

建筑工程教学辅导丛书

混凝土结构

(一)

基本构件

北方交通大学	天津大学
汪一骏	康谷贻
翁乐陶	马继忠

主 编

天津大学 姚崇德 主审

中国建筑工业出版社

前 言

本书是《建筑工程教学辅导丛书》之一。

按丛书的宗旨,为便于对教科书的重点和难点进行系统阐述,并对混凝土结构领域的新发展作适当介绍。在内容编排上,本书采用按教材顺序分章,但略去教材中较多的基本和一般部分,按专题方式编写。其内容与教材密切配合,互相衔接,便于在教学过程中参考。在预应力混凝土结构一章中引入了部分预应力混凝土结构的新概念、无粘结预应力束的应用,和截面初选法等较新的内容。此外,还增列了教学大纲以外的叠合式受弯构件、深梁和钢管混凝土结构。构造规定是初学者不易掌握的内容,它涉及施工条件和构件使用性能及耐久性、安全性,设计时需要借助于经验和概念,而在教学中容易忽视这一点。把构造问题集中论述,可以归纳出构造的统一原则,有助于缺乏经验的初学者对这门课程建立起一个比较系统的明确的概念,以利于应用。

《混凝土结构设计规范》GBJ10—89反映了我国近年来许多科研方面的新成就,如:采用以概率理论为基础的极限状态设计方法,以平截面假定确定构件截面中的应力,受弯构件斜截面、扭面截面、小偏心受压构件正截面、环形和圆形截面偏心受压构件正截面等承载力计算,裂缝宽度和刚度计算,预应力混凝土结构的分类和预应力损失值,构造规定及叠合式受弯构件等,本书均作了较详尽的论述。这可能不仅对学生学习有所帮助,同时也能对应用规范的广大工程技术人员有所裨益。

书中编入了较有代表性的计算例题,有的着眼于阐明计算方法,有的着重解题技巧,以期达到开阔思路,掌握理论、方法和设计原则的目的。本书虽然为教学辅导而编写,其内容对从事混凝土结构设计和施工的人员也有参考价值。

本书由北方交通大学汪一骏、翁乐陶、毕喜玲,天津大学康谷贻、马继忠,机械工业部设计研究院殷芝霖、李贵芬,中国建筑科学研究院蔡绍怀共同编写,具体分工如下:

- | | |
|--------------|-------------|
| 第1, 6, 7, 8章 | 汪一骏 |
| 第2, 5章 | 马继忠、翁乐陶、毕喜玲 |
| 第3, 4章 | 康谷贻、翁乐陶 |
| 第9, 10章 | 殷芝霖、李贵芬 |
| 第11章 | 蔡绍怀 |

在编写中奚毓瑩,滕家禄、吴庆荪、陈维纯等教授均参加部分工作和讨论,对全书提出了不少宝贵意见,特此致谢。

我们第一次编写这类性质的书,经验不足,书中错误和不妥之处在所难免。希望广大读者提出批评和改进意见,以便再版时进行修改。

全书由天津大学姚崇德进行技术审定,由汪一骏组织、统一、校对和技术解答。

北方交通大学土木建筑系 汪一骏
1992. 11于北京

(京) 新登字 035 号

本书是《建筑工程教学辅导丛书》之一，旨在提供工业与民用建筑专业的学生、教师和技术人员学习和讲授有关专业技术课时参考。

本书专门针对该专业的混凝土结构基本构件教材中的重点和难点进行系统阐述，并适当地介绍一些国内外近年的发展情况，使读者开扩思路。对于新颁布的《混凝土结构设计规范》(GBJ10—89)中所反映的我国近年来的新成果进行详细论述，对一般教材中未列出的公式来源也作了补充推导。书中还编入了较有代表性的计算例题。

本书还可供从事钢筋混凝土结构设计和施工人员参考。

建筑工程教学辅导丛书

混凝土结构

(一)

基本构件

北方交通大学 天津大学

汪一骏 康谷贻

翁乐陶 马继忠

主 编

天津大学 姚崇德 主审

中国建筑工业出版社出版、发行(北京西郊百万庄)

新华书店经销

北京市燕山联合印刷厂印刷

开本: 787×1092毫米 1/16 印张: 16¹/₂。字数: 402千字

1993年9月第一版 1993年9月第一次印刷

印数: 1—7,100册 定价: 8.55元

ISBN7—112—02076—X/TU·1580

(7096)

目 录

主要符号

第1章 建筑结构设计方法	1
1.1 建筑结构设计方法的演变	1
1.2 结构可靠度	2
1.2.1 结构可靠性和可靠度 (2)	
1.2.2 设计基准期、规定条件和预定功能 (2)	
1.3 极限状态和极限状态方程	3
1.3.1 极限状态的定义 (3)	
1.3.2 极限状态的分类 (3)	
1.3.3 极限状态方程 (3)	
1.4 结构可靠指标 β	4
1.4.1 可靠指标 β 的计算 (4)	
1.4.2 统计参数 (5)	
1.4.3 目标可靠指标 (8)	
1.4.4 计算实例 (8)	
1.5 极限状态实用设计表达式	10
1.5.1 极限状态方程的转化 (10)	
1.5.2 内力组合设计值 S (10)	
1.5.3 内力组合标准值 S_k (13)	
1.5.4 计算实例 (14)	
1.5.5 结构构件承载力设计值 R (15)	
第2章 受弯构件正截面受弯承载力	22
2.1 构件正截面承载力计算中的基本假定	22
2.1.1 平截面假定 (22)	
2.1.2 忽略混凝土的抗拉强度 (23)	
2.1.3 受压区混凝土的应力应变曲线 (23)	
2.1.4 钢筋的应力—应变曲线 (25)	
2.2 受压区混凝土的等效矩形应力图形和混凝土的弯曲抗压强度 f_{cm}	27
2.3 梁的相对界限受压高度 ξ_b 和梁的最大配筋率 ρ_b	29
2.4 计算实例	32
第3章 受弯构件斜截面受剪承载力	37
3.1 无腹筋梁的受剪承载力	37
3.1.1 两类斜裂缝 (37)	
3.1.2 无腹筋梁开裂后的受力状态 (38)	
3.2 有腹筋梁的受剪承载力	40
3.2.1 有腹筋梁开裂后的受力状态 (40)	
3.2.2 变角度桁架模型 (41)	
3.3 受剪承载力计算	45
3.3.1 破坏形态 (45)	
3.3.2 影响抗剪强度的因素 (46)	
3.3.3 《规范》的受弯构件斜截面承载力计算方法 (49)	
3.4 若干问题的说明	53
3.4.1 截面尺寸的影响 (53)	
3.4.2 翼缘的影响 (54)	
3.4.3 轴向力的影响 (54)	
3.5 计算实例	55
第4章 扭曲截面承载力	59
4.1 平衡扭转与协调扭转	59
4.2 纯扭构件的破坏形态及计算理论	60
4.2.1 破坏形态 (60)	
4.2.2 计算理论 (61)	

