

高等学校教学用书·理论物理基础系列教程

4

电磁学(下)

(日) 长岡洋介 著
张本译
梁绍荣 校

北京师范大学出版社

高等学校教学用书

理论物理基础系列教程

第四册

电 磁 学 (下)

[日]长岡洋介 著

张本志 译

梁绍荣 校

北京师范大学出版社

高等学校教学用书
理论物理基础系列教程
第四册
电 磁 学 (下)
〔日〕长岡洋介 著
张本志 译
梁绍荣 校

北京师范大学出版社出版
新华书店总店科技发行所发行
北京通县燕山印刷厂印刷

开本: 850×1168 1/32 印张: 3.875 字数: 94 千

1989年5月第1版 1989年5月第1次印刷

印数: 1—2 000

ISBN 7—303—00430—0/0·91

定价: 1.10 元

目 录

第七章 电磁感应定律.....	(1)
§7-1 法拉第的发现.....	(1)
§7-2 运动的相对性.....	(5)
§7-3 运动回路中产生的电动势.....	(6)
§7-4 电磁感应定律.....	(10)
§7-5 自感.....	(12)
§7-6 互感.....	(15)
§7-7 互感系数的互易定理.....	(20)
§7-8 静磁场的能量.....	(21)
§7-9 振荡电流.....	(24)
§7-10 复阻抗.....	(26)
第八章 麦克斯韦方程和电磁波.....	(32)
§8-1 变化的电流和电荷守恒.....	(32)
§8-2 位移电流.....	(34)
§8-3 麦克斯韦方程组.....	(38)
§8-4 电磁场的能量.....	(41)
§8-5 电磁波.....	(45)
§8-6 电磁波的辐射和传播.....	(53)
第九章 物质中的电场和磁场.....	(58)
§9-1 电介质.....	(58)
§9-2 极化和电通密度.....	(62)
§9-3 静电场的边界条件.....	(70)
§9-4 电介质存在时的静电场的例题.....	(74)
§9-5 磁介质.....	(76)
§9-6 磁化和磁场强度.....	(78)
§9-7 静磁场的边界条件.....	(86)

第十章 变化的电磁场和物质	(81)
§10-1 物质中的麦克斯韦方程	(91)
§10-2 电介质中的振荡电场	(94)
§10-3 电介质中的电磁波	(101)
§10-4 导体和电磁波	(104)
附录 习题略解	(110)
基本物理常数	(120)

第七章 电磁感应定律

到现在为止，我们分别研究了静电场和静磁场的性质。当电场和磁场随时间而变化时，将有一些新现象出现。若磁场是随时间变化的，则穿过回路的磁通量也将随时间而改变，因而在回路中就产生感应电动势。这在回路不存在的空间也同样发生。就是说，变化的磁场在其周围激发电场。于是，在电场的基本方程中添加一磁场对时间的变化项，电场和磁场就变成相互关联的了。

§7-1 法拉第的发现

我们已经知道，磁场对运动电荷有力的作用，运动电荷在其周围的空间激发磁场，而磁场又给磁铁以作用力。这些事实说明电现象和磁现象是相互密切联系着的。更深刻揭示这种联系的是1831年法拉第所发现的电磁感应现象。

法拉第发现，电荷之间的相互作用力可在导体表面上感应出电荷来，由此类比，法拉第曾想，通过回路1的电流，不是也能在其附近的回路2中感应出电流来吗？但是，将二个回路如图7-1那样并置，接通开关后，回路1中虽有稳恒电流流过，可是在回路2中并没有观察到任何电流。法拉第曾发现，仅在接通或断开开关的瞬间，检流计的指针才发生偏转。

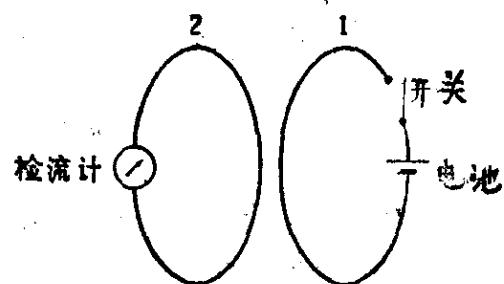


图7-1 法拉第的发现。当接通或断开回路1的开关时，回路2中有电流流动。

法拉第的这一发现表明，仅当回路 1 中的电流在回路 2 附近所激发的磁场发生变化时，才会产生使电荷沿回路 2 流动的力。这个作用相当于在回路 2 中接入一个电池所产生的电动势。如图 7-2，当将磁铁推向或者抽离回路时，回路中也出现电流。这些现象统称为**电磁感应现象**。而产生的电动势称为**感应电动势**。

