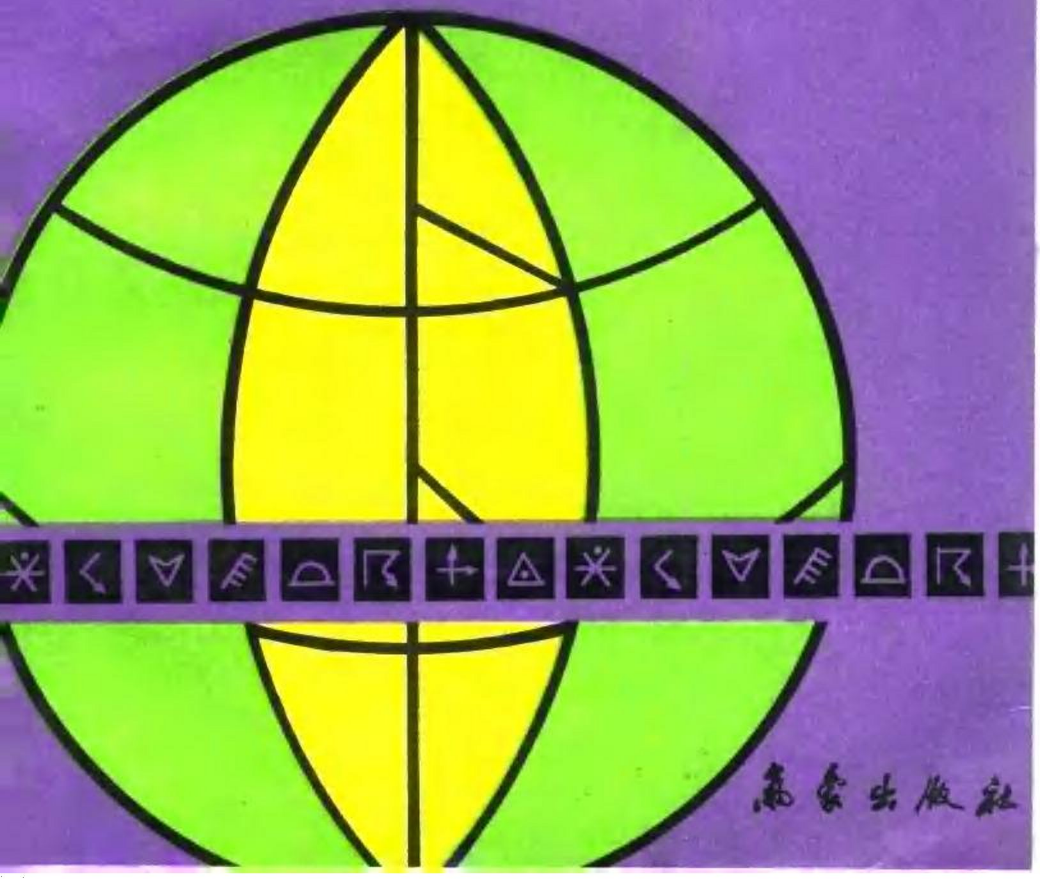
动力气象学

缪锦海　王永中　刘桂芬　编著



气象出版社

（京）新登字046号

内 容 简 介

本书内容有大气动力学的基本方程组，方程变形，准地转运动，大气能量，大气波动，大气波动的稳定性，适应过程和大气边界层等。本书着重、系统地详述了中纬度大尺度准地转运动。本书既注意说明物理意义，又附有详细推导，既有理论说明，又有应用实例。

本书适合作气象类大专教材或教学参考书，可供函授自学用，也可供广大台站气象工作者阅读。

动力气象学

缪锦海　王永中　刘桂芬　编著

责任编辑　黄丽荣

*

气象出版社出版

（北京西郊白石桥路46号）

北京市昌平环球科技印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行　全国各地新华书店经销

*

开本：850×1168 1/32　印张：10.5　字数：271千字

1992年8月第一版　1992年8月第一次印刷

印数：1—2200

ISBN 7-5029-0988-5/P·0507(课)

定价：3.45元

前　　言

当前，在改革开放和新技术革命的新形势下，气象部门迫切需要一支数量上能基本满足要求，质量上又有较高水平的专业队伍，以加速实现气象现代化。

根据这个要求，则需大力发展气象教育事业，尤其需要办好大专层次教育，而进行教材建设又是一项重要的基础工作。为此，我司委托北京气象学院编写了一套适合气象专科层次的通用教材，同时它也可用于专科函授、自学考试，还可作为气象、农林、水利、航空等部门的气象专业人员学习参考用书。这样就弥补了过去气象大专层次教材的空白。