4.3 纯扭构件按《规范》的配筋计算方法	64
4.3.1 计算方法 (64)	4.3.2 计算实例 (67)
4.4 弯剪扭构件的破坏类型及计算理论	68
4.4.1 破坏类型 (68)	4.4.2 计算理论 (69)
4.5 弯剪扭构件按《规范》的配筋计算方法	72
4.5.1 计算方法 (72)	4.5.2 构造要求 (74)
4.5.3 计算实例 (76)	
第5章 偏心受压构件正截面受压承载力	81
5.1 偏心受压构件的破坏类型	81
5.1.1 短柱和长柱 (81)	5.1.2 受拉、受压和界限破坏 (81)
5.2 轴力对截面重心的初始偏心距增大系数 η	82
5.2.1 按弹性稳定理论 (82)	5.2.2 按极限转动曲率法 (83)
5.3 大、小偏心受压构件的鉴别	85
5.4 小偏心受压构件中的钢筋应力	87
5.5 受弯构件与偏心受压构件正截面承载力计算的总结与比较	87
5.6 沿截面腹部均匀配置纵向钢筋的偏心受压构件正截面承载力计算	89
5.7 环形截面偏心受压构件正截面承载力计算	91
5.8 圆形截面钢筋混凝土偏心受压构件正截面承载力计算	93
5.9 双向偏心受压构件正截面承载力计算	94
5.9.1 我国规范关于双向偏心受压构件正截面承载力的计算方法 (94)	5.9.2 英美规范中关于双向偏心受压构件计算方法简介 (99)
5.10 计算实例 (101)	
第6章 构件裂缝宽度和变形验算	118
6.1 裂缝宽度的限值	118
6.1.1 构件工作的环境条件 (118)	6.1.2 钢材对锈蚀的敏感性 (118)
6.1.3 荷载持久性 (119)	6.1.4 《规范》对裂缝宽度的限值 (119)
6.2 构件纵向受拉钢筋的应力	119
6.2.1 受弯构件的受拉钢筋应力 σ_s (119)	6.2.2 偏心受拉构件的受拉钢筋应力 σ_s (121)
6.2.3 偏心受压构件的受拉钢筋应力 σ_s (121)	
6.3 构件的裂缝宽度验算	122
6.3.1 滑移理论 (122)	6.3.2 无滑移理论 (123)
6.3.3 综合理论 (123)	
6.4 受弯构件的变形验算	126
6.4.1 荷载短期效应组合作用下的构件短期刚度 B_s (126)	6.4.2 荷载短期效应组合并考虑长期效应组合作用下的构件长期刚度 B_t (128)
6.5 计算实例	129
第7章 预应力混凝土结构	134
7.1 张拉控制应力和预应力损失	134
7.1.1 张拉控制应力的定义和影响因素 (134)	7.1.2 张拉控制应力的取值 (134)
7.1.3 预应力损失值 (135)	
7.2 配置高强钢丝的受弯构件, 受拉区预应力筋的强度增大系数 β_p	143
7.2.1 钢筋强度增大系数 β_p 的含义和适用范围 (143)	7.2.2 钢筋强度增大系数 β_p 的确定方法及其取值 (143)
7.3 预应力对相对界限受压区高度 ξ_b 和钢筋应力 σ_{pi} 的影响	145
7.3.1 预应力对相对界限受压区高度 ξ_b 的影响 (145)	7.3.2 预应力对钢筋应力 σ_{pi} 的