现在考虑面积为 S 的平面回路处于均匀磁场中的情形，回路平面与磁场垂直。这时，将磁通密度 B 和回路面积 S 的乘积

$$\Phi = BS \quad (7.1)$$

叫做穿过这回路所包围面积的**磁通量**。磁通量的符号归定如下，在回路上先选定一个方向，沿这一方向转动的右手螺旋，其前进的方向为正，反之为负。由实验知，当磁场随时间变化时，在回路中产生的感应电动势 ϕ_{em} 的大小与穿过这回路的磁通量的变化率 $d\Phi/dt$ 成正比。而感应电动势的方向是，这电动势在回路中引起的电流的磁场力图补偿磁通量的变化。按照上面关于回路方向和磁通量符号的规定，感应电动势 ϕ_{em} 可表为

$$\phi_{em} = -k \frac{d\Phi}{dt} \quad (k > 0) \quad (7.2)$$

例如，在图 7-2 的情形中，当将磁铁推向回路时，磁通量增加，感应电动势的方向为 a 。当将磁铁抽离回路时，磁通量减少，感应电动势的方向为 b 。不论磁通量的变化是由回路 1 中的电流发生变化引起的，还是由磁铁运动引起的，电磁感应定律 (7.2) 式都成立，而与引起磁通量变化的具体原因无关。因此，必须认为，产生感应电动势的既不是电流的变化，也不是磁铁的运动，而是回路的磁通量的改变。

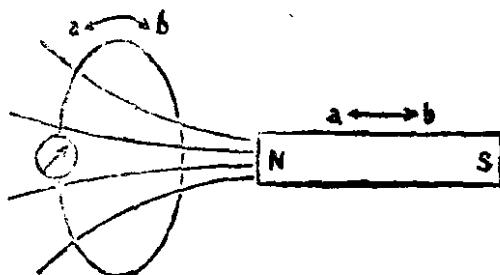


图 7-2 将磁铁推向 (a) 或
抽离 (b) 回路时，回路中的
电流。

在回路既不是平面而磁场又非均匀的一般情形中，穿过回路所包围面积的磁通量可如下定义之。考虑以回路为边线的一个曲面 S ，在回路上先选定一个方向，沿这一方向转动的右手螺旋，规定右螺旋前进的一侧为曲面 S 的表面。设由里向表面画出的曲面 S 的法线为 $n(r)$ ，定义

$$\Phi = \int \{B(r) \cdot n(r)\} ds$$

为穿过这回路所包围面积的磁通量。在前面讨论过的平面回路的情形中，如取曲面 S 为以回路为边线的平面，则有 $B(r) \cdot n(r) = B$ ，积分给出回路面积。可见，关于磁通量的(7.3)式的定义是和(7.1)式一致的。

虽说以回路为边线的曲面 S 可以做出无限多个，但是根据磁通量的定义(7.3)式可知，磁通量的大小却与曲面的形状无关。如图7-3，现在以回路为边线的曲面中任取两个曲面 S_1 和 S_2 ，并分别给出关于这两个曲面的面积分(7.3)，以 $n_1(r)$ 和 $n_2(r)$ 分别表示曲面 S_1 和 S_2 的法线，则这两个面积分为

$$\Phi_1 = \int_{S_1} \{B(r) \cdot n_1(r)\} dS, \quad \Phi_2 = \int_{S_2} \{B(r) \cdot n_2(r)\} dS \quad (7.4)$$

