

NOTES ON QUANTUM MECHANICS

A course Given by ENRICO FERMI

at the University of Chicago

量子力学

E·费米 著 罗吉庭 译

西安交通大学出版社

量 子 力 学

E · 费米著 罗吉庭译

赵富鑫 校

西安交通大学出版社

1984年11月

内 容 简 介

费米是二十世纪贡献最大的物理学家之一，同时又是一位优秀的教育工作者。本书是他于 1954 年在美国芝加哥大学最后一次讲授量子力学时准备的提纲，是珍贵的历史文献。中译本影印了作者的英文手稿，并按照作者手稿，参照苏联《MHP》出版社 1965 年俄译本翻译成中文。为了方便读者，译文补上了手稿中略去的少量词句。

本书内容全面，论述清晰简明，反映了这位物理学大师的特有风格，可作为大专院校理工科特别是物理类各专业的教学参考书，也可供理工方面的科技人员和科学史研究者阅读。

Notes on Quantum Mechanics

A Course Given by ENRICO FERMI

at the University of Chicago

The University of Chicago Press

量 子 力 学

E·费米著

罗吉庭译 赵富鑫校

责任编辑 吴寿镠

西安交通大学出版社出版

西安市咸宁路 28 号

西安交通大学出版社印刷厂印装

陕西省新华书店发行 各地新华书店经售

1984 年 11 月 第一版 1984 年 11 月 第一次印刷

开本 787×1092 1/32 印张 12.75 字数 158 千(译文)

印数 1—8000

统一书号 13340.015 定价 2.50

5F-44/05

恩·费米小传

费米是意大利出生的物理学家。1901年9月28日生于罗马，1954年11月28日逝世于芝加哥。他是二十世纪唯一的在现代物理理论和实验两方面都作出重大贡献的一位多学科的伟大学者。

费米多才博学，21岁获博士学位，25岁任罗马大学教授，27岁任意大利科学院院士。在1925~1926年，与英国狄拉克各自独立导出“费米—狄拉克量子统计法”，1934年第一个提出原子核 β 衰变的量子理论。1934年以后，由于人工放射性的发现，费米开始转向实验工作。他用慢中子轰击周期表中各个元素，进行了系统的实验研究并取得了成果。他提出了中子慢化和热中子扩散理论。1939年因受意大利法西斯政权的迫害而移居美国。此后，费米致力于裂变链式反应的研究，为发展原子弹和原子核反应堆的理论做出了重大贡献。1942年在他领导下建成了世界上第一个原子核反应堆。1944年前后，积极参加原子弹的研制和试验并取得了成功。此外，费米对原子、分子、原子核、基本粒子、宇宙射线、相对论等方面的研究也都有很大贡献。费米于1938年获诺贝尔物理学奖金，1946年获梅里特国会勋章，1953年任美国物理学会会长，1954年获美国原子能委员会第一届特殊奖。

费米热心于教育事业，为培养高级科研人材，先后在罗马和芝加哥创立了近代物理学校和研究生学校，并亲自授课。他的许多学生成为诺贝尔奖金获得者，如塞格雷，盖耳

曼，张伯伦、杨振宁和李政道等。人们为表示对他的怀念，于费米逝世后，在芝加哥大学设立费米讲座，把原子核物理中的常用长度 10^{-15}m 定名为 1 费米，并将第 100 号化学元素命名为镆(Fm，即 Fermium)。

译 者 的 话

国内编著和翻译量子力学的书已达十余种，有些是公认的优秀著作。为什么要翻译费米的量子力学呢？因为这本书有它独具的特色。该书不是费米在世时想要写下的一部完整的著作，而是他逝世那年在芝加哥大学给学生们讲授量子力学而准备的提纲（手稿）。正因为是讲授提纲，我们可以从中直接领略这位杰出的物理大师是怎样组织教材，怎样安排每讲内容的。量子力学是令人费解的，而费米的讲授艺术很高超，这份手稿可以使我们看到这位伟大的科学家是怎样深入浅出，提纲挈领地论述这些内容的。为使广大读者直接感受原作的特色，“品尝”大师的教学“风味”，我们决定把原稿与译文同时印出。