影响(146)	
7.4 部分预应力混凝土结构和预应力混凝土结构的抗裂度分类	147
7.4.1 部分预应力混凝土结构 (147)	
7.4.2 预应力混凝土结构的抗裂度分类及抗裂验算方法(149)	
7.5 部分预应力混凝土结构的裂缝宽度和变形验算	151
7.5.1 部分预应力混凝土结构的裂缝宽度验算 (151)	
7.5.2 部分预应力结构的变形验算 (153)	
7.6 无粘结部分预应力混凝土梁	155
7.6.1 配筋方法和施工工艺 (155)	
7.6.2 应用场合及应用情况 (155)	
7.6.3 纯无粘结和无粘结部分预应力混凝土梁的区别 (155)	
7.6.4 梁的抗震性能 (156)	
7.6.5 设计方法 (156)	
7.7 构件截面和钢筋的初选法	157
7.7.1 构件截面 (157)	
7.7.2 截面中的钢筋 A_p 和 A_s (158)	
7.8 计算实例	159
第8章 构造规定	170
8.1 温度缝	170
8.1.1 设置伸缩缝的目的和依据 (170)	
8.1.2 伸缩缝最大间距取值原则 (170)	
8.1.3 影响温度裂缝的构造措施 (171)	
8.2 混凝土保护层厚度	171
8.2.1 混凝土保护层的作用 (171)	
8.2.2 混凝土保护层厚度的取值 (172)	
8.3 构件最小配筋率	173
8.3.1 取值原则 (173)	
8.3.2 各国规范所规定的最小配筋率 (173)	
8.3.3 我国新规范所规定的最小配筋率 (173)	
8.3.4 预应力混凝土受弯构件的最小配筋率 (174)	
8.4 构件最小配箍率	174
8.4.1 斜截面受剪时的最小配箍率 (174)	
8.4.2 扭曲截面的最小配箍率 (175)	
8.5 弯剪扭构件中纵向钢筋的最小配筋率	176
8.6 钢筋的锚固设计	176
8.6.1 钢筋锚固的作用和研究 (176)	
8.6.2 锚固长度 l_a 的计算公式和确定 (177)	
8.6.3 受拉钢筋的延伸长度 l_a (178)	
8.6.4 关键部位的锚固 (179)	
8.7 弯起钢筋的弯起点	180
8.8 预应力筋的锚固长度 l_a 和预应力传递长度 l_{tr}	181
第9章 叠合式受弯构件	184
9.1 叠合式简支受弯构件的受力特征	185
9.1.1 钢筋混凝土叠合构件 (185)	
9.1.2 预应力混凝土叠合构件 (186)	
9.2 叠合式简支受弯构件的承载力	187
9.2.1 正截面受弯承载力 (187)	
9.2.2 斜截面受剪承载力 (187)	
9.2.3 叠合面受剪承载力 (188)	
9.2.4 计算实例 (189)	
9.3 钢筋混凝土叠合式简支受弯构件的正常使用极限状态验算	191
9.3.1 纵向受拉钢筋的应力 (191)	
9.3.2 裂缝宽度计算 (192)	
9.3.3 短期刚度计算 (192)	
9.3.4 长期刚度计算 (194)	
9.3.5 计算实例 (194)	
9.4 允许出现裂缝的预应力混凝土叠合式简支受弯构件的正常使用极限状态验算	197
9.4.1 纵向受拉钢筋的应力 (197)	
9.4.2 裂缝宽度计算 (198)	
9.4.3 短期刚度计算 (198)	
9.5 叠合式连续受弯构件的受力特征	199

9.5.1 钢筋混凝土叠合构件 (199)	9.5.2 预应力混凝土叠合构件 (200)	
9.6 叠合式连续受弯构件的承载力		201
9.6.1 正截面受弯承载力 (201)	9.6.2 斜截面受剪承载力 (203)	9.6.3 叠合面受剪承载力 (203)
9.6.4 计算实例 (204)		
9.7 叠合式连续受弯构件的正常使用极限状态验算		207
9.7.1 使用阶段叠合连续构件的内力 (207)	9.7.2 正弯矩区段纵向受拉钢筋的应力 (207)	
9.7.3 正弯矩区段的裂缝宽度计算 (207)	9.7.4 短期刚度及长期刚度计算 (207)	
9.7.5 计算实例 (208)		
第10章 深梁		214
10.1 深梁的受力特征		214
10.1.1 简支深梁 (214)	10.1.2 连续深梁 (215)	
10.2 深梁的承载力		217
10.2.1 正截面受弯承载力 (217)	10.2.2 斜截面受剪承载力 (218)	10.2.3 局部承压承载力 (219)
10.3 深梁的正常使用极限状态验算		220
10.3.1 正截面抗裂验算 (220)	10.3.2 斜截面抗裂验算 (220)	10.3.3 裂缝宽度验算 (221)
10.3.4 变形验算 (221)		
10.4 深梁的构造要求		222
10.4.1 一般要求 (222)	10.4.2 纵向受拉钢筋 (222)	10.4.3 水平分布钢筋和竖向分布钢筋 (224)
10.4.4 间接受荷深梁的配筋构造 (224)	10.4.5 计算实例 (225)	
10.5 开洞深梁的受力性能及其设计方法		227
10.5.1 开洞深梁的受力特征 (227)	10.5.2 开洞深梁的正截面受弯承载力 (229)	
10.5.3 开洞深梁的斜截面受剪承载力 (229)	10.5.4 开洞深梁的正常使用极限状态验算 (230)	10.5.5 开洞深梁的构造要求 (230)
10.5.6 计算实例 (232)		
第11章 钢管混凝土结构		236
11.1 概述		236
11.2 钢管混凝土的基本性能		237
11.3 钢管混凝土轴心受压短柱的极限分析		241
11.4 钢管混凝土柱的承载力计算		244
11.5 钢管混凝土结构的变形计算		247
11.6 计算实例		248
11.7 设计与施工的一般原则		252

第1章 建筑结构设计方法

1.1 建筑结构设计方法的演变

钢筋混凝土结构构件的基本设计方法在我国按其发展先后有下列几种：容许应力设计法、破损阶段设计法、半概率、半经验的极限状态设计法，以及目前正在发展的近似概率极限状态设计法。容许应力设计法假定混凝土材料为弹性，截面中的应力为直线分布，材料的容许应力为定值，与实际结构破坏时不符，由此发展成破损阶段设计法。破损阶段设计法按截面破坏时进行设计，考虑混凝土的塑性性能，压区应力图形为矩形，拉区钢筋应力达到屈服点，比容许应力设计法有一定的改进，但它们都是按经验来确定安全系数 K ，仅在形式上前者将安全系数隐藏在材料的容许应力取值中，后者则将安全系数扩大到荷载产生的作用力不同。两者均把影响结构安全的多种因素（如荷载、材料、截面尺寸等）用一个定值的安全系数加以概括，没有明确的可靠度概念。