若把这两个曲面加起来，就构成一个闭合曲面。因此，将磁感应强度的高斯定理(6.31)式应用于这个闭合曲面 S 上时，则有

$$\int_S \{B(r) \cdot n(r)\} dS = 0 \quad (7.5)$$

可以将这个面积分分为对 S_1 面和对 S_2 面的两个面积分。但这时，必须注意法线 $n(r)$ 的方向。在高斯定理(7.5)式中，规定 $n(r)$ 的方向为自曲面内指向曲面外。而在积分(7.4)式中，正象(7.3)式一样，规定 $n(r)$ 的方向为由曲面里指向曲面表。因而，如图对曲面 S_2 有 $n(r) = -n_2(r)$ ，积分差一个负号。故有

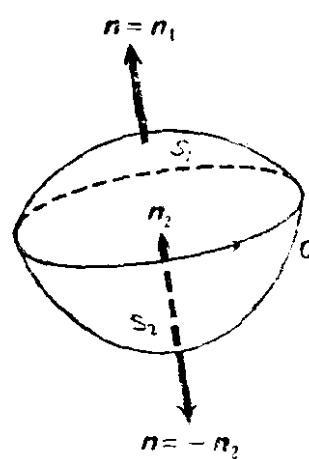


图7-3 以回路为边线的曲面 S_1 和 S_2 。

课间小憩

法拉第(M. Faraday)

在电磁学的发展历史中，做为电磁感应等很多现象的发现者，做为近距作用的观点倡导者，法拉第是一位很著名的人物。

法拉第生于1791年英国伦敦郊外，是一位铁匠的儿子。由于家计贫寒在装订作坊做工，他白天做工晚上就读装订的书，特别喜欢化学和电学。这期间法拉第得知，皇家研究所的戴维教授作化学公开讲座，他参加了。在这个讲座中，经一再向戴维教授请求，对化学有浓厚兴趣的法拉第终于成为戴维教授的实验助手。从此，法拉第开始了对化学和电学的研究。他从1816年研究生石灰开始，1823年发现氯的液化，1825年发现苯，1831年发现电磁感应，1833年发现电解定律等取得了一系列重大成果。于是，他从戴维教授的助手升为皇家研究所的教授，之后继续在这个研究所从事研究工作，直到晚年退休为止。卒于1867年。

未受过正规教育的法拉第，在研究中全然没有应用数学。凭借他的敏锐的观察能力和天才的实验技巧，用现在看来非常简单的装置，获得了巧妙的成功。他曾朴素而直观地认为，电荷之间的相互作用力是因为存有类似于橡皮筋那样的东西将电荷和电荷连接起来，而没有接受超距作用的观点。对于他来说，“橡皮筋”也就是电场，是客观实在，并非仅是为了考虑电荷之间相互作用力方便而引入的。

但是，要想按照法拉第的观点建立作为客观实在的电磁场的基本定理，则将需要有麦克斯韦的数学修养。

$$\begin{aligned} \int_{S_1 + S_2} \{ \mathbf{B}(r) \cdot \mathbf{n}(r) \} dS &= \int_{S_1} \{ \mathbf{B}(r) \cdot \mathbf{n}_1(r) \} dS \\ &= \int_{S_2} \{ \mathbf{B}(r) \cdot \mathbf{n}_2(r) \} dS \\ &= \Phi_1 - \Phi_2 \end{aligned}$$

按高斯定理，得：

$$\Phi_1 = \Phi_2$$

由此可见，(7.3)式定义的磁通量与曲面的形状无关，其大小是唯一的。

总之，当磁通密度随时间而变化时，磁通量也随时间而改变，在回路中则产生(7.2)式那样的感应电动势。

§7-2 运动的相对性

在图7-2所示的实验中是回路固定而磁铁运动，反之，若磁铁固定而回路运动结果将如何？在这种情形中，穿过回路的磁通量也随时间而变化。由实验知，这时回路也产生感应电动势，其大小和(7.2)式相同。

在回路固定而磁铁运动的情形中，如果从与磁铁一起运动的观察者来看，则认为磁铁是静止的，而回路在运动。电流通过回路的现象，不会因观察者或是运动或是静止而有所不同。因此，与磁铁一起运动的观察者看到的是，在磁场内运动的回路中将产生电动势，并且电动势的大小和磁场随时间变化的情形相同，都决定于(7.2)式。

