角，折射光平行于 M_1 和 M_2 的界面前进。实验表明 $\theta_1>\theta^{(l)}$ 时，发生全反射。然而，无论是否全反射，总有一些反射发生。除折射光线外，还有反射光线；即，原来的光线分裂为二。对于反射光线，我们有定律：

$$\theta_1'=\theta_1. \qquad [1.2]$$

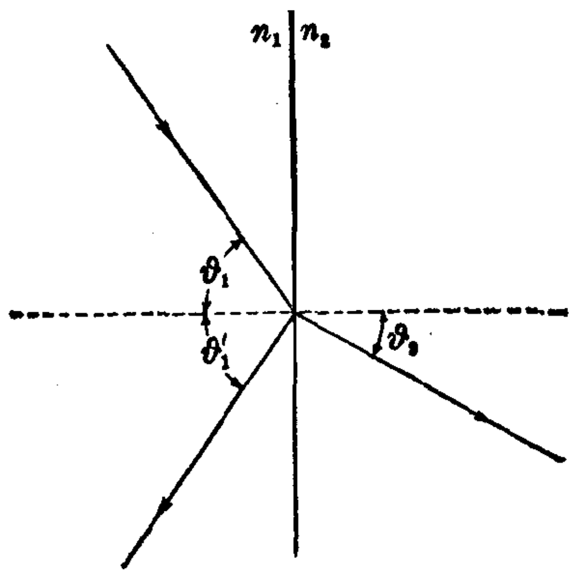

图 1.1

折射光线以及反射光线都在入射面内。

折射率与入射角无关是各向同性媒质的特征。另一方面，应注意 n 与光的颜色有关。按定义，在真空中，对所有颜色的光 $n=1$。因此，在物质媒质中，n 一般大于 1。

折射定律和反射定律一样，都能用一种致极性质加以表征。如果我们用光程 L 表示折射率与光线通过的路径的乘积，

$$L=n_1P_1Q+n_2P_2Q, \qquad [1.3]$$

那么费马原理说：光线总是以

$$\delta L=0 \qquad [1.4]$$

的方式前进。这定律与上面的折射定律和反射定律等效。

[证明] *a.* **折射定律**

由图 1.2 我们看出

$$L=n_1a_1/\cos\theta_1+n_2a_2/\cos\theta_2,$$

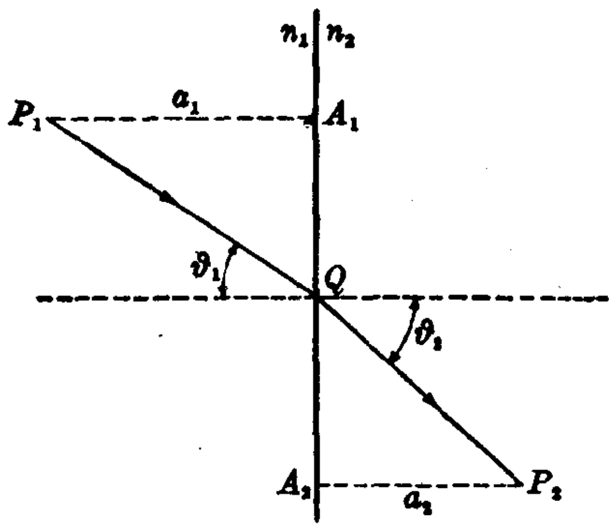

图 1.2

$A_1A_2=a_1\tan\theta_1+a_2\tan\theta_2=$常数(辅助条件)。用拉格朗日乘子法，对 θ_1 和 θ_2 的任意变分，我们得到

$$\delta L+\lambda\delta(A_1A_2)=0.$$

这样，

$$a_1\left(\frac{n_1\sin\theta_1}{\cos^2\theta_1}+\lambda\frac{1}{\cos^2\theta_1}\right)\delta\theta_1$$

$$+a_2\left(\frac{n_2\sin\theta_2}{\cos^2\theta_2}+\lambda\frac{1}{\cos^2\theta_2}\right)\delta\theta_2=0,$$