这套教材是北京气象学院在经过多届教学实践的基础上进行逐步修改而成的，共编写了《计算方法》、《气象学》、《天气学教程》、《动力气象学》、《数值天气预报基础》、《气象统计预报》、《天气分析和诊断方法》等七种。编写的指导思想是尽力面向实际和反映新技术发展及新方法的应用，在保持教材的科学性、系统性和一定水平的条件下，力求通俗易懂，从而照顾到中级气象专业人员进行学习参考使用。

参加这套教材编写工作的都是北京气象学院有教学经验的教师。初稿完成后，我司还组织了部分气象高等院校的专家、教授进行审查，对教材修改提出了许多宝贵的意见，编者根据这些意见又进一步作了修改。在修改过程中，还得到了有关专家和教授的指导，并对教材进行了全面的审订工作，使得教材趋于完善，在此一并表示衷心感谢。

国家气象局科教司

编 者 的 话

动力气象学的书籍和教材已出版不少，但作为大专教材的甚少。本书曾作为大专动力气象课的讲义使用了四年，作为大专函授动力气象课的教材也使用了四年。本书针对大专动力气象课的基本要求，着重系统地详述中纬度大尺度准地转运动——这是动力气象学的精华部分。考虑到自学和实际工作的需要，本书注意对问题的物理意义的说明，而把数学的详细推导独立出来，初次阅读或不想了解数学推导者可以不阅读这些部分；既有基本理论的叙述，又有应用的实例，本书还另有教材的录象。本书的目录中加“*”的节段为数学推导，或应用实例或较深的材料，读者可以自已选择阅读。

本书的第一、二章由刘桂芬所写，第三、四、七章由缪锦海所写，第五、六、八章由王永中所写。

本书曾经过国家气象局科教司组织的评审组的评审。杨大升、刘式适、陈久康、吕美仲等教授提出不少宝贵意见，我们根据他们的意见和建议认真进行了修改。另外，在编写过程中，参考了北京大学、南京气象学院等院校的有关教材，特别是刘式适教授所编著的教材，包括他为北京气象学院函授衷心所录制的第五、六、八章的材料，在此一并表示衷心感谢。并对我院樊云老师和各省函授站动力气象学教师的多方面的帮助，表示衷心感谢。由于我们水平有限，书中错误之处，望读者指正和提出宝贵意见。

缪锦海

1991年

目　录

第一章　大气运动的基本方程组

大气作为一个力学系统，可视为可压缩连续流体。描述大气状态的物理量，如气压、密度、温度和速度等，就成为空间和时间的连续函数。在空间和时间上连续变化的量称为场变量，简称为场。其中气压、密度和温度场是标量场，而速度场是矢量场。通常情况下这些场变量是连续可微的，这样，控制大气运动的一些物理定律便可以用场变量及其导量的微分方程表示出来。大气运动与其他流体运动一样，所遵循的基本物理定律有动量守恒定律、质量守恒定律和能量守恒定律等。本章将从这些基本物理定律出发，导出描写地球周围大气运动的基本方程组，并给出各种坐标系中大气运动基本方程组的具体形式。

§1　惯性坐标系中的大气运动方程

牛顿的力学定律在惯性坐标系中才能成立。适用于牛顿定律的坐标系称为惯性坐标系。原点取在地球球心，坐标轴的方向指向某几个固定的恒星的坐标系，可以认为是一个惯性坐标系。因为这些恒星相对地球来说是非常远的，对于讨论几天、几年甚至更长时间的大气运动来说，可以认为在这“短暂”的时间内，这些恒星的位置是恒定不动的。在惯性坐标系中，牛顿第二定律可表达为，物体受到外力作用时，所获得的加速度的大小与合外力的大小成正比，与物体的质量成反比，而加速度的方向与合外力的方向相同。对于单位质量的空气微团，牛顿第二定律可以表示成

$$\frac{d_a\vec{V}_a}{dt}=\sum_i\vec{F}_i \tag{1.1}$$

式中$\vec{F}_i$是作用在单位质量空气微团上的外力，下标“a”表示在惯性坐标系中观察者所看到的速度和加速度，$\vec{V}_a$称为绝对速度，$\frac{d_a\vec{V}_a}{dt}$称为绝对加速度。