我们知道，牛顿力学定律，对于彼此相对作匀速直线运动的所有观察者（参照系）都同样地成立。两个观察者A和B彼此相对作匀速直线运动时，如从A来看，则认为B在运动，如从B来看，则认为A在运动。但是，两个观察者都没有根据说自己是静止的。这种情况不能仅限于力学定律，对一切自然规律都应该成立吧。因此，极为自然地可以认为，彼此作匀速直线运动的观察者对于一切自然规律都是等价的，对于这些观察者自然规律应该具有相同的形式。这个假定称为相对性原理。

按照这样的看法，在磁铁和回路的问题中，磁铁运动或者回

路运动是不重要的，是随观察者而变的。决定现象的是磁铁和回路间的相对运动。从相对性原理来看，不论磁铁运动或是回路运动，回路中产生相同的电动势（7.2），这可以说正是预料中的。

§7-3 运动回路中产生的电动势

下面再比较详细地研究一下在静磁场内运动的回路中产生感应电动势的现象。

如图7-4，有一直导线AB在均匀磁场中运动，导线的取向、导线的运动方向和磁场方向三者相互垂直。这时，因导线AB中的电子也随导线一起在磁场中运动，故这些电子将受到洛伦兹力的作用。一般来讲，如磁通密度为B，导线的运动速度为v，则作用于导线中电子上的洛伦兹力等于

$$F = -ev \times B \quad (7.7)$$

式中的(—)号是因为电子的电荷是 $-e$ 。而在图7-4的情形中，洛伦兹力的大小为 evB ，方向沿导线指向A端。电子在这个力的作用下将沿导线移动从而形成电流，但因导线AB有两个端点，故不能形成持续的电流。随着电流的流动将在导线AB的两端分别积累正、负电荷。当这些电荷的电场力和洛伦兹力大小相等时，电流停止，达到平衡状态。

若导线是闭合的，又将如何？如图7-5所示，将长方形回路ABCD置于均匀磁场中并使其沿垂直于磁场的方向移动。这时，导线AB、CD中的电子虽然也受到沿导线方向的洛伦兹力的作用，但是仍然没有沿回路流动的电流。这是因为沿回路来看，作

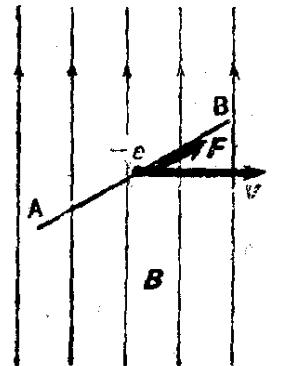


图7-4 导线在均匀磁场内运动时，作用于导线中电子上的洛伦兹力。

由于AB和CD中电子上的洛伦兹力大小相等而方向相反，不存在能使电子沿整个回路运动的力。如图7-5(b)所示，这相当于在AB和CD边中分别接入一个电动势大小相等但方向相反的电池。这种情形，将在回路的BC和AD边上分别积累有负、正电荷，当这些电荷的电场力和洛伦兹力的大小相等时，就达到平衡状态。

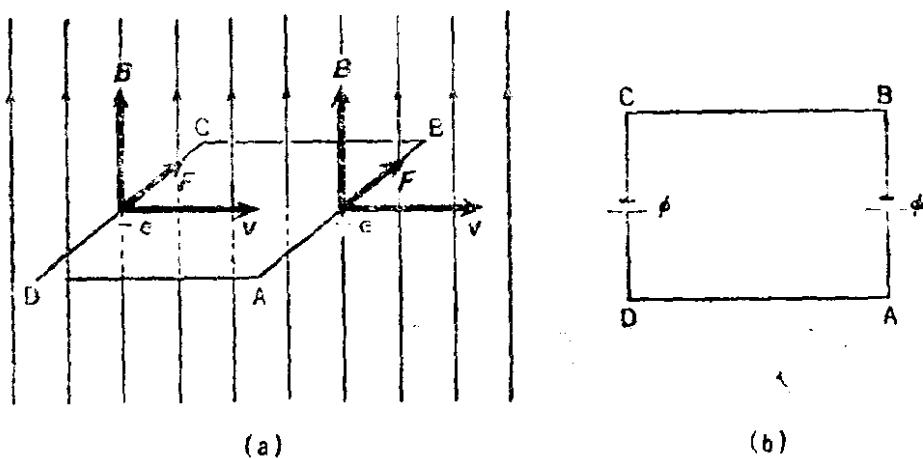


图7-5 长方形回路在均匀磁场中运动时，作用于导线中
电子上的洛伦兹力，但没有电流。

但是，当磁场是非均匀的时候，情况就不同了。譬如AB上的磁场比CD上的强，那末作用于AB中电子上的洛伦兹力也比CD中的大。现设磁通密度仅在BC、AD边方向上有变化，而在AB、CD方向上是不变的，如图7-6，以 B_1 表AB上的磁通密度的大小，以 B_2 表CD上磁通密度的大小。若回路的运动速度为 v ，则作用于

