

何宝宏 周德康 孙永强 编著

地球物理反问题中的最优化方法

下 册



地球物理反问题中 的最优化方法

下 册

周熙襄 钟本善 何宝侃 编著

地质出版社

地球物理反问题中的最优化方法

下 册

周熙襄 钟本善 何宝侃 编著

地质部书刊编辑室编辑

地质出版社出版
(北京西四)

地质印刷厂印刷
(北京安德路47号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

开本: $850 \times 1168^{1/32}$ · 印张: $9^{1/2}$ · 字数: 252,000

1980年8月北京第一版·1980年8月北京第一次印刷

印数1—3,240册·定价1.50元

统一书号: 15038·新486

地球物理反问题中的 最优化方法

(下册)

地质出版社

前 言

本书上册介绍了最优化方法及其有关的数学基础。下册我们将介绍最优化选择法和等效源法的工作方法和应用，并附有一部份 DJS-6 语言程序。这一部份内容主要是我们这几年计算和研究的一些成果。

下面简单介绍一下关于最优化选择法和等效源法的基本概念。

地球物理勘探的最终目的，是要对勘探区作出关于有意义地质体分布的有关结论，为解决地质、地球物理问题并为找矿服务。这就要对地球物理观测资料进行解释推断。解释的任务在于回答以下两个问题：第一，测区内的地球物理异常是由什么地质体引起的，岩石、地质构造和矿产的分布情况如何？第二，引起异常的地质体（或矿体）的空间位置、大小、形状和产状如何？十分明显，地球物理资料解释的质量和速度，对地质勘探工作的质量和速度有重要的影响。

最优化选择法和等效源法是地球物理资料解释中的新技术。根据我们和一些单位的试验，在一些富铁矿地区取得了良好的地质效果。下面以重磁异常为例，说明方法的基本考虑。

最优化选择法是由场计算场源（地质体）的空间位置、大小、产状和物理性质的一种方法。大家知道，选择法的原理，是将实测异常与已知形状产状的模型体所产生的理论异常对比，反复修改模型体的大小产状等参量，使理论曲线与实测曲线较满意地符合为止。我们就取该理论曲线对应的模型体作为实际地质体的解释。用最优化方法将这个过程自动化，就是最优化选择法。这样可以使用高速计算机和选用更复杂的模型体，从而使选择法提高到一个新的水平。最优化选择法进行重磁异常反问题计算的步骤

大致为:

1. 给出实测异常和测点位置信息 (包括地形高程数据);
2. 选择进行解释计算用的地质体模型;
3. 对地质体模型各个参量 (包括位置、大小、产状与物性数据) 给初值;
4. 计算模型体的理论异常, 将该异常与实测异常对比;
5. 评定理论异常与实测异常的符合程度, 即它们之间差异的大小, 判断是否需要修改地质体参量重新计算对比;
6. 若差异或地质体参量的改变量等不满足要求时, 自动修改模型体的参量, 保证理论异常与实测异常之间的差异不断地减小;
7. 如此反复迭代下去, 直到满足要求为止;
8. 记下最后模型体的参量, 作为解释结果。

我们设观测异常以 ΔZ_k 表示, k 为观测点号, $k=1, 2, \dots, m$; m 为观测点数。所选模型体的理论异常以 f_k 表示, f_k 是观测点坐标和模型体参量的函数, 即

$$f_k = f(x_k, y_k, z_k, x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

式中 x_k, y_k, z_k 为观测点坐标; $x_1, x_2, \dots, x_n$ 为模型体位置、大小、产状和物性等参量; n 为参量的个数。

通常, 实测异常与理论异常之间差异的大小, 是用各测点上两者之间偏差的平方和表示, 这个平方和我们以 ϕ 表示, 即

$$\phi = \sum_{k=1}^m (\Delta Z_k - f_k)^2 \quad (2)$$

在(1)式中 x_k, y_k, z_k 在我们计算迭代的过程中是不变的, 这里我们所要求的是地质体参数 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, 故 ϕ 可以视为 $\mathbf{x}$ 的函数, $\phi = \phi(\mathbf{x})$ 。在最优化选择法的计算步骤中, 一个困难的问题是如何实现自动修改模型体的参量, 即如何计算出这些参量的改正量来。就是说, 如何求一组参量 $\mathbf{x}$ 使 $\phi(\mathbf{x})$ 为极小。设我们给定的模型体的初始参量以 $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}$ 表示, 我们的目的在于求得一组关于模型体参量的改正量 $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ 来