由（1.1）式可知，大气运动状态的改变由其所受的合外力而决定。下面讨论在惯性坐标系中单位质量空气微团的受力情况。

作用在空气介质上的力可以分为两种类型：（1）体积力（或质量力），它是作用于介质中所有空气微团上的力。（2）表面力，它是周围空气介质或物体作用于微团表面上的力。表面力和体积力是两种不同类型的力，一般来说，作用于微团上的体积力与微团以外的介质无关，作用力的大小与微团的质量或体积成比例，例如地心引力、重力、电磁力等。表面力是微团与微团表面相互间的作用力，作用力的大小与作用面的面积成比例，例如流体内部分子粘性应力、压力以及湍流粘性应力等。

1. 气压梯度力

气压梯度力是周围空气介质作用在单位质量空气微团表面上压力的合力。图1.1的空气微体积元$\delta\tau=\delta x\delta y\delta z$，其中心在$(x_0, y_0, z_0)$点。如果以$p_0$代表体积元中心处的气压，则图1.1中体积元壁面$A$上的气压可用泰勒级数展开表示为

$$p_A=p_0+\frac{\partial p}{\partial x}\frac{\delta x}{2}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}\left(\frac{\delta x}{2}\right)^2+\cdots \tag{1.2}$$

略去上式中δx的高阶项，则作用于体积元A面上的压力为

$$F_{Ax}=-\left(p_0+\frac{\partial p}{\partial x}\frac{\delta x}{2}\right)\delta y\delta z \tag{1.3}$$

其中$\delta y\delta z$为A的面积。同理，作用于体积元B面上的压力为

$$F_{Bx}=\left(p_0-\frac{\partial p}{\partial x}\frac{\delta x}{2}\right)\delta y\delta z \tag{1.4}$$

因此，作用于体积元上x方向压力的合力为

$$F_x = F_{Ax} + F_{Bx} = -\frac{\partial p}{\partial x}\delta x\delta y\delta z \tag{1.5}$$

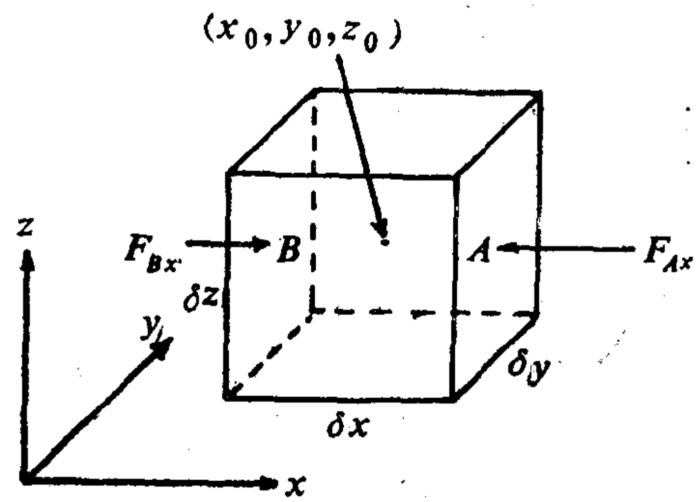


图 1.1

空气微体积元的质量为 $m=\rho\delta x\delta y\delta z$。因而，作用于单位质量空气微团上合压力的$x$方向分量为

$$\frac{F_x}{m} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} \tag{1.6}$$

同样，不难求得作用于单位质量空气微团上合压力的y，z方向分量分别为

$$\frac{F_y}{m} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}$$

$$\frac{F_z}{m} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} \tag{1.7}$$

所以作用于单位质量空气微团总的合压力为

$$\vec{F}_p = -\frac{1}{\rho}\nabla p \tag{1.8}$$

这个力取决于气压梯度，故称为气压梯度力。在（1.8）式中，∇称为哈密顿算子，在直角坐标系 $\{0; x, y, z\}$ 中表示为

$\nabla = \vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z}$。由（1.8）式可以看出气压梯度力决定于气压分布的不均匀性，显然在均匀的气压场中气压梯度力是零。气压梯度力的方向垂直于等压面，并且由高压指向低压。气压梯度力的大小与气压梯度成正比，与密度成反比。