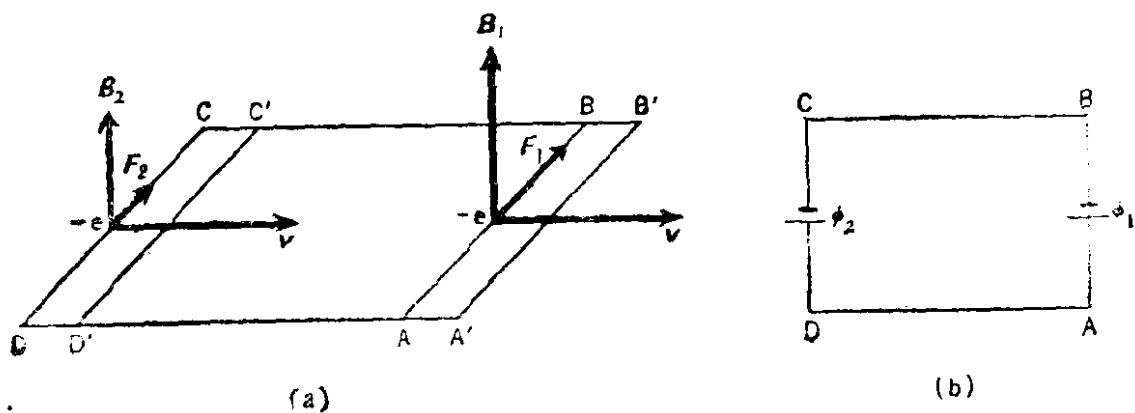


图7-6 回路在非均匀磁场中运动时，在回路内产生的电动势。

AB、CD边中电子上的洛伦兹力分别等于 $F_1 = evB_1$ 、 $F_2 = evB_2$ 。作用于这两边中电子上的洛伦兹力等效于在AB间有一电位差 $\phi_1 = vB_1 a$ ，而在CD间有一电位差 $\phi_2 = vB_2 a$ ，其中 a 是 AB(CD) 边的边长。在洛伦兹力——非静电力的作用下，电子当然可以沿回路运动。如图7-6(b)，这种情况相当于在边AB、CD中分别各接入一个电动势为 ϕ_1 、 ϕ_2 的电池。按ABCDA转向，回路中的电动势为

$$\begin{aligned}\phi_{em} &= -\phi_1 + \phi_2 \\ &= -(B_1 - B_2)av\end{aligned}\quad (7.8)$$

上式右侧正是穿过这回路的磁通量的变化率。如图7-6，在 Δt 时间内，回路从位置ABCD移动到 A'B'C'D'。AA' (BB') 等于 $v\Delta t$ 。这时，从下向上穿过回路的磁通量增加了 $B_1 av\Delta t$ ，减少了 $B_2 av\Delta t$ ，所以穿过回路的磁通量的变化 $\Delta\Phi$ 等于

$$\begin{aligned}\Delta\Phi &= B_1 av\Delta t - B_2 av\Delta t \\ &= (B_1 - B_2)av\Delta t\end{aligned}$$

可见，(7.8)式的右侧等于 $-\Delta\Phi/\Delta t$ 。当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时， $\Delta\Phi/\Delta t$ 趋于 $d\Phi/dt$ ，故有

$$\boxed{\phi_{em} = -\frac{d\Phi}{dt}} \quad (7.9)$$

我们虽然从一个特例导出了(7.9)式，但是这个定律是普遍成立的。另外由前节可知，这个定律不仅对回路运动的情形成立，而且对磁场随时间变化的情形也必定成立。由此可以得出：电磁感应定律(7.2)式中的系数 $k=1$ 。