1955年苏联ГБОЗДЕВ^[1-1]提出的极限状态计算法的基本点在于首先明确提出了结构承载力（强度）和正常使用（变形和裂缝）两种不同的极限状态要求，采用三个系数（超载系数、匀质系数和工作条件系数）来考虑荷载、材料及工作条件等方面的随机因素影响。在荷载标准值、超载系数、材料强度标准值和匀质系数中分别引用了数理统计手段和概率取值，故在理论上要比前两种方法更科学和合理。随后我国1966年发布的第一本钢筋混凝土结构设计规范BJG21—66和1974年颁布的钢筋混凝土结构设计规范TJ10—74^[1-2]，基本上在肯定极限状态设计的合理先进前提下，对承载力极限状态的表达式和其中某些参数取值开始应用概率和经验相结合作了适当调正。例如TJ10—74规范采用多系数分析（荷载系数 K_1 ，材料系数 K_2 和附加安全系数 K_3 ）和单一安全系数 K （ $K = K_1 K_2 K_3$ ）表达的半概率半经验的极限状态设计法。它的优点是计算简便，并在材料和荷载取值中分别引进了数理统计和概率的因素，但仍没有脱离以经验为主估计结构的可靠度范畴。往往使人们误认为，只要在设计中采用了某一规定的安全系数，结构就是百分之百可靠，亦即将安全系数与结构的可靠度简单地等同起来。而实际上，采用相同安全系数 K 设计出来的结构，其可靠度并不相同（即安全概率不同），而结构的真正安全与否，应以结构的可靠度来衡量。

近年来国际上在结构设计方法的总趋向是采用基于概率理论的极限状态设计法（简称“概率极限状态设计法”或“概率设计法”）。它的基本出发点是将影响结构安全的各因素（如荷载、材料、截面几何尺寸、计算方法、施工误差及检验方法等）均视作随机变量，应用数理统计的概率方法加以分析。按其发展阶段和科学性不同，大致可分为三个水准。

1. 水准 I 为半概率、半经验的极限状态设计法。即分别把荷载效应（内力）和（结构抗力（承载力）的基本变量，部分地应用数理统计分析，并与工程经验相结合而引入某

些经验系数。当前美、苏及我国TJ10—74规范基本属于此法，但表达式不尽相同。

2. 水准Ⅱ 是以结构（目前是指构件）的可靠概率（或失效概率）来衡量其可靠性（或危险性），并以此建立结构可靠度与结构极限状态方程之间的数学关系；GBJ10—89新规范所采用的一次二阶矩法或称近似概率法^[1-3]即属于这种方法。它在计算可靠度指标时将各种影响可靠性的因素都视作随机变量，并考虑这些变量的概率分布类型和一定的近似手段。

必须指出，采用近似概率的设计法在设计计算上是比较麻烦的，且在目前统计资料尚不完善，故还得引入一定的经验系数。为此，GBJ10—89新规范在构件截面设计中仍保留了众所习惯的荷载标准值、材料强度标准值及相应的分项系数；即用多系数表达的承载力设计公式。它与水准Ⅰ在形式上相似，即荷载、材料及各分项系数取值中均有明确的概率含义，但水准Ⅱ则将内力和承载力等随机变量综合在一起分析其可靠概率和失效概率（即公式(1.2)，修正了水准Ⅰ把内力和承载力分别进行概率统计的不合理方法。按此设计可使同类结构的可靠度比较接近（而此时它们的安全系数 K 则不同），使设计更加合理。

3. 水准Ⅲ 为“全概率法”，即完全基于全概率论的设计法。这种方法要求掌握复合随机变量的实际概率分布，从而才可得到真正的失效概率，并满足人们可接受的容许失效概率值。由于按全概率设计要解决的问题很多，且不实用，故当前仅处于理论研究阶段，很难列入设计规范中。

1.2 结构可靠度

1.2.1 结构可靠性和可靠度

1. 结构可靠性

是指结构在规定时间、规定条件内完成预定功能的能力^[1-3]，能力大的可靠性大，反之则小，定性不定量；

2. 结构可靠度

是指完成上述功能的概率的定量描述，即结构在规定时间、规定条件下完成预定功能的概率。例如，结构的失效概率 P_f 为万分之一，结构的可靠度指标 $\beta = 3.7$ 。

1.2.2 设计基准期、规定条件和预定功能

1. 设计基准期

是在计算结构可靠度时考虑各项基本变量与时间关系所取用的基准时期，即以上所指的“规定时间”。由于影响结构可靠度的结构荷载是随时间而变动的随机过程，而材料强度也是以时间为变量的随机函数，故结构可靠度也是时间函数，即随使用期而变化。但必须指出，设计基准期与结构的实际寿命并不相同，而是确定设计可靠度所取用的基准时间。我国和国际结构安全度联合委员会(JCSS)建议取50年^[1-4]，而加拿大建筑法规规定为30年。显然设计基准期取50年要比30年所需的结构可靠度要大。

2. 规定条件

是指正常设计、正常施工、正常使用的条件，即不考虑人为的过失。

3. 预定功能

是以承载力和正常使用两个极限状态来标志的。具体为：

- (1) 能承受正常施工和正常使用时可能出现的各种作用(即施加在结构上的各种直接力, 以及地震、基础沉降、温度变化、焊接等引起的间接力);
- (2) 在正常使用时具有良好的工作性能;
- (3) 在正常维护下具有足够的耐久性, 即能达到预期使用的年限;
- (4) 在偶然事件(如地震、爆炸、撞击、火灾)发生时及发生后仍然保持必须的整体稳定性, 不发生连续倒塌(主要指抗震设防)。

以上第1、4两项通常指结构发生强度和稳定的破坏(仅局部), 属承载力要求, 即所谓安全性要求, 第2、3项分别指结构的适用性和耐久性的要求, 即正常使用要求。这些均可概括为结构的可靠性要求。建筑结构设计的目的, 就是要使结构能以适当的可靠度满足各项预定的功能要求; 也就是要使所设计结构的失效概率 P_f 值小到(或可靠度指标 β 值大到)可以接受的程度。《统一标准》^[1-3]采用 β 作为结构可靠性的度量指标, 并针对不同的安全等级和破坏准则, 规定了不同的目标可靠指标 β 值, 以此作为各种建筑结构设计的统一依据。结构构件的可靠指标 β , 可通过方程式(1.6)求得。

1.3 极限状态和极限状态方程

1.3.1 极限状态的定义

整个结构或结构的一部分超过某一特定状态就不能满足设计规定的某一功能要求, 此特定状态称为该功能的极限状态。

1.3.2 极限状态的分类

极限状态可分为下列两类:

1. 承载力极限状态

这种极限状态对应于结构或结构构件(包括连接)达到最大承载力、疲劳破坏或不适于继续承载的变形。

2. 正常使用极限状态

这种极限状态对应于结构或结构构件达到正常使用(变形)或耐久性(抗裂及裂缝宽度)的某项规定限值。

1.3.3 极限状态方程

结构的极限状态可用其极限状态方程描述:

$$Z = g(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (1.1)$$

式中, $g(\cdot)$ 为结构功能函数, 可为承载力、刚度、抗裂度和裂缝宽度等, $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 为设计基本变量, 系指结构上的作用、材料性能(强度或弹性模量)、几何参数(截面尺寸或惯性矩)等。

当功能函数中仅包含结构抗力 R (承载力)和作用效应 S (内力)两个基本变量时, 则可得:

$$Z = g(R, S) = R - S \quad (1.2)$$

当 $Z > 0$ 时结构可靠;

$Z < 0$ 时结构失效;

$Z = 0$ 时结构恰处于极限状态(图1.1)。

可见功能函数 Z 可判别结构所处的状态。由于 R 和 S 均为随机变量(严格说 S 应为随机过程), 则 Z 也为随机变量(图1.2), 其值 $Z > 0$, $Z < 0$, $Z = 0$ 都是随机事件。如果已知 Z

的概率密度函数或分布函数，即可求得可能出现的各种状态的概率，便可基于各种状态出现的概率求得结构的可靠度(见图1.3)。

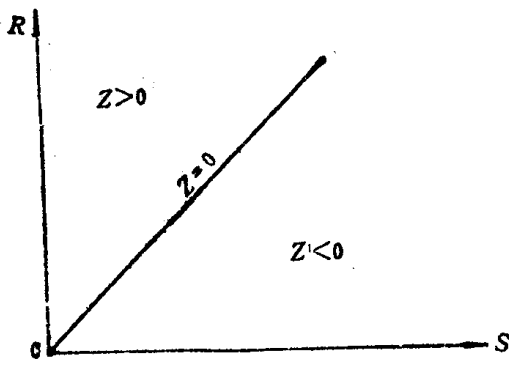


图 1.1 结构所处状态

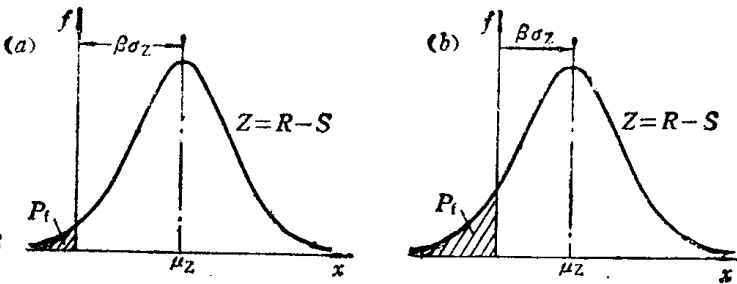


图 1.2 概率密度函数 Z 、 R 、 S 图形

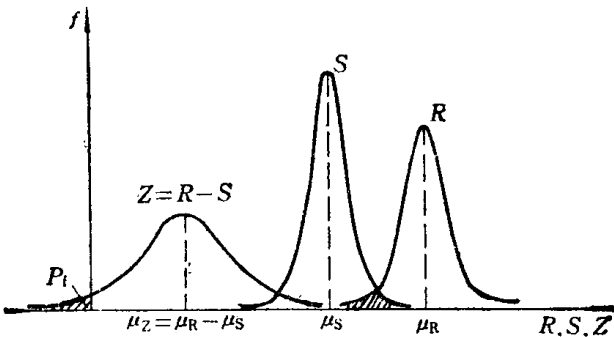


图 1.3 失效概率 P_f 与可靠指标 β 的关系

1.4 结构可靠指标 β

1.4.1 可靠指标 β 的计算

为叙述方便，设抗力 R 和荷载效应 S 均为正态分布的随机变量，其平均值和均方差分别为 μ_R 、 μ_S 及 σ_R 、 σ_S ，故功能函数 Z 也是正态分布。其平均值 μ_Z 、标准差 σ_Z 、变异系数 δ_Z 分别为：

$$\mu_Z = \mu_R - \mu_S \tag{1.3}$$

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \tag{1.4}$$

$$\delta_Z = \frac{\sigma_Z}{\mu_Z} \tag{1.5}$$

令 $\mu_Z = \beta \sigma_Z$
 则得可靠指标 β ：

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \tag{1.6}$$

失效概率 P_f ：

$$P_f = P(z \leq 0) = \int_{-\infty}^0 f_z dz$$

$$= \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \exp\left[-\frac{(Z-\mu_z)^2}{2\sigma_z^2}\right] dz$$

将Z标准化 (即 $\mu_z = 0, \sigma_z = 1$), 令

$$x = \frac{Z - \mu_z}{\sigma_z}, \quad dz = \sigma_z dx,$$

则

$$P_f = P\left[\frac{Z - \mu_z}{\sigma_z} < \frac{-\mu_z}{\sigma_z}\right] = \int_{-\infty}^{\frac{-\mu_z}{\sigma_z}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{x^2}{2}\right] dx$$

$$= 1 - \phi\left(\frac{\mu_z}{\sigma_z}\right) = 1 - \phi[\beta] = \phi[-\beta] \tag{1.7}$$

由此表明, β 与 P_f 具有数值上的一一对应关系和相对应的物理意义, 并反映图1.3中失效的尾部面积。 β 与 P_f 的对应关系见表1.1。

β 与 P_f 对应数值表 表 1.1

β	P_f	β	P_f	β	P_f
1.0	1.59×10^{-1}	2.7	3.47×10^{-3}	3.7	1.08×10^{-4}
1.5	6.63×10^{-2}	3.0	1.35×10^{-3}	4.0	3.17×10^{-5}
2.0	2.23×10^{-2}	3.2	6.87×10^{-4}	4.2	1.33×10^{-5}
2.5	6.21×10^{-3}	3.5	2.33×10^{-4}	4.5	3.40×10^{-6}

