

《信息、控制与系统》系列教材

模式识别

边肇祺等 编著

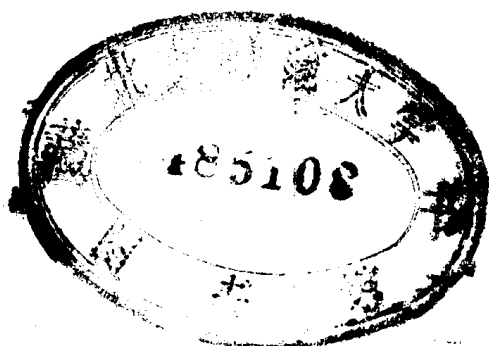
清华大学出版社

0255-12
《信息、控制与系统》系列教材

模 式 识 别

边肇祺等 编著

7911167/30



清 华 大 学 出 版 社

内 容 简 介

本书是清华大学自动化系教材,主要讨论统计模式识别理论和方法,包括贝叶斯决策理论、线性和非线性判别函数、近邻规则、经验风险最小化、特征提取和选择以及聚类分析等。还介绍了模式识别在一维数字信号和二维数字图象识别中的应用。每章后附有习题,适于教学和自学。

本书可供计算机信息处理、自动控制、地球物理、生物医学工程等领域中从事模式识别工作的科技人员和高校师生参考。

模 式 识 别

边肇祺等 编著

责任编辑 蔡鸿程

☆

清华大学出版社出版

北京 清华园

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

☆

开本: 787×1092 1/16 印张: 19 字数: 485 千字

1988 年 6 月第 1 版 1988 年 6 月第 1 次印刷

印数: 0001~10000 定价: 3.55 元

ISBN 7-302-00203-7/O·40(课)

《信息、控制与系统》系列教材

出版说明

《信息、控制与系统》系列教材是一套关于信息、控制和系统学科的基本理论和应用技术的高等学校教材。选题范围包括信号和信息处理、模式识别、知识工程、控制理论、自动化技术、传感技术、自动化仪表、系统理论、系统工程、机器人控制、智能控制、计算机应用和控制等方面。主要读者对象为自动控制、计算机、过程自动化、无线电等系科的高年级大学生和研究生,以及在这些领域和部门工作的科学工作者和工程技术人员。

信息、控制与系统科学是在本世纪上半叶形成和发展起来的新兴学科。它们的应用和影响已经遍及众多的部门和领域,贯穿其中的许多思想和方法已用于经济和社会现象的研究,而以这些学科为理论基础的自动化技术的广泛应用更是实现现代化的重要标志之一。这套系列教材,正是在这样的客观要求下,为适应教学和科研工作的需要而组织编写和出版的。它以清华大学自动化系近年来经过教学实践的新编教材为主,力求反映这些学科的基本理论和最新进展,并且反映清华大学在这些学科领域中科学研究和教学研究的成果。我们希望这套系列教材,既能为在校大学生和研究生的学习提供较为系统的教科书,也能为广大科技人员提供有价值的参考书。

编辑和出版这套教材是一次尝试。我们热忱欢迎选用本系列教材的老师、学生和科技工作者提出批评、建议。

《信息、控制与系统》系列教材编委会

一九八七年三月

《信息、控制与系统》系列教材编委会

主 编 常 迥

编 委 常 迥 童诗白 方崇智

韩曾晋 李衍达 郑大钟

夏绍玮 徐培忠

责任编辑 蔡鸿程

前 言

这本教材是清华大学自动化系信息处理和模式识别教研组在近几年给大学生和研究生讲授“模式识别”课程的基础上,参考了国外同类教材及有关文献编写而成,重点讨论统计识别方法。为了使读者能够对模式识别的应用有一定的了解,本书最后两章讨论了模式识别在一维数字波形和二维数字图象中的应用。这一部分内容在很大程度上涉及到数字信号处理和数字图象处理中的一些方法,因此只是为了给有兴趣的读者作参考,讲授时完全可以略去而不影响对全书的理解。

本书是在常迺教授的热情支持和帮助下写成的,参加编写的有边肇祺、阎平凡、杨存荣、高林、刘松盛和汤之永等同志。边肇祺、阎平凡和杨存荣对全书原稿进行了大量修改和校正。我们在编写过程中反复进行讨论,力求把这本教材写好,但仍会有错漏之处。希望读者能及时把发现的问题告诉我们,并希望为今后进一步提高本书的质量提出宝贵意见。