我们翻译本书，承蒙西安交通大学赵富鑫教授，姚国维副教授的推荐和支持，赵富鑫教授亲自校审译稿并提出许多宝贵意见，二炮技术学院领导的支持，魏玉锦副主任等同志的帮助，在这里向他们一并致以衷心的感谢。

由于译者水平不高，错误和不妥之处难免，恳切希望广大读者批评指正。

译 者

1984 年 7 月 于 洪 庆

美国版前言

恩里科·费米不止一次地讲授量子力学。早在薛定谔的文章在《物理学年鉴》杂志刚刚出现时，费米对他的学生们在非正式的课堂讨论中就分析研究过它的内容。后来，部分地为了教学目的，费米又用大家比较习惯的方式讲解了狄拉克的几篇文章。随着时间的流逝，他的理论论述和教程变得更加有系统。毫无疑问，在罗马大学、哥伦比亚大学和芝加哥大学的学生那里，应该保存有一定数量的费米的讲授笔记。

1954年初，在他过早逝世前不到一年的时间里，在芝加哥大学，费米又讲授了量子力学。这次他本人亲自为听众准备提纲，在复印机上复制提纲中的重要条文，每次上课前发给学生。

由于费米的朋友们和他的学生们的建议，我们决定以平装本出版这个提纲，可让更广泛的学生获取教益，而不仅局限于曾经亲聆受教者。

我们希望，新一代年轻的物理学家——他们从未与费米直接接触，而只知道费米是当代为数不多的伟大科学家之一——都乐于有一本由这位大师亲自撰写的量子力学这门很重要的课程提纲。

叙述了这一提纲的由来之后，不言而喻的是，决不能把这些提纲看成费米对于量子力学的最后见解，如同他能够在—本更为精心考虑的书中所写的那样。只提一些量子力学的缔造者：海森堡，泡利，狄拉克，德布罗意，约尔丹，克喇

末，他们在自己享有盛誉的著作里，对于这一理论都有各自的论述。费米的提纲当然不能和这些著作简单相比，因为从撰写精神和要达到的目的来说，本提纲同这些著作都是根本不同的。

费米在他生活的最后十年到十五年里，难得通读一、二本物理专著。但他仍站在科学的前沿。他直接从研究人员那里了解情况，自己加以改造。实际上他编写这个提纲时，可能除了少数几点以外，并没有参考过量子力学的各种教科书。如果在这个提纲里，还有一些个别的地方很接近某些标准的处理方法，那么，我们应该认为，这是费米对问题通过自己独立思考用自己的方法来得到传统的叙述方法。

我们再一次说明，这个提纲仅是为讲课准备的。至于把它传播到教学班以外，作者本人并无这种意图。但是，我们知道，费米是热心于教学工作的。所以，我们希望，出版这本对其他大学生也有益处的提纲，不会违背对恩里科·费米的纪念。

安·塞格雷

伯克利，加利福尼亚，1960 年 1 月

俄 文 版 出 版 者 的 话

著名的意大利物理学家恩里科·费米在芝加哥大学给学生们讲课的提纲，吸引了读者们的注意。

近年来，尽管出版了大量的量子力学教科书，但费米讲课提纲的俄文版的出版，仍然是适宜的。这不仅仅因为费米是一位杰出的物理学家，既是卓越的理论物理学家，同时又是卓越的实验物理学家，而且还在于本书有它独自的特点。这本书是讲课提纲形式的书，它极简明地论述了量子力学（包括狄拉克的电子理论），并且包括了全部基本数学运算。对于学生来说，该书不仅是一份结构严谨的教学提纲，而且还是一本可用来进修量子力学的极明确的学习指导书。对于教员来说，该书是一本很好的参考书。它对各部分资料给出了合理比例，并且它还提供了一般需要查阅大量专门学术著作才能找到的许多细节。总之，不论是学生还是教师，以及所有的物理学工作者，都将会有兴趣去了解一位现代最伟大的学者的思想过程（在该提纲里，这一点特别明显）。