修改给定的初始参量, 即

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x_1^{(0)} + \delta_1 \\ x_2 &= x_2^{(0)} + \delta_2 \\ &\dots\dots\dots \\ x_n &= x_n^{(0)} + \delta_n \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

写成向量的形式为

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}^{(0)} + \delta$$

这样便求得关于模型体参量的一组新值。如果将这组值代入(2)式中能使 ϕ 值减小,便是成功的步骤。如果我们能确定,这组值在一定精度范围内使 ϕ 取极小,则取 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 值作为我们的解释结果。

改正量 δ 的求取，就要用到上册介绍的最优化方法，有关问题我们将在第九章中介绍。关于各种模型体的重磁异常的计算公式，我们将在第八章中介绍。

等效源法是进行异常场变换的一种方法。在磁力、重力异常的解释中经常要用到异常场的变换（或换算），例如向上延拓、向下延拓、磁异常不同分量之间的换算、将航磁异常化到磁极等。等效源法可以将不同方面的场的换算问题进行统一处理，可以同时各种换算，特别对于曲面延拓（将起伏观测面上的场化到水平面上）问题、不同磁异常的换算、不同磁化方向磁异常的换算，均取得较好的效果。它在换算时不丢掉边部的测点。在我们试验的几个方面，它在场换算的精度上都有了提高。

等效源法的基本考虑是，如果我们采用最优化选择法的方法，求出实测异常的场源分布，那末根据这个场源分布，再来计算任意点的场值便是很容易的事了。这就可以达到场换算的目的。这样考虑问题就把异常换算归结为求场源分布。当然对于异常换算问题，我们不一定要求真实的场源——地质体的分布，只要求得一组与异常对应的等效场源的分布便可以了。

从理论上说, 场与场源的分布具有唯一的对应关系, 但实际上由于我们观测到的异常只是整个异常的一部份 (不完整), 再

加上观测误差和其他的随机干扰，这样使实际异常的解释不可避免地有多解性，即可能有多种场源分布与某一观测场对应。与实测场对应的场源，如果它不是真实场源，则我们称它为等效场源。求真实场源往往比较复杂，要考虑到模型体的选择与地质体情况相对应等等，而求等效源则可以变得比较简单。可以选择最简单的模型，例如点荷、线荷、偶极子和偶极线等。这些场源的位置也可以固定起来，所要求的只是它的磁量（或质量），这样问题就大大地简化了。

例如，对于磁异常垂直分量 ΔZ ，我们可以采用分布在一定网格上的点磁荷为模型。设第 i 个格点上的磁量为 M_i （包括一个常数乘子），格点 i 的坐标为 (x_i, y_i, z_i) ，第 k 个测点的坐标为 (x_k, y_k, z_k) ，则第 i 个磁量在第 k 个测点上的磁场垂直分量为

$$\Delta Z_k = \frac{M_i(z_i - z_k)}{[(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2 + (z_i - z_k)^2]^{3/2}}$$

所有网格点磁荷所产生的磁场则为

$$\begin{aligned} Z_{mk} &= \sum_{i=1}^n \Delta Z_k \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{M_i(z_i - z_k)}{[(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2 + (z_i - z_k)^2]^{3/2}} \end{aligned}$$