目 录

第一章 绪论	1
1.1 模式识别和模式的概念	1
1.2 模式识别系统	2
1.3 关于模式识别方法的一些问题	3
1.4 关于本书的内容安排	6
第二章 贝叶斯决策理论	8
2.1 引言	8
2.2 几种常用的决策规则	8
2.2.1 基于最小错误率的贝叶斯决策.....	8
2.2.2 基于最小风险的贝叶斯决策.....	12
2.2.3 在限定一类错误率条件下使另一类错误率为最小的两类别决策.....	15
2.2.4 最小最大决策.....	16
2.2.5 序贯分类方法.....	18
2.2.6 分类器设计.....	19
2.3 正态分布时的统计决策	23
2.3.1 正态分布概率密度函数的定义及性质.....	23
2.3.2 多元正态模型下的最小错误率贝叶斯判别函数和决策面.....	29
2.4 关于分类器的错误率问题	34
2.4.1 在一些特殊情况下错误率的理论计算.....	34
2.4.2 错误率的上界.....	37
习题.....	41
第三章 概率密度函数的估计	44
3.1 引言	44
3.2 参数估计的基本概念	45
3.2.1 最大似然估计.....	45
3.2.2 贝叶斯估计和贝叶斯学习.....	48
3.3 正态分布的监督参数估计	52
3.3.1 最大似然估计示例.....	52
3.3.2 贝叶斯估计和贝叶斯学习示例.....	53
3.4 非监督参数估计	57
3.4.1 非监督最大似然估计中的几个问题.....	57

3.4.2 正态分布情况下的非监督参数估计	60
3.5 总体分布的非参数估计	63
3.5.1 基本方法	63
3.5.2 Parzen 窗法	66
3.5.3 k_N -近邻估计	70
3.6 关于分类器错误率的估计问题	71
3.6.1 关于已设计好分类器时错误率的估计问题	71
3.6.2 关于未设计好分类器时错误率的估计问题	74
习题	79
第四章 线性判别函数	81
4.1 引言	81
4.1.1 线性判别函数的基本概念	81
4.1.2 广义线性判别函数	83
4.1.3 设计线性分类器的主要步骤	85
4.2 Fisher 线性判别	85
4.3 感知准则函数	89
4.3.1 几个基本概念	89
4.3.2 感知准则函数及其梯度下降算法	91
4.4 最小错分样本数准则	93
4.4.1 解线性不等式组的共轭梯度法	93
4.4.2 解线性不等式组的搜索法	96
4.5 最小平方误差准则函数	99
4.5.1 平方误差准则函数及其伪逆解	99
4.5.2 MSE 准则函数的梯度下降算法	102
4.5.3 随机 MSE 准则函数及其随机逼近算法	102
4.6 随机最小错误率线性判别准则函数	104
4.6.1 随机最小错误率线性判别准则函数	104
4.6.2 关于 $J_{\sigma}(\alpha)$ 准则的随机逼近算法	107
4.6.3 设计考虑和应用实例	109
4.7 多类问题	110
4.7.1 多类问题的基本概念	110
4.7.2 决策树简介	111
习题	115
第五章 非线性判别函数	118
5.1 分段线性判别函数的基本概念	118
5.1.1 基于距离的分段线性判别函数	118
5.1.2 分段线性判别函数	120

5.1.3	分段线性分类器设计的一般考虑	120
5.2	用凹函数的并表示分段线性判别函数	123
5.2.1	分段线性判别函数的表示	123
5.2.2	算法步骤	124
5.3	用交遇区的样本设计分段线性分类器	127
5.3.1	算法基本思想	127
5.3.2	紧互对原型对与交遇区	127
5.3.3	局部训练法	128
5.3.4	决策规则	129
5.4	二次判别函数	131
	习题	132
第六章	近邻法	133
6.1	最近邻法	133
6.1.1	最近邻决策规则	133
6.1.2	最近邻法的错误率分析	133
6.2	k -近邻法	137
6.3	关于减少近邻法计算量和存储量的考虑	140
6.3.1	近邻法的快速算法	140
6.3.2	剪辑近邻法	143
6.3.3	压缩近邻法	151
6.4	可做拒绝决策的近邻法	152
6.4.1	具有拒绝决策的 k -近邻法	152
6.4.2	具有拒绝决策的剪辑近邻法	153
6.5	最佳距离度量近邻法	154
	习题	158
第七章	经验风险最小化和有序风险最小化方法	159
7.1	平均风险最小化和经验风险最小化	159
7.2	有限事件类情况	160
7.3	线性分界权向量数的估计	161
7.4	事件出现频率一致收敛于其概率的条件	162
7.5	生长函数的性质	163
7.6	经验最优判决规则偏差的估计	164
7.7	经验最优判决规则偏差估计的改进	165
7.8	有序风险最小化方法	166
7.8.1	判决规则选择准则	167
7.8.2	几种判决规则类的排序方法	168
	习题	172