恩·费米提纲的俄译本比英文本稍微扩大了一些，因此按“翻译”一词的一般含义，这俄译稿并不是作者原文的直译。在这一版本里还同时印出了提纲的英文手稿，以便读者在阅读过程中能够将译本与原版相比较，这样做还可以扩大读者的范围，特别是国外读者——物理学工作者和物理专业的大学生，对他们来说，英文更容易了解。

作者在很多问题上写得极其简短，而把那些要以这种或那种形式向自己听众讲述的解释从略（在提纲里，常常仅出

现一些相应的标题)。因此在俄文译稿里,有时不得不“恢复”作者“写在字里行间”的解释。当然不能把这种补充加在费米的身上,(尤其是不能企图恢复全书的这些细节)。在所有这些情况下,对这些补充和编者认为必要的某些解释都采用小号字*排印。有时还出现一个句子有两种译法,但是,这种办法只有在很大程度上可能是作者丢掉了个别字,或者是由于阐述过于简短时才应用的,同时还保留了基本的原词。只要读者注意到提纲翻译中的上述特点,就会毫无困难地分析这些特点。完成英文手稿的初译是 Ю.П. 巴格达诺夫。

恩·费米作为一个教育家是从1923年在罗马大学教数学时开始从事教育活动的。从那时以后,他讲过不少概述性的课程和演讲,其中也有量子力学。这里出版的提纲是他在1954年春天,最后一次讲量子力学课时所用。他亲笔写的这个课程提纲现已成为量子力学基础的精辟论述。

象任何理论物理教程一样,本教程也充满着数学运算。在这一点上,提纲的很多段落是对数学物理进行精辟论述的范例,如希耳伯空间就是一例。我们保留了作者给一些个别的定理和文字叙述以同样的公式编号的独特风格。

应当强调指出(特别对大学生),研究量子力学无论如何是不能局限于这个提纲的。所以,在很多场合,我们都推荐了补充的研究资料。

* 在中译本中排成楷体字——编者注

目 录

译者的话
美国版前言
俄文版出版者的话

	译 文 编 页	手 迹 编 页
1. 光学与力学的类似性.....	(1)	(227)
2. 薛定谔方程.....	(6)	(230)
3. 最简单的一维问题.....	(11)	(233)
4. 线性简谐振子.....	(15)	(236)
5. W.K.B.方法.....	(19)	(238)
6. 球函数.....	(24)	(241)
7. 有心力情况.....	(27)	(243)
8. 氢原子.....	(30)	(245)
9. 波函数的正交性.....	(38)	(251)
10. 线性算符.....	(42)	(254)
11. 本征函数和本征值.....	(47)	(258)
12. 质点的算符.....	(53)	(263)
13. 测不准原理.....	(60)	(270)
14. 矩阵.....	(63)	(272)
15. 厄密矩阵——本征值问题.....	(73)	(281)
16. 么正矩阵和变换.....	(79)	(286)
17. 可观测量.....	(88)	(293)
18. 角动量.....	(96)	(300)

19. 可观测量与时间的关系,	
海森堡表象.....	(101)(303)
20. 守恒定律和守恒量.....	(105)(307)
21. 定态的微扰理论, 里兹方法.....	(113)(315)
22. 简并情况和准简并情况,	
氢原子的史塔克效应.....	(122)(322)
23. 非定态的微扰理论, 玻恩近似.....	(126)(325)
24. 辐射的发射和吸收.....	(132)(329)
25. 泡利自旋理论.....	(139)(334)
26. 有心力场中的电子.....	(144)(337)
27. 反常塞曼效应.....	(155)(344)
28. 动量矩矢量的合成.....	(158)(346)
29. 原子的多重谱线.....	(166)(352)
30. 全同粒子系统.....	(174)(356)
31. 双电子系统(氦原子).....	(181)(361)
32. 氢分子.....	(185)(364)
33. 碰撞理论.....	(190)(369)
34. 狄拉克自由电子理论.....	(194)(372)
35. 在电磁场中的狄拉克电子.....	(205)(380)
36. 在有心力场中的狄拉克电子,	
类氢原子.....	(210)(384)
37. 狄拉克旋量变换.....	(215)(388)
影印英文手迹	(226)