式中 n 为网格点磁荷的个数。我们所要求的是这些磁量 M_i ，使 Z_{mk} 与实测异常满意地符合，即使

$$\phi = \sum_{k=1}^m (Z_{mk} - Z_{0k})^2$$

为极小，式中 Z_{0k} 为实测异常垂直分量， m 为测点数。等效源法我们在第十章中讨论。

第十一章介绍最优化选择法在几个矿区的应用实例。

参加试验与实际异常计算工作的，除编者以外，还有冯敬英、夏江海等同志；安徽省地质局，四川冶金勘探公司605队，

四川省地质局物探大队、109队、403队、407队，河南地质八队，甘肃省地质局第一物探大队等单位部份同志也先后参加了实测异常的计算处理工作。

书中错误和不妥之处，望读者批评指正。

编 者

目 录

第八章 模型体重磁异常的计算	1
§ 1. 计算模型体重力磁力异常的基本方法	1
§ 2. 二维模型体的重磁异常公式	5
2—1. 倾斜接触带	5
2—2. 沿走向无限延长单个板状体的异常	8
2—3. 截面为多边形的水平柱体	14
2—4. 直立板组合模型	19
2—5. 水平板组合模型	21
§ 3. 三维模型体的重磁异常公式	22
3—1. 长方体 (正长方体)	22
3—2. 倾斜长方体	27
3—3. 长方体组合模型	31
3—4. 直立细棱柱组合模型	34
3—5. 无限延伸的棱柱体	38
3—6. 三维薄板	40
3—7. 多边形截面的直立柱体	42
§ 4. 重磁异常的谱分析及快速计算异常的快速傅 氏变换方法	45
4—1. 二维模型体异常的谱分析	45
4—2. 在频率域中快速计算重磁异常的方法	47
第九章 最优化选择法	54
§ 1. 目标函数及其性质	54
§ 2. 最优化选择法的程序与试算	62
2—1. 阻尼最小二乘选择法的工作方法	62
2—2. 程序中采用的单方向探测方法	65
2—3. 关于程序正确性的检查	68

2—4.程序中有关自由参量的选择·····	70
§ 3.关于最优化选择法的收敛性·····	82
§ 4.关于最优化算法的评价·····	91
§ 5.关于最优化选择法的多解性问题·····	100
5—1.最优化选择法的多解性·····	100
5—2.减少多解性的几种措施·····	104
§ 6.频率域的利用及电测深曲线的自动解释·····	110
6—1.重磁异常频率域迭代的特点·····	110
6—2.电测深曲线的自动解释·····	114
第十章 等效源法 ·····	122
§ 1.等效源法的基本原理·····	122
1—1.最速下降等效源法·····	125
1—2.阻尼最小二乘等效源法·····	128
1—3.用等效源法进行位场的换算·····	130
§ 2.等效源法的实用效果和存在的问题·····	133
2—1.小台阶地形的试算结果·····	133
2—2.70° 坡度大台阶地形的试算结果·····	137
2—3.山脊地形的试算结果·····	140
2—4.某地磁异常用等效源法作场变换的试算结果·····	140
2—5.某磁异常 I、II 剖面的试算结果·····	145
2—6.对等效源法的评述及其存在的问题·····	149
§ 3.关于约束等效源法的几个考虑·····	153
3—1.第一种约束条件·····	154
3—2.第二种约束条件·····	156
第十一章 对几个矿区磁测资料的计算结果 ·····	159
§ 1.对安徽某矿区磁测资料的试算工作·····	159
§ 2.四川某矿区 C_5 磁异常的计算结果·····	162
§ 3.四川某地 C_{20} 磁异常的计算·····	169
§ 4.四川某地 B 磁异常的计算·····	170
§ 5.东北某矿区 M72-85 航磁异常的计算·····	175
附录一 部分最优化选择法和等效源法 DJS-6 语言	

程序	177
§ 1. 二维板单体阻尼最小二乘法	177
§ 2. 二维板多体阻尼最小二乘法	187
§ 3. 二维组合直立板拟牛顿法	196
§ 4. 三维正长方体阻尼最小二乘法	209
§ 5. 三维斜方多体阻尼最小二乘法	218
§ 6. 三维组合长方体拟牛顿法	222
§ 7. 其他模型体计算函数的过程程序	237
7—1. 多边形截面水平柱体模型计算函数过程和计算偏导 数的过程	237
7—2. 二维水平板直立组合模型计算函数的过程	240
7—3. 二维板模型计算函数过程的第二种程序	242
§ 8. 其他最优化方法程序	244
8—1. 最速下降法	244
8—2. 单纯形法	246
8—3. 方向探测法	252
8—4. 共轭方向法	255
8—5. 正交方向法	258
§ 9. 二维等效源阻尼最小二乘法	261
§ 10. 二维等效源最速下降法	272
§ 11. 三维等效源阻尼最小二乘法	280
附录二 调和级数法	289
参考文献	290