第八章 特征的选择与提取	173
8.1 基本概念	173
8.1.1 问题的提出	173
8.1.2 一些基本概念	173
8.2 类别可分离性判据	175
8.2.1 基于距离的可分性判据——类内类间距离	175
8.2.2 基于概率分布的可分性判据	177
8.2.3 基于熵函数的可分性判据	180
8.3 特征提取	181
8.3.1 按欧氏距离度量的特征提取方法	182
8.3.2 按概率距离判据的特征提取方法	185
8.3.3 用散度准则函数的特征提取器	188
8.3.4 多类情况	190
8.3.5 基于判别熵最小化的特征提取	191
8.3.6 两维显示	193
8.4 特征选择	195
8.4.1 最优搜索算法	196
8.4.2 次优搜索法	199
8.4.3 可分性判据的递推计算	201
习题	201
第九章 基于 Karhunen-Loeve 展开式的特征提取	203
9.1 傅里叶级数展开式	203
9.2 Karhunen-Loève 展开式	204
9.3 K-L 展开式的性质	206
9.3.1 展开系数	206
9.3.2 表示熵	207
9.3.3 总体熵	208
9.4 K-L 坐标系的产生矩阵	209
9.5 从类平均向量中提取判别信息	209
9.6 包含在类平均向量中判别信息的最优压缩	211
9.7 包含在类中心化特征向量中判别信息的提取	212
9.8 用于非监督模式识别问题中的特征提取	214
习题	215
第十章 非监督学习方法	216
10.1 引言	216
10.2 单峰子集(类)的分离方法	216
10.2.1 投影方法	216

10.2.2	基于对称集性质的单峰子集分离法	218
10.2.3	单峰子集分离的迭代算法	219
10.3	类别分离的间接方法	220
10.3.1	动态聚类方法	221
10.3.2	近邻函数准则算法	227
10.4	分级聚类方法	230
10.5	非监督学习方法中的一些问题	233
	习题	234
第十一章	一维数字信号的识别	236
11.1	引言	236
11.2	数字滤波器	236
11.3	谱分析	238
11.3.1	自相关函数估计	238
11.3.2	周期图	239
11.3.3	时间序列模型和谱估计	240
11.4	短时傅里叶分析	242
11.5	一维信号模式识别的几个例子	244
11.5.1	统计模式识别在地震波解释中的应用	244
11.5.2	利用声发射信号监测金属材料缺陷	246
11.5.3	核反应堆运行情况的监控应用	247
第十二章	二维图象的特征提取和识别	248
12.1	引言	248
12.1.1	二维图象模式	248
12.1.2	图象模式识别的目的	248
12.2	数字化图象的获取	248
12.3	区域的灰度与纹理特性的度量	250
12.3.1	一阶灰度统计量的分析	250
12.3.2	局部特性统计量的分析	252
12.3.3	联合灰度统计量分析	253
12.3.4	灰度游程长度统计量分析	257
12.3.5	功率谱的分析	258
12.4	图象分割	260
12.4.1	阈值分割技术	260
12.4.2	聚类分割技术	261
12.4.3	区域生长技术	262
12.4.4	区域的分裂与合并技术	263
12.5	边缘检测	265

12.5.1	边缘元素的检测	266
12.5.2	边界(轮廓)的跟踪	268
12.5.3	区域边界的链码表示	270
12.6	区域形状特性的度量	271
12.6.1	几何特征	271
12.6.2	矩	272
12.6.3	傅里叶描绘子	274
12.7	二维图象模式识别的应用实例	279
12.7.1	卫星遥感图象的识别	279
12.7.2	显微细胞图象的识别	282
参考书目		284
附录A	几种最优化算法	285
A.1	梯度(下降)法	285
A.2	牛顿法	287
A.3	共轭梯度法	288
A.4	Lagrange 乘子法	289
A.5	随机逼近法	291