所以，

$$n_1\sin\theta_1+\lambda=0,$$

$$n_2\sin\theta_2+\lambda=0.$$

从这些方程式中消去 λ，得

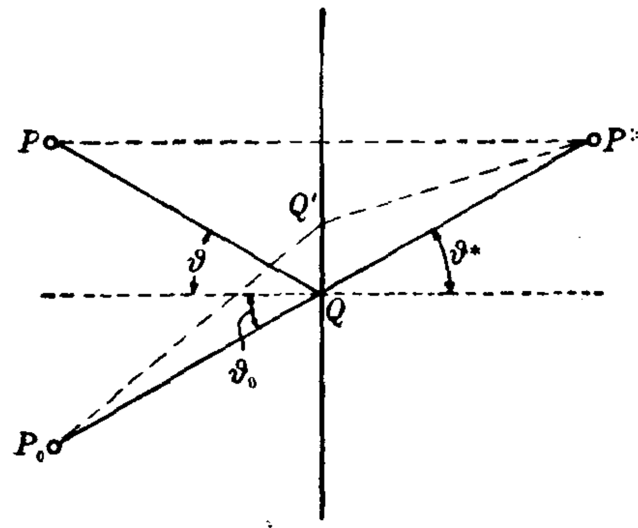

图 1.3

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2.$$ [证毕]

b. 反射定律

如果 P^* 是 P 的象，那么无需计算便可看出(参看图 1.3)

$$P_0Q' + Q'P^* > P_0Q + QP^*.$$

所以，光程是极小。

[证毕]

对于弯曲的表面，光程不必是极小；只需要是极值。以后，我们将看到，由于光速正比于 $1/n$，那末光程正比于光线的通过时间。这样，按照费马(原理)，这个量应是极值。然而，仅当考虑波动光学时，通过时间的概念才有意义。

如果我们现在考虑具有连续可变折射率 $n=n(x, y, z)$ 的媒质，那么对这种情况，我们也不难公式化费马原理；对应于[1.4]式，我们可把原理表达如下：在固定点 P_1 和 P_2 之间，光线这样行进：

$$\delta S \equiv \delta\int_{P_1}^{P_2} n\,\mathrm{d}s = 0 \qquad (P_1, P_2 \text{ 固定}). \tag{1.5}$$

如果 u 是表征给定曲线的参数，那么

$$S = \int_{u_1}^{u_2} n\left[\sum_i \left(\frac{\mathrm{d}x_i}{\mathrm{d}u}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \mathrm{d}u,$$

其中

$$x_i=x_i(u)+\delta x_i(u) \qquad (i=1, 2, 3)$$

是一条邻近曲线，并且 P_i 对应于 $x(u_i)$. 那么，

$$\delta S=\int_{u_1}^{u_2}\sum_k\left\{\frac{\partial n}{\partial x_k}\text{①}\delta x_k\left[\sum_i\left(\frac{\mathrm{d}x_i}{\mathrm{d}u}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}\right.$$
$$\left.+n\frac{\mathrm{d}x_k}{\mathrm{d}u}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}u}(\delta x_k)\cdot\left[\sum_i\left(\frac{\mathrm{d}x_i}{\mathrm{d}u}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}\right\}\mathrm{d}u.$$

这里，我们已用到微分 δ 和 d 是互相独立的事实，所以 $\delta\mathrm{d}x=\mathrm{d}\delta x$。如果把最后公式的第二项分部积分，便有

$$\delta S=\int_{u_1}^{u_2}\sum_k\left\{\frac{\partial n}{\partial x_k}\left[\sum_i\left(\frac{\mathrm{d}x_i}{\mathrm{d}u}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}\right.$$
$$\left.-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}u}\left(n\frac{\mathrm{d}x_k}{\mathrm{d}u}\left[\sum_i\left(\frac{\mathrm{d}x_i}{\mathrm{d}u}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}\right)\right\}\delta x_k\mathrm{d}u$$
$$+\sum_k n\frac{\mathrm{d}x_k}{\mathrm{d}u}\left[\sum_i\left(\frac{\mathrm{d}x_i}{\mathrm{d}u}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}\delta x_k\Big|_{P_1}^{P_2}.$$

因为假定 P_1 和 P_2 是固定的，因此 $\delta x|_{P_1}=\delta x|_{P_2}=0$，并且最后一项为零。然而，仅当上式中被积函数恒等于零时，δS 才能对 δx_k 的其它任意选择等于零。如果选择参数 u 等于沿致极曲线的弧长 s，并用矢量记法，那么这导致条件

$$\mathrm{grad}\,n=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left(n\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}s}\right). \qquad [1.6]$$