2． 分子粘性力（内摩擦力）

空气也是一种粘性介质，当某一层对其邻近一层有相对运动时，将出现一种相互拖拉的摩擦力。从分子运动论的观点来看，这种摩擦力的产生乃是具有不同速度的相邻两层间空气分子动量交换的结果。如图1.2(a)，B 面附近空气运动速度分布不均匀，B面以上的速度大于B面下的速度，x方向的平均动量随高度而增加。所以在任意瞬间，由于分子的随机运动，穿过B面向下的分子比向上的分子携带的动量多，这样就有x动量向下的净余输送。由此而产生的单位面积上的粘滞力称为粘性切应力。牛顿粘性定律指出，粘性切应力与速度梯度成正比，即

$$\tau_{zx} = \mu\frac{\partial u}{\partial z} \tag{1.9}$$

τ_{zx}是粘性切应力在x方向上的分量，它作用在垂直于z轴单位面积的平面上，这是由于速度x分量的垂直切变引起的。τ_{zx}表示B面上面的气体对B面下面气体的粘性切应力，而B面下面的气体对B面上面的气体的粘性切应力为$-\tau_{zx}$。式中的μ为动力粘性系数。类似的有，对于垂直于z轴的单位面积平面上，由于速度y分量的垂直切变引起的应力为$\tau_{zy} = \mu\frac{\partial v}{\partial z}$(设动力粘性系数相同)。对于垂直于$x$轴的单位面积平面上，由于速度的$z$分量沿$x$方向切变引起的应力为$\tau_{xz} = \mu\frac{\partial w}{\partial x}$，其他的可类似地得到。

空气微团所有表面上的应力对微团动量变化均有贡献。我们仍考虑一个中心在（x_0，y_0，z_0）处，各边长分别为δx，δy，δz

的空气微体积元，如图 1.2(b) 所示。如果作用于体积元中心处的切应力的 x 分量为 τ_{zx}，则作用于上界面的应力可近似地写作 $\tau_{zx}+\dfrac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}\dfrac{\delta z}{2}$，而作用于下界面的应力为 $\tau_{zx}-\dfrac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}\dfrac{\partial z}{2}$，于是作用于空气微团 $\delta y\delta x$ 面积上的这部分合力为