第一章 绪 论

模式识别是六十年代初迅速发展起来的一门学科。它所研究的理论和方法在很多科学和技术领域中得到了广泛的重视,推动了人工智能系统的发展,扩大了计算机应用的可能性。二十多年来,取得了大量研究成果,在很多地方得到了成功的应用。但由于问题的复杂性,现有的理论和方法离开要求还有一段距离。为了帮助读者比较容易地掌握后面各章所述的内容,本章主要讨论模式识别的一些基本概念和问题,以利于对模式识别问题的本质有所了解。

1.1 模式识别和模式的概念

人们在生产和生活等活动中总是不断地在进行模式识别。上班坐汽车,要找汽车站。医生看病,通过问诊化验作出病情诊断。这些都是在进行模式识别。本书讨论的模式识别是指用计算机的方法来实现人的模式识别能力,更具体地说,就是实现人对各种事物或现象的分析、描述、判断和识别。

人们在观察各种事物或接受各种客观现象的时候,常常把它们分成由各个相似的但又不完全相同的事物或现象组成的类别。在同一类别中的事物或现象尽管可能是不全一样的,但它们总在某些方面具有相似之处。例如数字“4”可以有各种各样的写法,但它们都是属于同一类别。更为重要的是,即使对于某种写法的“4”,人们过去从未见过,也很容易把它分到数字“4”这一类别中去。人脑的这种思维能力就构成了“模式”的概念。在这里,模式和集合的概念是分不开的,只要认识这个集合中的有限数量的事物或现象,就可以识别属于这个集合的任意多的事物或现象。为了强调从一些个别的事物或现象推断出事物或现象的总体,我们把这样一些个别的事物或现象叫作模式。也有的作者认为应该把整个的类别叫作模式,因为它是一个抽象概念,如“汽车”、“河流”、“肺炎”、“癌细胞”等都属于模式的范畴,而把具体的对象,如停在汽车场上的号码是 31-1245 的那辆汽车叫样本,即把从模式组成模式类的过程叫作从样本组成模式的过程。这种名词上的不同含义是很容易从上下文上弄清楚的。

模式类和模式就相当于集合论中的子集和元素。在一个集合 M 中可以定义一个关系 R 。我们知道,假使对所有的 $x \in M$, xRx 存在,则称这个关系是自返的,假使对于 $x, y \in M$, 只要 xRy 存在, yRx 也同时存在,则称这个关系是对称的,满足自返和对称的关系就是相似关系。假使对于 $x, y, z \in M$, 只要 xRy, yRz 存在, xRz 也同时存在,则称这个关系是传递的,例如相等关系就是一种传递关系(当然也是自返的和对称的)。自返、对称和传递关系同时存在时称作等价关系。满足等价关系的集合必定可以划分为若干子集,即 $M = \bigcup_i M_i$, 且 $M_i \cap M_j = \phi (i \neq j)$ 。在同一子集 M_i (或称等价类)中的各个元素在一定意义上是不可区分的,因此一个子集就相当于一个模式类。满足等价关系的各个模式

类间有明确的界限,或者说是可以区分的。但客观实际常常不能把所研究的对象划分为各个明确的类别,即在类别的邻接区域不满足等价关系,但一个模式类中的各模式一定存在着自返和对称关系。

1.2 模式识别系统

有两种基本的模式识别方法,即统计模式识别方法和结构(句法)模式识别方法,与此相应的模式识别系统都由两个过程所组成,即设计和实现。设计是指用一定数量的样本(叫作训练集或学习集)进行分类器的设计。实现是指用所设计的分类器对待识别的样本进行分类决策。本书只讨论统计模式识别方法。基于统计方法的模式识别系统主要由四个部分组成:数据获取,预处理,特征提取和选择,分类决策。具体参见图 1.1。