1. 光学与力学的类似性

力学与光学的基本概念之间，存在着深刻的、非寻常的类似性。这一情况给予组成下列词汇对应关系的可能性。力学的术语可翻译为光学语言，反过来也可以。

力 学	词 汇	光 学
质点		波包
轨迹		光线
速度(V)		群速度(V)
(没有简单的类似)		相速度(v)
势能——坐标的函数		折射率(或相速度 v)
$U = U(x)$		——坐标的函数
能量 $E^{(1)}$		频率 ν [在色散媒质中 $v = v(\nu, x)$]

在光学中

$$E = E(\nu) \quad (1.1)$$

首先分析下面的对比：

轨迹 = 光线	
↓	↓
由莫培督原理	由费马原理
$\int \sqrt{E - U} ds = \min \quad (1.2)$	$\int \frac{ds}{v} = \min \quad (1.3)$

(1) 英文原稿中用 $\mathcal{E}$ 代表能量，俄译本改用 E 表示。按照我国习惯也是用 E 表示。——译者注

莫培督原理的证明 对积分式(1.2)变分(假定它的极值存在)

$$\delta \int \sqrt{E-U} ds = \int \left\{ \sqrt{E-U} \delta ds - \frac{\delta U}{2\sqrt{E-U}} ds \right\} = 0$$

利用等式 $\delta ds = \sum_i \frac{dx_i}{ds} \delta dx_i$, $\delta U = \sum_i \frac{\partial U}{\partial x_i} \delta x_i$, 然后对上式中第一项进行分部积分。鉴于积分范围内变分 δx_i 的任意性, 我们得出极值曲线方程

$$\frac{d}{ds} \left[\sqrt{E-U} \frac{dx_i}{ds} \right] = - \frac{1}{2\sqrt{E-U}} \frac{\partial U}{\partial x_i}$$

利用等式

$$V = \sqrt{\frac{2}{m}} \sqrt{E-U}, \quad dt = \frac{ds}{V} = \sqrt{\frac{m}{2}} \frac{ds}{\sqrt{E-U}}$$

最后得到

$$m \frac{d^2 x_i}{dt^2} = - \frac{\partial U}{\partial x_i}$$

因为从(1.2)式导出了正确的运动方程, 由此表明了它的正确性。

费马原理的证明 我们首先注意到下面的明显关系:

$$\int \frac{ds}{v} = \min \rightarrow \nu \int \frac{ds}{v} = \min \rightarrow \int \frac{ds}{\lambda} = \min \rightarrow \text{波长数} = \min$$

最右边的等式表明, 光线经过的路程上的波长数是最小值。

——以上相当英文手稿第(227)页

因此, 为费马原理决定的方向对应于干涉加强(主极大), 即光的实际传播方向。同时也说明, 以上等式包括最左边的等式在内的本身就是费马原理。

如果下式成立

$$\frac{1}{v(\nu, x)} = f(\nu) \sqrt{E(\nu) - U(x)} \quad (1.4)$$

式中 $f(\nu)$ 和 $E(\nu)$ 暂且认为是频率的任意函数, 则从(1.2)式和(1.3)式的对比, 可以给出

轨迹 $\equiv$ 光线

$f(\nu)$ 和 $E(\nu)$ 的函数形式由下面条件决定, 即质点的速度

$$V = \sqrt{\frac{2}{m}} \sqrt{E - U}$$

等价于波包的群速度:

$$V = \left[\frac{d}{d\nu} \left(\frac{\nu}{v} \right) \right]^{-1}$$

群速度公式的推导⁽¹⁾ 在很小频率范围内, 简谐波叠加而成的波包可表达为

$$\sum_{\nu} a_{\nu} \cos 2\pi \nu \left(t - \frac{x}{v(\nu)} \right)$$

若所有的 $a_{\nu} > 0$, 则在点 $x=0$ 和 $t=0$ 时所有简谐波相干加强(主极大)。现在寻找在任意时刻 $t \neq 0$ 波包的位置, 而它的位置永远决定于它的极大值的坐标。波包的极大值取决于下式