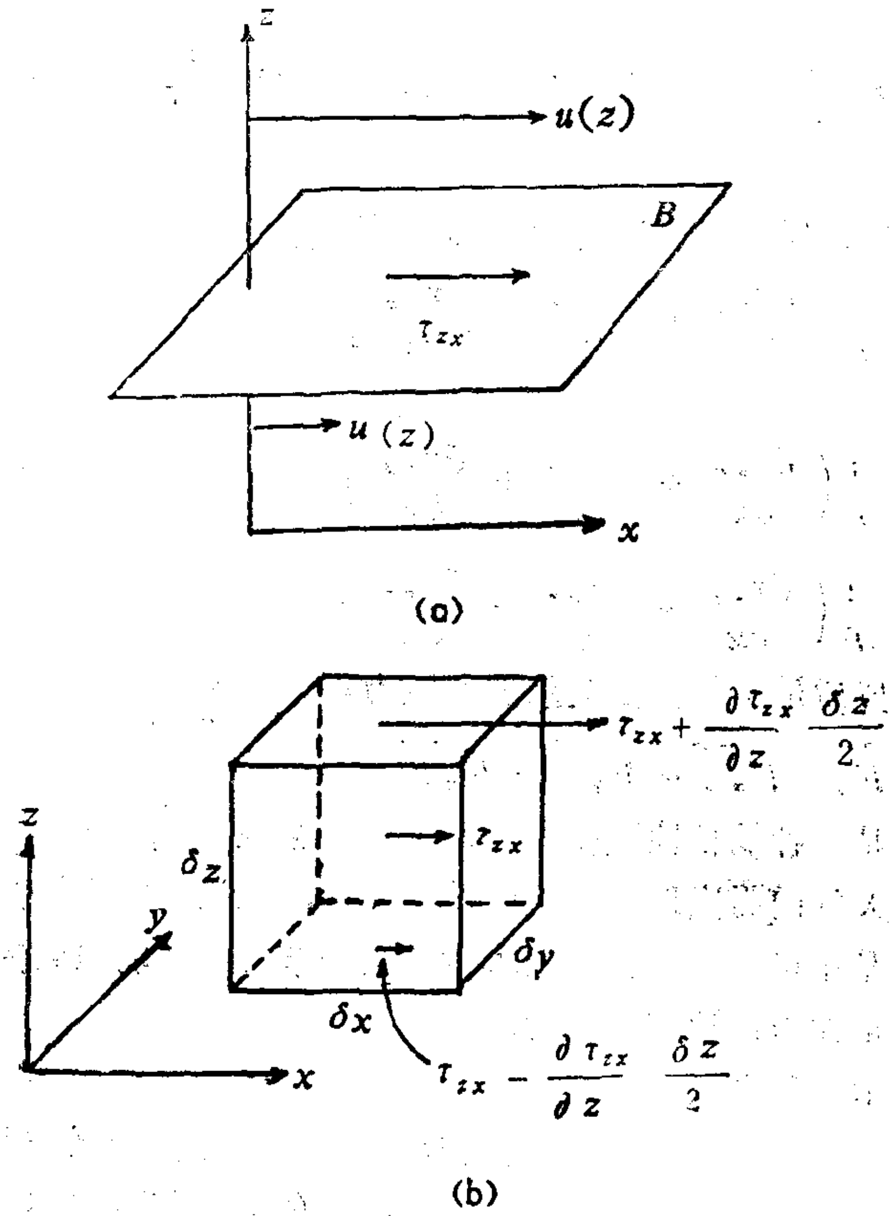


图 1.2

注：(a) 图中z应为x。

$$\left(\tau_{zx}+\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}\ \frac{\delta z}{2}\right)\delta y\delta x-\left(\tau_{zx}-\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}\ \frac{\delta z}{2}\right)\delta y\delta x \tag{1.10}$$

一般说来u也随y，x变化，因而作用于空气微团 $\delta z\delta x$面上和$\delta y\delta z$面上的合力分别为

$$\left(\tau_{yx}+\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}\ \frac{\delta y}{2}\right)\delta z\delta x-\left(\tau_{yx}-\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}\ \frac{\delta y}{2}\right)\delta z\delta x \tag{1.11}$$

$$\left(\tau_{xx}+\frac{\partial\tau_{xx}}{\partial x}\ \frac{\delta x}{2}\right)\delta y\delta z-\left(\tau_{xx}-\frac{\partial\tau_{xx}}{\partial x}\ \frac{\delta x}{2}\right)\delta y\delta z \tag{1.12}$$

对于单位质量空气微团的x方向摩擦力为

$$F_x=\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\tau_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}\right) \tag{1.13}$$

同样有

$$F_y=\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{yy}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z}\right) \tag{1.14}$$

$$F_z=\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{zz}}{\partial z}\right) \tag{1.15}$$

作用于单位质量空气微团上总的摩擦力可表示为

$$\vec{F}_r=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}+F_z\vec{k} \tag{1.16}$$

大气是一种低粘性流体，一般由分子粘性引起动量交换可以略去。由大气的湍流运动引起的动量交换，在讨论行星边界层中的问题时是不可忽略的。这在本章最后一节讨论，将得到完全类似于分子粘性力的湍流粘性力。

3. 地心引力

牛顿万有引力定律指出，任何两物体间都存在相互作用的引力，力的方向是沿两物体的连线方向，力的大小与两物体质量的乘积成正比，与两者之间距离的平方成反比。因而单位质量空气微团所受到的地心引力（也称地球引力）为

$$\vec{g}_a = -G\frac{M}{r^3}\vec{r} \tag{1.17}$$

其中$G = 6.67\times10^{-11}\mathrm{m}^3/(\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^2)$是与物体性质无关的普适恒量，叫做引力常数，$M = 5.98\times10^{24}$千克为地球质量，$\vec{r}$为矢径，$r = |\vec{r}|$。地心引力的方向指向球心，大小与$r^2$成反比。

由于$\nabla\times\vec{g}_a = 0$，所以，地心引力是位势力（也称为保守力），于是可以引入一个标函数Φ_a，将地心引力表示为

$$\vec{g}_a = -\nabla\Phi_a \tag{1.18}$$

Φ_a称为引力位势，其空间微分为

$$d\Phi_a = \nabla\Phi_a\cdot d\vec{r} = -\vec{g}_a\cdot d\vec{r} = G\frac{M}{r^2}\vec{r}\cdot d\vec{r}$$

积分得到地球引力位势

$$\Phi_a = -\frac{GM}{r} + C_1$$

如果取极地海平面（$r = a_p$）的引力位势为零，则

$C_1 = \dfrac{GM}{a_p}$，地球引力位势可表示为

$$\Phi_a = GM\left(\frac{1}{a_p} - \frac{1}{r}\right) \tag{1.19}$$

可见等引力位势面为同心球面，而且离地心愈远引力位势愈高。

这样，把以上三个作用力代入牛顿第二定律（1.1）可得惯性系中大气运动方程

$$\frac{d_a\vec{V}_a}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \vec{g}_a + \vec{F}_v \tag{1.20}$$