可能这样想，在整个推导过程中，参数 u 是不必要的，从开始便可以设它等于 s。然而，却不能这样做，因为虽然人们当然能沿致极曲线选取 $u=s$，却不能同时沿变更的比较曲线这样做。

现在，如果限定在 P_1 与 P_2 间的曲线仍为致极曲线的条件下，研究对应于端点 P_1 和 P_2 改变时 S 的变分，便有

① 德文原本把 n 误为 u——中译者注

$$\delta S = n\left(\frac{d\boldsymbol{x}}{ds}\cdot\delta\boldsymbol{x}\right)\Big|_{P_1}^{P_2}. \qquad [1.7]$$

这里，费马原理也仅说明光程$\int n ds$应是极值；而没有详细说明是怎样的极值。后面的问题在物理学上是全然无足轻重的。

如果把[1.6]式再分解成两部分，那么应当指出，得不到三个独立的方程式。由于

$$\sum_k\left(\frac{dx_k}{ds}\right)^2=1,$$

方程式间必然存在一个关系。展开[1.6]式，得到

$$\mathrm{grad}n=\frac{dn}{ds}\frac{d\boldsymbol{x}}{ds}+n\frac{d^2\boldsymbol{x}}{ds^2}.$$

如果取 $d\boldsymbol{x}/ds$ 与[1.6]式的标积，便有

$$\begin{aligned}\frac{d\boldsymbol{x}}{ds}\cdot\mathrm{grad}n&=\frac{d\boldsymbol{x}}{ds}\cdot\frac{d}{ds}\left(n\frac{d\boldsymbol{x}}{ds}\right)\\&=\frac{d\boldsymbol{x}}{ds}\cdot\frac{d\boldsymbol{x}}{ds}\frac{dn}{ds}+\frac{d\boldsymbol{x}}{ds}\cdot\frac{d^2\boldsymbol{x}}{ds^2}n,\end{aligned}$$

所以$(d\boldsymbol{x}/ds)\cdot\mathrm{grad}n=dn/ds$，这在几何上是理所当然的，而且无其他含义。由此得知，只有矢量的分量才有物理意义。

著名的弗莱纳公式之一是 $d^2\boldsymbol{x}/ds^2=\boldsymbol{e}/R$，其中 $\boldsymbol{e}$ 是在密切面内的单位矢量，并且垂直于 $d\boldsymbol{x}/ds$，R 是曲率半径。于是得到

$$\left.\begin{aligned}&(\mathrm{grad}n)_\perp=\frac{n}{R}\cdot\boldsymbol{e}\\ \text{或}\quad&\\&\{\mathrm{grad}(\ln n)\}_\perp=\frac{\boldsymbol{e}}{R}\end{aligned}\right\}. \qquad [1.8]$$

在 n 仅为一个坐标的函数(例如 $n(x)$)的特殊情况下，

$$\frac{d}{ds}\left(n\frac{dy}{ds}\right)=0,\quad \frac{d}{ds}\left(n\frac{dz}{ds}\right)=0,$$

所以

$$n\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}s}=\text{常数}, \qquad n\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}s}=\text{常数},$$

并且光线保持在 $\mathrm{d}y/\mathrm{d}z=$常数的平面内。然而，可以这样选取坐标系，使得光线是在 x-y 平面内。那么

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}s}=0, \qquad n\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}s}=\text{常数},$$

$$\theta=\measuredangle\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}s}, x\right), \quad \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}s}=\cos\theta, \quad \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}s}=\sin\theta,$$

所以得到

$$n\sin\theta=\text{常数}.$$

于是，再次得到斯涅耳定律。

由这里发展起来的方程组(具有给定初始条件的二阶微分方程组)，清楚地看出，在这种理论结构中，光线决不能分裂成两部分。如果指定了点和初始方向，那么，光线以后的行程便完全被确定了。然而，这和光线在两种媒质的界面总发生分裂这一事实不相符合。由此可见，费马原理只能是现实的某种近似。

§2. 马吕斯和惠更斯原理。成象定律

现在我们想研究函数 S 的性质，其中

$$S=\int_{P_1}^{P_2} n\mathrm{d}s=S(P_1, P_2).$$

由[1.7]式，得

在 P_1 处，

$$\operatorname{grad} S\cdot\delta\boldsymbol{x}=-n\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}s}\cdot\delta\boldsymbol{x}\right),$$