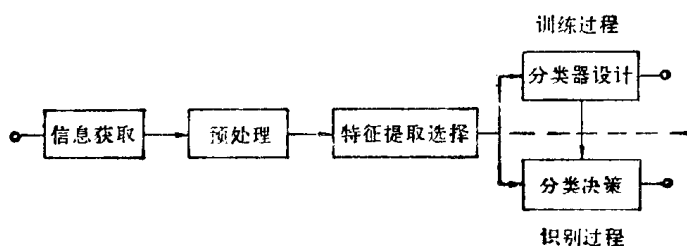


图 1.1

下面我们简单地对这几个部分作些说明。

一、数据获取

为了使计算机能够对各种现象进行分类识别,要用计算机可以运算的符号来表示所研究的对象。通常输入对象的信息有下列三种类型,即

1. 二维图象 如文字、指纹、地图、照片这类对象。
2. 一维波形 如脑电图、心电图、机械震动波形等。
3. 物理参量和逻辑值 如在疾病诊断中病人的体温,各种化验数据,或对症状有无的描述,如疼与不疼,可用逻辑值即 0 和 1 表示。

通过测量、采样和量化,可以用矩阵或向量表示二维图象或一维波形。这就是数据获取的过程。

二、预处理

预处理的目的是去除噪声、加强有用的信息、并对输入测量仪器或其他因素所造成的退化现象进行复原。

三、特征提取和选择

由图象或波形所获得的数据量是相当大的,如一个文字图象可以有几千个数据,一个心电图波形也可能有几千个数据,一个卫星遥感图象的数据量就更大。为了有效地实现分类识别,就要对原始数据进行变换,得到最能反映分类本质的特征。这就是特征提取和选择的过程。一般我们把原始数据组成的空间叫测量空间,把分类识别赖以进行的空间

叫特征空间。通过变换,可把在维数较高的测量空间中表示的模式变为在维数较低的特征空间中表示的模式。

四、分类决策

分类决策就是在特征空间中用统计方法把被识别对象归为某一类别。基本作法是在样本训练集基础上确定某个判决规则,使按这种判决规则对被识别对象进行分类所造成的错误识别率最小或引起的损失最小。本书只讨论第三和第四部分的理论基础和方法,第一第二部分是数字信号处理和图象处理等课程的研究课题。

1.3 关于模式识别方法的一些问题

这一节里,我们讨论有关模式识别方法的一些有兴趣的问题,这有助于对模式识别进一步了解。

一、学习

为了能够对模式分类,往往需要先进行学习。一个孩子学习认字时,教师首先让他看一个个字符并同时告诉他字符的名称。即使没有教师,这个孩子一遍遍地观察各个字符,也会把它们分成相应的类别,除了名称不确定以外,分类的结果与有教师的情况是一致的。

这也是一种学习过程,是一种自主学习过程。广义地说,模式识别的学习问题就是研究如何用机器实现人脑的这种学习能力的一个控制论中的问题。图 1.2 上有 12 个两类分类问题,其中每一个问题都有六个样本,位于同一列上的三个样本属于同一类。读者很容易找到区分这两类的特征,并且能画出属于某一类的无穷多个其他样本,说明人对于这类问题有很强的学习能力。但机器是否能作到这一点? 机器接近人脑学习能力的可能性有多大? 机器是否有可能自己发展这种学习能力? 假使我们能够精确地描述我们进行智力活动的过程,或者说能够精确地表述出我们对所观察的事物或现象所作出的反应,那么原则上说是可以把这种能力赋予机器的。可惜我们现在不能作到这一点,这样我们就只能通过把样本输入机器,使它按照某种给定的学习方法学会模式识别了。另一方面,由于人的感受系统的感