例题1 如图7-7，在均匀磁场中使回路绕垂直于磁场的轴以

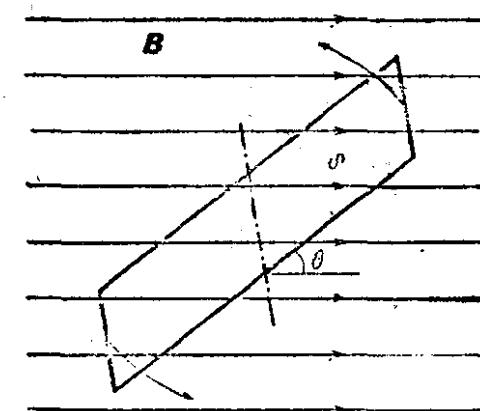


图7-7 回路在均匀磁场中转动。

恒定角速度转动，试求这时回路中产生的电动势。

[解] 以 B 表磁通密度，以 S 表回路的面积，以 ω 表回路的角速度。当回路面和磁场方向成 θ 角度时，穿过这回路的磁通量为

$$\Phi = BS \sin \theta$$

若在 $t=0$ 时刻 $\theta=\theta_0$ ，那末 t 时刻 $\theta=\omega t+\theta_0$ ，所以

$$\Phi(t) = BS \sin(\omega t + \theta_0)$$

因而，回路中的感应电动势为

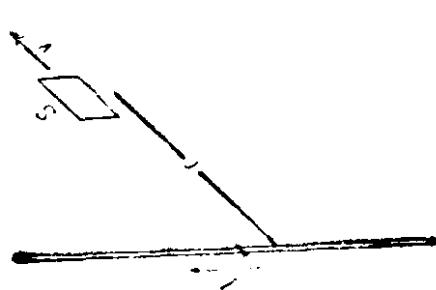
$$\begin{aligned}\phi_{em} &= -\frac{d\Phi}{dt} \\ &= -BS\omega \cos(\omega t + \theta_0)\end{aligned}$$

可见，回路中的电动势是周期变化的。这就是交流发电机的基本原理。

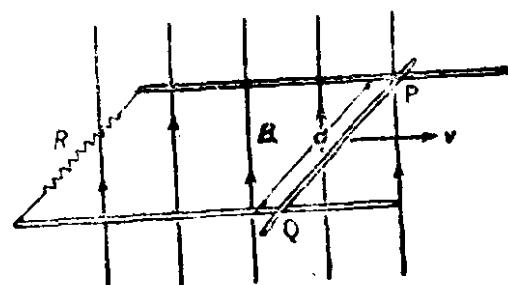
习 题

1. 直径为10cm的200匝圆形线圈，在地磁场中以每秒15转的转速转动，试求线圈中的最大感应电动势。设地磁场的磁通密度为 5×10^{-5} T。

2. 直长导线中通有强度为 I 的稳恒电流。在包含导线的平面内有一面积为 S 的单匝小线圈。小线圈以恒定速度 v 沿垂直于导线方向向右运动（如图）。试求线圈中心距离导线为 r 时，线圈中的感应电动势。



习题2图



习题3图

3. 如图，在一边连有电阻 R 的U型导轨的P、Q点上，放一根导体棒，从而构成一闭合回路。将这个回路置于与回路面垂直的，磁通密度为 B 的均匀磁场中，然后使导体棒沿垂直于棒的方向以速度 v 向右滑动。设棒的PQ

间长为a，试求：

(1)回路中的电流，单位时间在电阻R所发生的焦耳热(除R外其他导体的电阻都可以忽略)；

(2)作用于导体棒上的力和移动棒时单位时间所作的功，并证明这功等于在(1)中求得的焦耳热。

§7-4 电磁感应定律

由前知，当磁场随时间而变化时，在位于这磁场的回路内将产生感应电动势[(7.9)]。所说的电动势其实就是在导线中感生的电场沿回路一周的线积分。若以 \mathbf{t}_r 表回路上 r 点的切向矢量，那末对于任意形状的回路，这个线积分都可以表为

$$\phi_{em} = \int_C \{E(r, t) \cdot \mathbf{t}(r)\} ds \quad (7.10)$$

若磁场是随时间变化的，一般来说由其感生的电场也是随时间变化的。因此，为了明显地表出电场依赖于时间 t ，将其写作 $E(r, t)$ 。

在电磁感应定律(7.9)中，似乎认为感生的电场仅存在于导线之中。但是，按照场的观点，应该认为这电场是存在于真空之中的，而与有无导体回路无关。放置一个回路仅是一种测量电场的手段。