在 P_2 处，

$$\operatorname{grad} S\cdot\delta\boldsymbol{x}=n\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}s}\cdot\delta\boldsymbol{x}\right),$$

所以有

$$\mathrm{grad}S = \mp n\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}s} \qquad [2.1]$$

和

$$|\mathrm{grad}S|^2 = n^2. \qquad [2.2]$$

这个最后的方程常称为程函方程，S 称为程函。这些名称在文献中不总是唯一的。

可以用下列方式引进一个相关的函数 $\bar{S}$ 代替函数 S：令 F 是空间中任意指定的曲面，

$$x_k^0 = \varphi_k(u, v) \quad 或 \quad F(\boldsymbol{x}^0) = 0,$$

并令 P 是曲面外一点。那么

$$\bar{S} = \bar{S}(F, P) = \int n\mathrm{d}s,$$

其中要取垂直于 F 并通过 P 点的光线作为 F 和 P 间的积分路线。以上的普遍变分公式[1.6]式和[1.7]式，于是暗示

$$\delta\bar{S} = \int_{P_0}^{P}\left\{\frac{\partial n}{\partial \boldsymbol{x}} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left(n\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}s}\right)\right\}\cdot\delta\boldsymbol{x}\mathrm{d}s + n\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}s}\cdot\delta\boldsymbol{x}\Big|_{P_0}^{P}.$$

这里，因为取致极曲线为积分路线，故第一项等于零；因为边界条件的缘故，在下限处第二项等于零。这样，作 P 点的变分，便有

$$\mathrm{grad}_P\bar{S} = n\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}s}. \qquad [2.3]$$

这是马吕斯定律。用文字表达是：如果光线曾一时正交于曲面 F，那么，总是存在一些正交于光线的曲面，即 $\bar{S}$＝常数的曲面。

S 与 $\bar{S}$ 之间存在一个重要的几何关系叫做惠更斯原理：曲面 $\bar{S}$ ＝常数是与 F 的每一点 P_0 相关联的曲面 $S(P_0, P)$＝常数的包络(面)。

［证明］

令 u, v 是曲面参数。用标准方法，通过对参数求导，得到曲面 S＝常数的包络方程：

$$\frac{\partial S}{\partial u}=0, \qquad \frac{\partial S}{\partial v}=0,$$

所以

$$\mathrm{grad}_{P_0} S\cdot\frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial u}=0, \qquad \mathrm{grad}_{P_0} S\cdot\frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial v}=0,$$

由此得到，恰好是那些正交于给定曲面的光线穿过包络(面)。

［证毕］

描述各向同性媒质中的现象时有两种可能性。我们希望进一步研究方程

$$\mathrm{grad}\,n=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left(n\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}s}\right)$$

和

$$|\mathrm{grad}\,S|^2=n^2$$

间的联系。曾经指出，由常微分方程[1.6]的解，能组成偏微分方程[2.2]的解。然而，反过来也是正确的：由[2.2]式的足够普遍的解，便能得到[1.6]式的解。

我们考察双参数曲面族 $F(\boldsymbol{x}^0, a_1, a_2)=0$①和对应函数

$$\bar{S}(F,P)=\bar{S}(P,a_1,a_2),$$

由于[2.3]式，$\bar{S}(F,P)$也满足方程式[2.2]。对 a_1 和 a_2 微分，得到

$$\nabla\bar{S}\cdot\nabla\frac{\partial\bar{S}}{\partial a_1}=0, \qquad \nabla\bar{S}\cdot\nabla\frac{\partial\bar{S}}{\partial a_2}=0;$$

即，曲面$\frac{\partial\bar{S}}{\partial a_1}=$常数与$\frac{\partial\bar{S}}{\partial a_2}=$常数正交于曲面 $\bar{S}=$常数。如果假定这样选取双参数曲面族 F，使得曲面$\frac{\partial\bar{S}}{\partial a_1}=$常数和$\frac{\partial\bar{S}}{\partial a_2}=$常数不重合，那么，它们相交形成一条曲线，后者正交于 $\bar{S}=$常数，并且平行于 $\nabla\bar{S}$。这曲线是光线方程的解。这点可以看出如下。如果我们

① 德文原本中有删去这前半句的符号。——中译者注