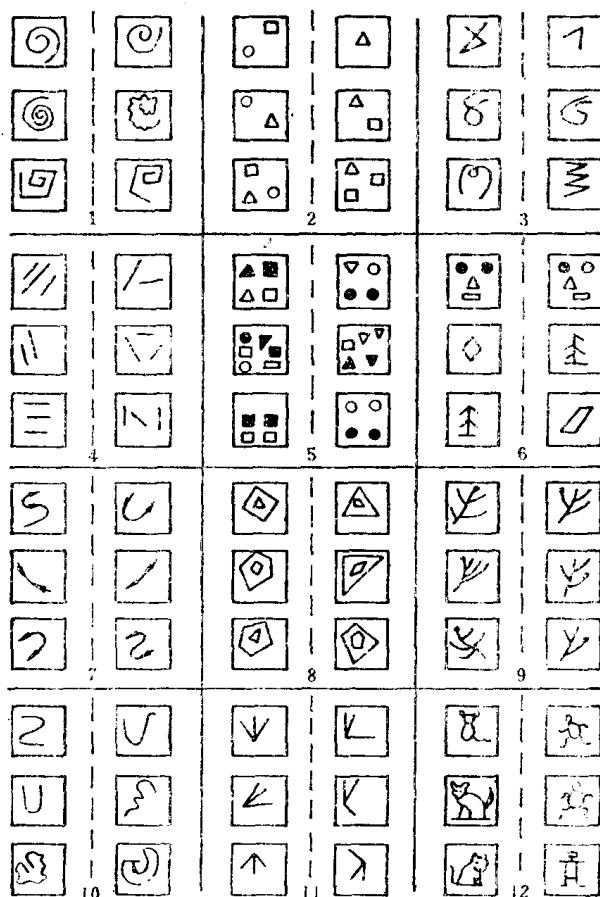


图 1.2

受能力(例如对声音和图象的接受频带)以及在计算速度、高维空间结构的分析能力等

等方面都有很大局限性,因此用机器进行学习和识别在某些方面又可能达到人所不能达到的更高水平.下面我们简单地讨论一下一种经常在实际中得到应用的学习方法.

任何一种学习都要有一个学习目的,并以此为根据设计学习系统的学习过程.按照具体问题的要求,我们可以规定把学习系统的某个性能指标达到最优作为学习的目的.在处理和学习样本数据的基础上,通过改变学习系统的参数或者改变学习系统的结构来达到性能指标的最优化.例如我们要用木材的亮度 b 对两种木材——楞木和桦木进行分类.我们要设计这样一种学习方法,即根据已知类别的一定数量的木材,通过学习求得某个阈值 t ,使当木材的亮度大于 t 时,就把它归为桦木,反之则归为楞木.阈值 t 就是这个学习系统的参数.为求得这个参数,首先要规定学习系统的某个性能指标,即准则函数.在这个例子中,可以用对训练集样本的错分率作为准则函数.准则函数一般可以表示为

$$J(\mathbf{c}) = E[R(F(\mathbf{x}, \mathbf{c}))]$$

式中 $\mathbf{x}$ 是随机向量,例如木材的亮度 b . $\mathbf{c}$ 是学习系统的参数,例如阈值 t . $R(\cdot)$ 是损失函数,对于上面所说的例子,假设阈值为 t ,若分类正确,即对于桦木样本 $b > t$,或对楞木样本 $b < t$,则损失函数值定义为 0,若分类错误,则定义为 1.显然损失函数和 $\mathbf{x}$ 、 $\mathbf{c}$ 以及所采用的决策规则 F 有关. E 是数学期望算子,在训练样本数有限的情况下,就是计算平均损失值.向量 $\mathbf{x}$ 和向量 $\mathbf{c}$ 之间可能由某些方程式或某些附加的约束条件联系起来.上述准则也可表示为

$$J(\mathbf{c}) = \int_{\mathbf{x}} p(\mathbf{x}) R(F(\mathbf{x}, \mathbf{c})) d\mathbf{x}$$

式中 $p(\mathbf{x})$ 是向量 $\mathbf{x}$ 的概率密度函数.假使我们完全掌握了 $p(\mathbf{x})$,那么就可以用统计决策理论的方法来求取准则最优时的最佳参数 $\mathbf{c}^*$,而不再需要进行任何学习.若 $p(\mathbf{x})$ 存在但未知,为要应用统计决策理论,就需要对观察到的样本(数据)来对概率密度函数作出估计.对于大多数模式识别应用来说,学习的目的是对训练集样本的平均损失最小.从这个概念出发,发展了一系列可训练分类器的设计方法.

二、模式的紧致性

为了能在某个空间中进行分类,通常假设同一类的各个模式在该空间中组成一个紧致集.从这个紧致集中的任何一点可以均匀地过渡到同一集中的另外一点,而在过渡途中的所有各点都仍然属于这个紧致集即属于同一模式类.此外当紧致集中各点在任意方向有某些不大的移动时(相应于被观察现象有某些微小的变形)它仍然属于这个集合.为说明上述假设的意义,我们比较详细研究一下样本紧致性的概念.假定如图 1.3 所示,在三维空间中给定具有坐标 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111 的点集.我们希望用平面把它分成两个集合 A_1 和 A_2 .显然解决这个问题的复杂性和这两个集合的组成情况有关.例如假使 A_1 由点 111, 101, 110, 011 组成而 A_2 由点 000, 010, 100, 001 组成,则只要用一个平面就能把这两个点集分开.假使 A_1 由一个点 000 组成, A_2 由一个点 111 组成,那么把它分开就更容易了.任何一个通过点 000 和点 111 连线的平面都能达到这