第八章 模型体重磁异常的计算

我们知道,用最优化选择法解反问题,要计算所选定模型体的重磁力异常,将所计算的理论异常与实测异常对比。因此,各种模型体重磁异常表达式和异常对各参量的一阶导数公式是经常要用到的。由于实际地质情况的复杂性,一般教科书中所列的异常表达式往往是不够用的。为了实际的应用,本章讨论并引出了比一般教科书中更复杂的模型体异常公式和它们对参量一阶导数的公式。讨论的重点对于二度问题是二维板及其组合模型,对于三度问题是长方体及其组合模型,它们是在最优化选择法解反问题中经常用到的模型体。

§ 1. 计算模型体重力磁力异常的基本方法

下面给出解重、磁力异常正演问题的基本公式。为了便于计算和解释实际资料,取 x 轴沿测线方向, y 轴沿基线方向, z 轴垂直向下。设地质体质量单元 dm 的坐标为 (x, y, z) , 整个地质体的体积为 Q , 其剩余密度为 σ , 磁化强度为 J 。再设地质体以外空间任一点 P 的坐标为 (x_k, y_k, z_k) , 如图 8—1—1 所示, 则整个地质体在 P 点的引力位为

$$\begin{aligned} W &= f \iiint_Q \frac{dm}{R} \\ &= f \sigma \iiint_Q \frac{dx dy dz}{[(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2 + (z-z_k)^2]^{1/2}} \end{aligned} \quad (8-1-1)$$