$$\frac{d}{d\nu} \left\{ \nu \left(t - \frac{x}{v(\nu)} \right) \right\} = 0$$

从该式可得 $t = x \frac{d}{d\nu} \left(\frac{\nu}{v} \right)$ 。从我们的光学和力学相类似的精

(1) 关于群速度, 可参阅布洛欣采夫著《量子力学原理》§7. ——俄译者注

神来看， x 和 t 的关系与等式 $t = \frac{x}{V}$ 等价。比较最后的两个表达式，就给出了群速度的公式

$$\frac{1}{V} = \frac{d}{d\nu} \left(\frac{\nu}{v(\nu)} \right) \quad (1.5)$$

现在我们再回到质点速度与波包群速度的等价条件。将它写为

$$\frac{d}{d\nu} \left(\frac{\nu}{v(\nu)} \right) = \sqrt{\frac{m}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{E(\nu) - U(x)}} \quad (1.6)$$

利用(1.4)式，由此可得

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{m}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{E - U}} &= \frac{d}{d\nu} \left\{ \nu f(\nu) \sqrt{E - U} \right\} \\ &= \frac{d}{d\nu} (\nu f(\nu)) \cdot \sqrt{E - U} + \frac{\nu f(\nu)}{2 \sqrt{E - U}} \cdot \frac{dE}{d\nu} \quad (1.6a) \end{aligned}$$

(228)

下面我们研究所得到的结果。函数 $U(x)$ 随位置而变，与频率无关。因此， $\sqrt{E - U}$ 也能视为独立变量。比较(1.6a)式中同量纲的系数，我们获得以下条件：

$$\frac{d}{d\nu} (\nu f(\nu)) = 0, \quad \sqrt{\frac{m}{2}} = \frac{\nu f(\nu)}{2} \cdot \frac{dE}{d\nu}$$

由第一式给出 $\nu f(\nu) = \text{常数}$ ，当 $\sqrt{\frac{m}{2}} = \frac{\nu f(\nu)}{2} \cdot \frac{dE}{d\nu} = \text{常数}$ 则得 $\frac{dE}{d\nu} = \text{常数}$ 。

我们令 $\frac{dE}{d\nu} = \text{常数} = h$ ，那么 $E = h\nu + \text{常数}$ 。适当选取能量计算的起点，使后一常数为零，最后得到下列公式：

$$E = h\nu \quad (1.7)$$

$$f(\nu) = \frac{\sqrt{2m}}{h\nu} \quad (1.8)$$

$$v = \frac{h\nu}{\sqrt{2m}} \cdot \frac{1}{\sqrt{h\nu - U}} \quad (1.9)$$

相速度(1.9)式决定各点的折射率和色散的数值。

现在变换到以圆频率表示，

$$\omega = 2\pi\nu, \text{ 并引入 } \hbar = \frac{h}{2\pi} \quad \lambda = \frac{\lambda}{2\pi} \quad (1.10)$$

最后结果

$$E = \hbar\omega \quad v = \frac{\hbar\omega}{\sqrt{2m}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\hbar\omega - U}}, \quad V = \sqrt{\frac{2}{m}} \cdot \sqrt{\hbar\omega - U}$$

$$\begin{aligned} \text{而且} \quad \lambda &= \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{v}{\omega} = \frac{\hbar}{\sqrt{2m}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\hbar\omega - U}} \\ &= \frac{\hbar}{mV} = \frac{\hbar}{p} \end{aligned} \quad (1.11)$$

量 λ 称为德布罗意波长。质点衍射现象的实验研究可以得出波长 λ ，因而也得出 h 和 $\hbar$ 值。它们的数值为

$$h = 6.6252(5) \times 10^{-27} \text{ 尔格秒 } [L^2MT^{-1}]$$

$$\hbar = 1.05444(9) \times 10^{-27} \text{ 尔格秒 } [L^2MT^{-1}]$$

常数 h （或 $\hbar$ ）称为普朗克常数。

(229)