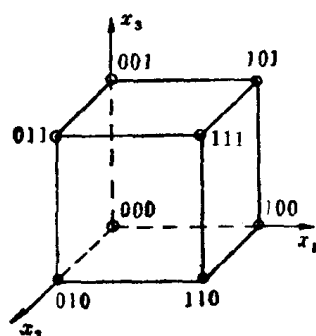


图 1.3

个目的。但假使要分开 $A_1 = \{111, 001, 100, 010\}$ 和 $A_2 = \{000, 011, 101, 110\}$ 则需要用三个平面。对于这种情况,集合 A_1 中任一个点的一个码的数值发生变化,例如从 111 变成 101,它就成为集合 A_2 中的成员。对于集合 A_2 也是这样。我们把这样的一些点叫作临界点,而把那些改变其中任一个码值而不造成它所属集合的变化的点叫作集合的内点。一般情况下,两个集合中具有临界点愈多,则把它们分开就愈困难。对于 $A_1 = \{000\}$, $A_2 = \{111\}$ 情况,由于没有临界点,所以很容易把它们分开,而对于 $A_1 = \{111, 101, 110, 011\}$, $A_2 = \{000, 010, 100, 001\}$ 来说,各有三个临界点和一个内点,就比较难于把它们分开了。

一般来说,在 D 维空间中要用超表面进行分类,假使我们用平面图来表示 D 维空间中点的分布,通常有图 1.4 所示三种情况,其中 (a) 没有临界点, (b) 有许多临界点, (c) 的临界点已经多到使分类不可能实现。

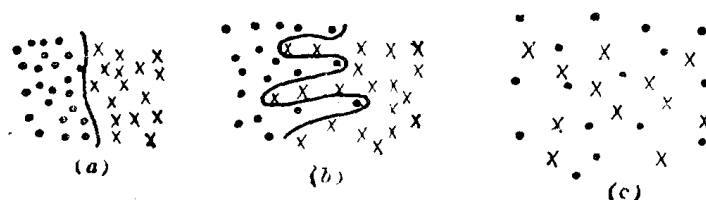


图 1.4

从上面讨论中,我们可以看到紧致集具有下列性质: (一)临界点的数量与总的点数相比很少。(二)集合中任意两个内点可以用光滑线连接,在该连线上的点也属于这个集合。(三)每个内点都有一个足够大的邻域,在该邻域中只包含同一集合中的点。

假使每个模式类都满足紧致性假设,则解决模式识别问题就不会碰到什么原则上的困难。但对于很多实际问题这个假设是不成立的。例如图 1.2 所示的任何一个分类问题,至少在传感器(例如摄象机)输出的测量空间或其他原始描述上就完全不满足紧致性要求。另一方面,假使图 1.2 所给的识别任务已经很好解决,我们就可以设计出一种变换方法,使测量空间上属于同一类的所有各点都映射到特征空间上的同一点,而把另一类的所有各点都映射到特征空间上的另外一点,且这两点使它相隔一个显著的距离。显然,在这个特征空间中,模式类是满足紧致性假设的。因此,我们可以说,只要各个模式类是可分的,总存在这样一个空间,使变换到这个空间中的集合是满足紧致性要求的。这样一种变换只能在解决识别任务的过程中来求取,是和具体问题紧密相关的,我们现在还没有统一的解决这种变换的有效理论和方法。

三、距离和相似性度量

虽然紧致性假设并没有提供解决所有模式识别问题的一般方法,但它仍然是我们研究许多模式识别的特征提取和分类方法的基础。紧致性本身要求在相应的空间定义距离度量,对模式来说,就是要求定义它们之间的相似性度量。人们在日常生活中进行识别时也总是利用相似性概念,但是人们又很难对“相似”或“不相似”作出明确的定量表述,因此通常所说的相似性只具有定性的或不确定的性质。怎样对相似性概念给以明确的定量表述是模式识别工作者要解决的任务之一。

给定一个输入样本集合 $\mathcal{A}$ 。我们用 D 维空间中的一个点表示某个样本。两个样本