式中 $f = 6.67 \times 10^{-8}$ CGS, 为引力常数, R 为 $dm = dV \cdot \sigma$ 到 P 点的

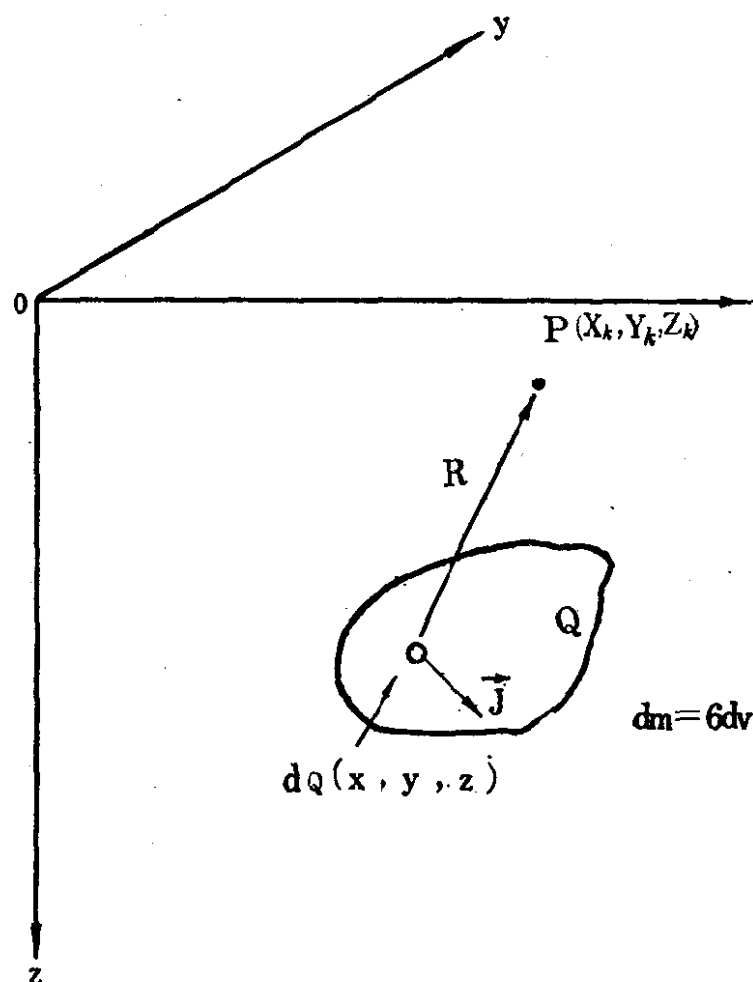


图 8-1-1 计算地质体重、磁异常基本公式说明

距离，有

$$R = \sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2 + (z - z_k)^2}$$

物体 Q 在 P 点引起的重力异常 Δg ，就是它的引力位 W 沿铅垂方向的一次导数，即

$$\Delta g = \frac{\partial W}{\partial z_k} = f \sigma \iiint_Q \frac{z - z_k}{R^3} dx dy dz \quad (8-1-2)$$

定义

$$V = \iiint_Q \frac{1}{R} dV \quad (8-1-3)$$

则

$$\Delta g = f \sigma V_z = f \sigma \frac{\partial V}{\partial z_k} \quad (8-1-4)$$

式中

同样

$$V_z = \iiint \frac{z - z_k}{R^3} dx dy dz$$

$$V_{xx} = \iiint \frac{3(x - x_k)^2 - R^2}{R^5} dx dy dz$$

$$V_{xy} = 3 \iiint \frac{(x - x_k)(y - y_k)}{R^5} dx dy dz$$

$$V_{xz} = 3 \iiint \frac{(x - x_k)(z - z_k)}{R^5} dx dy dz$$

$$V_{yy} = \iiint \frac{3(y - y_k)^2 - R^2}{R^5} dx dy dz$$

$$V_{yz} = 3 \iiint \frac{(y - y_k)(z - z_k)}{R^5} dx dy dz$$

$$V_{zz} = \iiint \frac{3(z - z_k)^2 - R^2}{R^5} dx dy dz$$

(8—1—5)

以上 $V_{xx} = \frac{\partial^2 V}{\partial x_k^2}$, $V_{xy} = \frac{\partial^2 V}{\partial x_k \partial y_k}$, ... 分别为 V 相应的二次导数, 它们与相应重力位二次导数只差一常数乘子 $f\sigma$ 。

由拉普拉斯方程

$$V_{xx} + V_{yy} + V_{zz} = 0 \quad (8—1—6)$$

对于地质体沿 y 轴方向无限延长的二度体情况, 这时有

$$\begin{aligned} V_z &= \iiint \frac{z - z_k}{R^3} dx dy dz \\ &= \iint \frac{z - z_k}{(x - x_k)^2 + (z - z_k)^2} \cdot \frac{y - y_k}{R} dx dz \Big|_{-\infty}^{\infty} \\ &= 2 \iint_S \frac{z - z_k}{(x - x_k)^2 + (z - z_k)^2} dx dz \end{aligned}$$

同样有

$$\left. \begin{aligned}
 V_{xy} &= V_{yz} = V_{yy} = 0 \\
 V_{xx} &= 2 \iint_S \frac{2(x-x_k)^2 - R^2}{R^4} dx dz \\
 V_{zz} &= 4 \iint_S \frac{(x-x_k)(z-z_k)}{R^4} dx dz \\
 V_{zz} &= 2 \iint_S \frac{2(z-z_k)^2 - R^2}{R^4} dx dz
 \end{aligned} \right\} \quad (8-1-7)$$

$$R = \sqrt{(x-x_k)^2 + (z-z_k)^2}$$

这时拉普拉斯方程变为

$$V_{xx} + V_{zz} = 0 \quad (8-1-8)$$

或有

$$V_{xx} = -V_{zz}$$

以上式中 S 表示在 xoz 平面内地质体的截面。

由泊松公式, 地质体 Q 在 P 点引起的磁异常在 x, y, z 三个方向上的分量为

$$\left. \begin{aligned}
 \Delta X &= J_x V_{xx} + J_y V_{xy} + J_z V_{xz} \\
 \Delta Y &= J_x V_{xy} + J_y V_{yy} + J_z V_{yz} \\
 \Delta Z &= J_x V_{xz} + J_y V_{yz} + J_z V_{zz}
 \end{aligned} \right\} \quad (8-1-9)$$