用 P_f 来度量结构可靠性, 物理意义明确, 已为国际上所公认, 但计算 P_f 比较复杂。因此, 很多国际标准以及我国^[1-3]都采用可靠指标 β 代替 P_f 来度量结构的可靠性。

由图1.3和公式(1.6)表明, μ_z 越大, σ_z 越小, 则可靠指标 β 和结构可靠度越大, 失效概率越低, 这与实际是相符的。它进一步说明, 用 β 来反映结构可靠度比用定值的安全系数 K 更科学和合理。

由上可知, β 值直接与基本变量的平均值和标准差有关, 而实际上 β 值的计算还与基本变量的概率分布类型有关。对于非正态分布的随机变量和非线性的极限方程, 基本概念相同, 但其具体计算则非常复杂。为此, 对于多数情况下的非正态分布可以化为当量正态分布。关于多个正态和非正态随机变量, 用于非线性极限状态方程求 β 值时可参见[1-3]和[1-5]。

1.4.2 统计参数

结构可靠指标 β 的计算公式(1.6)表明, β 与基本变量的平均值 μ_R, μ_S 和标准差 σ_R, σ_S 有关。而抗力平均值 μ_R 和标准差 σ_R 中含钢筋强度、混凝土强度、截面几何尺寸和计算公式精度共四个变量; 而荷载效应平均值 μ_S 和标准差 σ_S 中含永久荷载和可变荷载(活、风、雪荷载)等多个变量。为此, 应分别列出其统计参数, 具体如下:

1. 荷载

经在全国对恒载、楼面活荷载、风荷载、雪荷载进行大量实测统计, 得常遇荷载的统计参数, 见表1.2^[1-6]。

2. 钢筋强度

钢筋强度 f_y 是由钢筋试件强度 $f_{y,sp}$ 、钢筋实际面积与标准面积的比值 Ω_A 、构件慢速加荷时的钢筋强度与钢筋试件快速加荷时强度的比值 Ω_v 三者决定, 其计算式如下:

荷 载 的 统 计 参 数

表 1.2

荷 载 种 类		荷载平均值 荷载标准值	变 异 系 数δ
恒 载G		1.06	0.07
楼面活 荷载Q	办公楼	0.698	0.283
	住 宅	0.859	0.233
风 载W		0.999	0.193
雪 载S		1.139	0.225

$$f_y = f_{y,SP} \cdot \Omega_A \cdot \Omega_V \tag{1.8}$$

本公式与公式 (1.1) 相对应, $f_{y,SP} \cdot \Omega_A \cdot \Omega_V$ 分别对应于 x_1, x_2, x_3 。由数理统计的知识可知:

$$\mu_{f_y} = \mu_{f_{y,SP}} \cdot \mu_{\Omega_A} \cdot \mu_{\Omega_V} \tag{1.9}$$

$$\sigma_{f_y} = \left(\mu_{\Omega_A}^2 \mu_{\Omega_V}^2 \sigma_{f_{y,SP}}^2 + \mu_{f_{y,SP}}^2 \mu_{\Omega_V}^2 \sigma_{\Omega_A}^2 + \mu_{f_{y,SP}}^2 \mu_{\Omega_A}^2 \sigma_{\Omega_V}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \tag{1.10}$$

$$\delta_{f_y} = \frac{\sigma_{f_y}}{\mu_{f_y}} = \sqrt{\delta_{f_{y,SP}}^2 + \delta_{\Omega_A}^2 + \delta_{\Omega_V}^2} \tag{1.11}$$

根据国内有关单位的统计资料, 见表1.3。

钢筋强度影响因素统计值

表 1.5

钢筋种类	$f_{y,SP}$		Ω_A		Ω_V		f_y	
	μ	δ	μ	δ	μ	δ	μ	δ
I 级	265	0.0755	1	0.035	0.92	0.033	243.8	0.0895
II 级	405	0.0617	1	0.035	0.95	0.022	384.8	0.0743
III 级	430	0.0581	1	0.035	0.95	0.022	403.5	0.0713

3. 混凝土强度

混凝土强度等级定义为边长150mm立方体试块抗压强度总体分布的0.05分位值（即保证率为95%）。150mm立方体抗压强度与棱柱试件的抗压强度不同。按试验, 后者约为前者的76%，结构构件中混凝土强度与棱柱体强度也有差异, 受尺寸, 养护条件, 加荷速度等影响。这些因素统称为 Ω_0 , 其统计参数 $\mu_{\Omega_0} = 0.88, \delta_{\Omega_0} = 0.1$, 因此, 结构中混凝土抗压强度 f_c 与150mm立方体试块强度 f_{cu} 的关系为

$$f_c = 0.76 \Omega_0 f_{cu} \tag{1.12}$$

于是

$$\mu_{f_c} = 0.76 \mu_{\Omega_0} \mu_{f_{cu}} = 0.67 \mu_{f_{cu}} \tag{1.13}$$

$$\delta_{f_c} = \sqrt{\delta_{f_{cu}}^2 + \delta_{\Omega_0}^2} \tag{1.14}$$

根据国内有关单位的统计资料, 见表1.4。

4. 几何尺寸

构件制作安装后的实际尺寸与设计尺寸存在差异, 用 Ω_s 表示前者与后者的比值, 其统计参数见表1.5。

混凝土强度统计值

表 1.4

强度等级	f_{cu}		f_c	
	μ	δ	μ	δ
C15	22.9	0.21	15.3	0.23
C20	28.4	0.18	19.0	0.21
C30	39.0	0.14	26.1	0.17
C40	49.8	0.12	33.4	0.16