按上述看法就应该认为，积分(7.10)中的C表示的是真空中任意选取的闭合路径，并非表示导体闭合回路。因此，对于任意的闭合路径C，电磁感应定律为

$$\boxed{\int_C \{E(r, t) \cdot \mathbf{t}(r)\} ds = -\frac{d\Phi(t)}{dt}} \quad (7.11)$$

这里， Φ 是穿过闭合路径C所围成的面积的磁通量，可由(7.3)式求之。为明显地表出其依赖于时间，现将(7.3)式写作

$$\Phi(t) = \int_S \{ \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}) \} dS$$

关于静电场有无旋定理,(7.11)式左侧的线积分恒等于零.关于变化的磁场所感生的电场,无旋定理不再成立,而必须按(7.11)式来改写.

在静电场的情形中,可以将无旋定理的积分形式

$$\int_c \{ \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{t}(\mathbf{r}) \} ds = 0 \quad (7.13)$$

变换为微分形式

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0$$

同样,也可以将电磁感应定律(7.11)式变换为微分形式,正象§3-3一样,为此将(7.11)式应用于 \mathbf{r}_0 点附近的平面小路径上(图3-7).设路径所包围的面积为 ΔS ,其法向矢量为 \mathbf{n} ,则(7.11)式左侧的线积分等于

$$\int_c \{ \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{t}(\mathbf{r}) \} ds = [\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)]_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_0} \cdot \mathbf{n} \Delta S$$

((3.19)式).在这个小面内,可以认为磁通密度是不变的,所以穿过这个路径的磁通量为

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= \int_S \{ \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}) \} dS \\ &= \mathbf{B}(\mathbf{r}_0, t) \cdot \mathbf{n} \Delta S \end{aligned}$$

因此,对于这个小路径,电磁感应定律可以表为

$$[\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)]_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_0} \cdot \mathbf{n} \Delta S = - \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}_0, t)}{\partial t} \cdot \mathbf{n} \Delta S$$

这个等式对任意的路径位置 \mathbf{r}_0 和任意方向 \mathbf{n} 都成立,故有

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = - \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (7.15)$$

这就是法拉第电磁感应定律的微分形式.按这个表示式也可以说,

电磁感应现象是变化的磁场激发电场，这就是接近距作用的观点表述出的电磁感应定律。

习 题

1. 如直长螺线管中的电流以恒定的速率增大，则其内部的磁场也将以恒定的速率增强。这时，电磁感应定律(7.11)和(7.15)式的右侧将变成一个与时间无关的常数，而和静磁场的安培环路定理(6.37)、(6.38)式的形式相同。试利用这点求螺线管的电流以恒定速率变化时，其磁场所感生的电场。

§7-5 自 感

只要闭合回路有电流通过，其周围就激发有磁场，并且这电流引起的磁通也穿过自己回路。因磁场和激发它的电流成正比，故穿过自己回路的磁通量 Φ 也和其本身的电流强度 I 成正比。设比例系数为 L ，则有

$$\Phi = LI \quad (7.16)$$

若电流是随时间变化的，磁通量也随时间而改变。但是，如果电流的变化不是太快，那末就可以认为，变化电流的磁场在任一时刻 t 都和 $I(t)$ 的静磁场相同。这样的变化电流称为似稳电流。当电流的变化很快时，这样的近似是不允许的，究竟在什么条件下才能把变化的电流看做似稳电流，将在 §8-2 讨论。

当变化的电流 $I(t)$ 可以被看作似稳电流时，关于电流 $I(t)$ 引起的穿过自己回路的磁通量也有

$$\Phi(t) = LI(t) \quad (7.17)$$

这样，如果回路的电流发生变化，则穿过自己回路的磁通量将发生改变，相应地，在自己回路中也产生感应电动势。其大小为

$$\phi_{em} = - \frac{d\Phi}{dt}$$