对于 ΔT 异常, $\Delta T = T - T_0$, T 为测定点的地磁场总强度, T_0 为正常地磁场总强度。有关系

$$\Delta T = \Delta X \cos I_0 \cos A + \Delta Y \cos I_0 \sin A + \Delta Z \sin I_0 \quad (8-1-10)$$

式中 I_0 为地磁场倾角, A 为测线的磁方位角。

对于二维情况, 有

$$\begin{aligned}
 \Delta X &= J_x V_{xx} + J_z V_{xz} \\
 \Delta Z &= J_x V_{xz} + J_z V_{zz}
 \end{aligned}$$

对 ΔX 也可写为

$$\Delta H = \Delta X = -J_x V_{zz} + J_z V_{xx}$$

而

$$\Delta T = \Delta Z \sin I_0 + \Delta H \cos I_0 \cos A$$

以上式中 J_x 、 J_y 和 J_z 表示地质体磁化强度 J 的三个分量, ΔH 表示水平磁异常。以上情况均设 σ 和 J 为常量, 即均匀物质和均匀磁化的情况。

§ 2. 二维模型体的重磁异常公式

2—1. 倾 斜 接 触 带

推导板状体和多边形截面二维柱体的异常, 需要用到倾斜接触带的异常公式。

倾斜接触带如图 8—2—1 所示, 是一个水平磁性层, 与周围岩石有剩余密度和磁性差异, 侧面接触带为一倾斜面, 水平层的上顶和下底深度分别为 z_1 和 z_2 , 接触面的倾角为 α 。

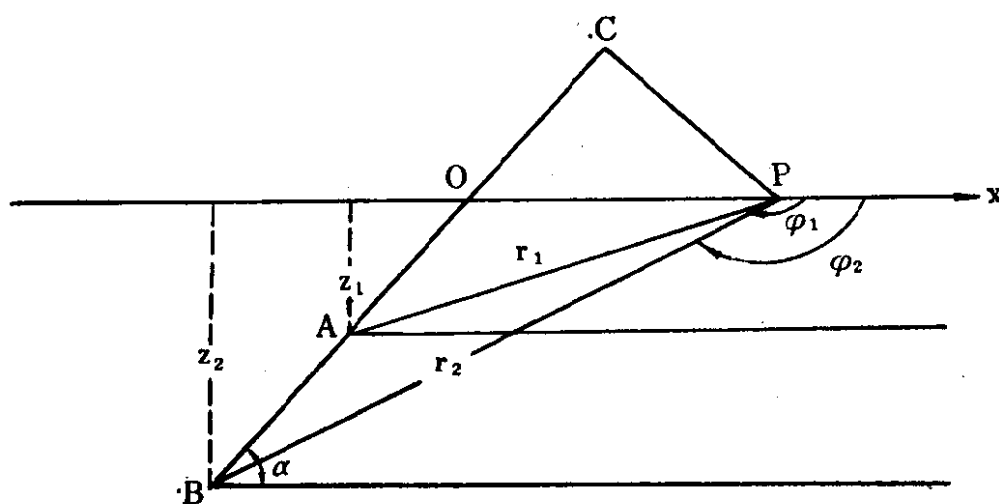


图 8—2—1 倾斜接触带

为方便起见, 取原点接触面与 x 轴的交点, 且设 $z_k = 0$, 利用公式 (8—1—7)、(8—1—9)、(8—1—10), 可以求得倾斜接触带的异常。

$$V_z = \int_{z_1}^{z_2} \int_{-z \operatorname{ctg} \alpha}^{\infty} \frac{z - z_k}{(x - x_k)^2 + (z - z_k)^2} dx dz$$