几何尺寸的统计值

表 1.5

几何尺寸种类	Ω_i	
	μ_{Ω_i}	δ_{Ω_i}
截面宽度、高度	1.0	0.010
截面有效高度	1.0	0.020
主筋截面面积	1.0	0.035

5. 计算公式精度

构件实际抗力（试验值）与计算公式存在差异，用 Ω_p 表示前者与后者的比值，其统计参数见表1.6。

计算公式精度的统计参数

表 1.6

构件种类	Ω_p	
	μ_{Ω_p}	δ_{Ω_p}
轴 拉	1.0	0.04
轴 压	1.0	0.05
偏 压	1.0	0.05
受 弯	1.0	0.04
受 剪	1.0	0.15

6. 构件抗力

钢筋混凝土结构构件的抗力一般可表达为

$$R = \Omega_p R_p = \Omega_p R(f, a) \tag{1.15}$$

式中 Ω_p ——反映计算公式精度的变量；

$R(\cdot)$ ——抗力函数；

f ——材料强度值；

a ——几何尺寸。

由于 Ω_p 、 f 、 a 都是随机变量，所以 R 是随机函数。一般认为， R 的分布函数 $F_R(x)$ 为对数正态分布。从统计数学可知， R 的统计参数为：

$$\mu_R = \mu_{\Omega_p} \cdot \mu_{R_p} = \mu_{\Omega_p} R(\mu_f, \mu_a) \tag{1.16}$$

$$\delta_R = \sqrt{\delta_{\Omega_p}^2 + \delta_{R_p}^2} \tag{1.17}$$

式中， $\delta_{R_p} = \sigma_{R_p} / \mu_{R_p}$ ，此处 σ_{R_p} 按误差传递公式计算，即：

$$\sigma_{R_p} = \left\{ \left(\frac{\partial R_p}{\partial f} \Big|_m \right)^2 \sigma_f^2 + \left(\frac{\partial R_p}{\partial a} \Big|_m \right)^2 \sigma_a^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \tag{1.18}$$

式中，下标 m 表示偏导数中的变量，均以各自的平均值赋值。

根据各种结构构件的计算公式， R_p 及表1.3~1.6的统计参数，按照上述公式即可求出各种结构构件抗力的综合参数，如表1.7。表中 $K_R = \frac{\mu_R}{R_k}$ ， $\delta_R = \frac{\sigma_R}{\mu_R}$ ，而抗力标准值 $R_k = R(f \cdot a)$ 。有时 K_R 也表达为 $K_R = \mu_R/R_d$ ，其中 R_d 为结构构件抗力的设计值（一般可取

构件抗力的统计参数 表 1.7

构件种类	K_R	δ_R
轴心受拉	1.24	0.084
轴心受压(短柱)		
C20	1.77	0.188
C30	1.64	0.154
C40	1.62	0.145
受弯	1.13	0.100

荷载效应的设计值)。

1.4.3 目标可靠指标

在正常设计、正常施工、正常使用 的情况下，每一个结构或构件都具有自身的可靠度。如果有关变量的统计参数已知，就可按上述 β 公式校核其可靠指标。《建筑设计统一标准》(GBJ68—89)给出的、作为设计依据的目标可靠指标 $[\beta]$ ^[1-3]，就是根据各种建筑结构规范的平均可靠度水准确定的，见表1.8。

结构构件承载力极限状态设计时采用的可靠指标 β 值 表 1.8

安全等级	破坏后果	建筑物类型	可靠指标 β	
			脆性破坏	延性破坏
一级	很严重	重要建筑物	4.2	3.7
二级	严重	一般建筑物	3.7	3.2
三级	不严重	次要建筑物	3.2	2.7

在校核 β 时，需要考虑不同的荷载组合情况。在实际工作中，最常遇的荷载是恒荷载和办公楼楼面活荷载、恒荷载和住宅楼面活荷载，恒荷载和风荷载。《建筑设计统一标准》(GBJ68—84)在确定目标可靠指标时，主要考虑了这三种基本的组合情况。

在校核 β 时，还需要考虑活荷载效应 Q_k 与恒载效应 G_k 具有不同比值($\rho = Q_k/G_k$)的情况。因活荷载和恒荷载的变异性不同，故当 ρ 改变时 β 值也将变化。

为了确定目标可靠指标，在编制《建筑设计统一标准》时，对钢、薄钢、混凝土、砖石、木结构五本旧的设计规范，选择了14种有代表性的结构构件进行分析，属于延性破坏构件的 β 平均值为3.22，故一般可取 $\beta = 3.2$ 作为目标可靠指标；属于脆性破坏构件，可取 $\beta = 3.7$ 作为目标可靠指标。

1.4.4 计算实例

【例 1.1】 已知：某钢筋混凝土轴心受拉构件，假设其荷载效应 S 和承载力 R 均服从正态分布， $\mu_s = 15000N$ ， $\sigma_s = 3000N$ ； $\mu_R = 32000N$ ， $\sigma_R = 4000N$ 。

求：可靠指标 β 及结构失效概率 P_f

【解】 按公式 (1.6)

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} = \frac{32000 - 15000}{\sqrt{(4000)^2 + (3000)^2}} = \frac{17000}{5000} = 3.4$$

按公式 (1.7)

$$P_f = \phi[-\beta] = \phi[-3.4] \\ = 0.0004$$

【例 1.2】 已知：某轴心受拉构件，由恒载产生的拉力 $N = 40\text{kN}$ ，活载产生的拉力 $N_Q = 15\text{kN}$ ，采用Ⅱ级钢筋，钢筋为 $2\Phi 12$ ， $A_s = 226\text{mm}^2$ 。

求：可靠指标是否符合 $\beta = 3.2$ 的要求

【解】

由表 1.2

$$K_G = 1.06$$

$$\delta_G = 0.07$$

$$K_Q = 0.859$$

$$\delta_Q = 0.233$$

由表 1.3

$$\mu_{f_y} = 384.8$$

$$\delta_{f_y} = 0.0743$$

由表 1.5

$$\mu_{\Omega_p} = 1.0$$

$$\delta_{\Omega_p} = 0.04$$

$$\text{由公式 (1.17)} \quad \delta_R = \sqrt{\delta_{\Omega_p}^2 + \delta_{f_y}^2} = \sqrt{0.04^2 + 0.0743^2} = 0.084$$

$$\begin{aligned} \text{由公式 (1.6)} \quad \beta &= \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} = \frac{\mu_{f_y} A_s - K_G N_G - K_Q N_Q}{\sqrt{(\delta_R \mu_{f_y} A_s)^2 + (\delta_G N_G K_G)^2 + (\delta_Q N_Q K_Q)^2}} \\ &= \frac{384.8 \times 226 - 1.06 \times 40 \times 10^3 - 0.859 \times 15 \times 10^3}{\sqrt{(0.084 \times 384.8 \times 226)^2 + (0.07 \times 40 \times 10^3 \times 1.06)^2 + (0.233 \times 15 \times 10^3 \times 0.859)^2}} \\ &= 3.77 > [\beta] = 3.2 \end{aligned}$$

若按建筑结构荷载规范 GBJ9—87，并设构件抗力设计值等于荷载效应设计值，按表 2.6 计算：

恒载系数 $r_G = 1.2$ ， $\gamma_G = 1.4$

$$R_d = 1.2 \times 40 + 1.4 \times 15 = 69\text{kN}$$

由表 1.7

$$K_R = 1.24$$

$$\delta_R = 0.084$$

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{1.24 \times 69000 - 1.06 \times 40000 - 0.859 \times 15000}{\sqrt{(1.24 \times 69000 \times 0.084)^2 + (1.06 \times 40000 \times 0.07)^2 + (0.859 \times 15000 \times 0.233)^2}} \\ &= 3.63 \approx 3.7 \end{aligned}$$

本例题假定变量均为正态分布。如 R 为对数正态分布， G 为正态分布， Q 为极值Ⅰ型分布，按国际“结构安全度联合委员会” (JCSS) 推荐的方法计算，则得 $\beta = 3.58$ 。

当活荷载效应与恒载效应的比值 ρ 变化时，可靠指标 β 也随之变化，常遇的比值 ρ ($\rho = N_Q/N_G$) 取五种：0.1、0.25、0.5、1.0、2.0。每一种 ρ 值对应有一个 β 值，取五个 β 值的平均值作为构件的可靠指标。

当为轴心受压构件时，方法相同，按第一种方法计算时，平均抗力 μ_R 和均方差 σ_R 中应分别计入混凝土的影响，按第二种方法计算时，按表 1.7，选用轴心受压的 K_R 和 δ_R 。

计算表明，直接按可靠指标 β 进行构件的设计和计算，不仅需有荷载和材料的统计参数，甚至应有构件抗力的统计参数。此外，当荷载效应和构件抗力为多个变量，且不服从正态分布时，计算十分麻烦。为此，在实际设计中应寻求一种既简便又合理，易为广大设计人员所接受的设计计算方法，下节将介绍设计规范中所采用的极限状态实用设计表达式。

1.5 极限状态实用设计表达式

1.5.1 极限状态方程的转化

以极限状态方程(1.1)、(1.2)和(1.6)得出的可靠指标 β 进行结构设计或可靠度校核,可较全面地考虑影响结构可靠度的各种有关因素的客观变异性,使结构设计符合预期的可靠度要求。对一些特别重要,且统计资料较齐全的结构构件可直接按可靠指标 β 值进行设计或校核,而对量大面广的结构构件,如按 β 值进行设计,不仅计算工作量大,且设计人员一不习惯,有时还会遇到统计资料不足而无法进行。考虑到与设计规范衔接和实用的简便,规范将可靠指标 β 方程式(1.6)转化为设计人员所熟知的、以基本变量的标准值和各分项系数表达的极限状态实用设计表达式(1.19)。即在设计表达式 S 和 R 中的各分项系数(如荷载和材料的各分项系数),是按结构构件基本变量的统计特性,以可靠度分析为基础优选确定的。实际上,它已起着考虑可靠指标的等价作用。于是,结构构件的承载力计算可采用下列公式计算:

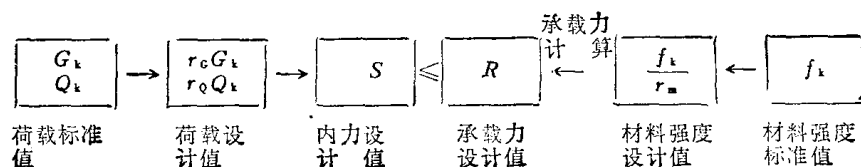
$$\gamma_0 S \leq R \quad (1.19)$$

式中 γ_0 ——结构构件的重要性系数,按安全等级不同而取用(见表1.8);

S ——内力设计值;

R ——结构构件承载力设计值。

进一步具体化为



1.5.2 内力组合设计值⁽¹⁻⁷⁾ S

$$S = \gamma_G \cdot C_G \cdot G_k + \gamma_{Q1} \cdot C_{Q1} \cdot Q_{1k} + \sum_{i=2}^n \gamma_{Qi} C_{Qi} \psi_{ci} Q_{ik} \quad (1.20)$$

对于一般框架、排架结构可按下列简化公式计算

$$S = \gamma_G C_G G_k + \psi \sum_{i=1}^n \gamma_{Qi} C_{Qi} Q_{ik} \quad (1.21)$$

式中

γ_G ——永久荷载的分项系数;

γ_{Q1} 、 γ_{Qi} ——分别为第一个和第 i 个可变荷载的分项系数;

G_k ——永久荷载的标准值;

Q_{1k} ——第一个可变荷载的标准值,该荷载的效应 $\gamma_{Q1} C_{Q1} Q_{1k}$ 大于其它任意第 i 个可变荷载的效应 $\gamma_{Qi} C_{Qi} Q_{ik}$;

Q_{ik} ——其它第 i 个可变荷载的标准值;

C_G 、 C_{Q1} 、 C_{Qi} ——分别为永久荷载、第一个可变荷载和其它第 i 个可变荷载的荷载效应系数;

ψ_{ci} ——第 i 个可变荷载的组合值系数。