§2　地球旋转坐标系中的大气运动方程

对于生活在地球上的人们，研究大气的运动是相对于地球的运动。也就是说运动的参照系是地球。然而，地球参照系不是惯

性参照系，因为它对于恒星惯性参照系是有加速运动的。地球相对惯性系的加速运动主要有两部分：一是围绕太阳公转，二是围绕地轴自转。如果我们选取坐标原点在地球的球心，坐标轴相对地球固定的坐标系，则在惯性参照系中看，这个固定的坐标系是随地球一起运动的坐标系。用这个坐标系来研究大气的运动，就必须考虑该坐标系相对于惯性坐标系有加速度，因而即空气微团还具有附加的加速度。地球既绕地轴旋转，又绕太阳公转。但地球绕太阳的公转相对于地球的自转所引起的附加的加速度可以忽略。这并不是说地球的公转对大气现象不重要，关于这一点，在考虑大气状态的季节变化或气候变迁时，就清楚了，那时我们用到达地球上太阳辐射的分布来考虑地球公转的影响。因此，这里我们只考虑地球的自转的加速效应。把固定在地球上的坐标系看作相对坐标系，这是纯粹旋转的坐标系。严格说来，地球的旋转轴有岁差运动和章动，以及由于摇晃而引起的方向变化，同时旋转速度也有极微小的变化。但是，对于我们讨论大气运动，可将旋转轴的方向和地球的旋转角速度都看作是一定的，即设地球旋转角速度矢量$\vec{\Omega}$为常矢量，其大小等于2π弧度除以一个恒星日（86164s）

$$\Omega=|\vec{\Omega}|=\frac{2\pi}{86164\mathrm{s}}=7.292\times10^{-5}\mathrm{s}^{-1}$$

由于地球绕地轴以常值角速度旋转，因此，我们把地球球心作为原点，坐标轴固定在地球上的坐标系称为地球旋转坐标系，简称旋转坐标系。为了研究相对旋转坐标系大气的运动，首先要讨论绝对加速度与相对加速的关系。

1. 绝对加速度与相对加速度的关系

在惯性坐标系$\{O;x,y,z\}$和旋转坐标系$\{O;\ x',\ y',\ z'\}$中观察者所观测到的任意一矢量$\vec{A}$随时间变化率是不一样的。用d_a/dt表示相对于惯性坐标系的时间导数，用d/dt表示相对于旋转坐标系的时间导数。当然只有对矢量的时间导数才需作出这种

区别，对于标量的时间导数来说，这种区别是不必要的，仍然可以采用d/dt表示。

令$\vec{i}$，$\vec{j}$，$\vec{k}$为惯性坐标系的单位矢量，则任意矢量$\vec{A}$可表示为

$$\vec{A}=A_x\vec{i}+A_y\vec{j}+A_z\vec{k} \tag{1.21}$$

A_x，A_y，A_z分别为矢量$\vec{A}$在$\vec{i}$，$\vec{j}$，$\vec{k}$方向的投影。令$\vec{i'}$，$\vec{j'}$，$\vec{k'}$为旋转坐标系的单位矢量，则任意矢量$\vec{A}$可以表示为

$$\vec{A}=A'_x\vec{i'}+A'_y\vec{j'}+A'_z\vec{k'} \tag{1.22}$$

A'_x，A'_y，A'_z分别为向量$\vec{A}$在$\vec{i'}$，$\vec{j'}$，$\vec{k'}$方向的投影。则

$$\frac{d_a\vec{A}}{dt}=\frac{d_aA_x}{dt}\vec{i}+A_x\frac{d_a\vec{i}}{dt}+\frac{d_aA_y}{dt}\vec{j}+A_y\frac{d_a\vec{j}}{dt}$$

$$+\frac{d_aA_z}{dt}\vec{k}+A_z\frac{d_a\vec{k}}{dt}$$

因在惯性坐标系中，其单位矢量不随时间而变，于是

$$\frac{d_a\vec{A}}{dt}=\frac{d_aA_x}{dt}\vec{i}+\frac{d_aA_y}{dt}\vec{j}+\frac{d_aA_z}{dt}\vec{k} \tag{1.23}$$

而

$$\frac{d_a\vec{A}}{dt}=\frac{d_aA'_x}{dt}\vec{i'}+\frac{d_aA'_y}{dt}\vec{j'}+\frac{d_aA'_z}{dt}\vec{k'}+A'_x\frac{d_a\vec{i'}}{dt}$$

$$+A'_y\frac{d_a\vec{j'}}{dt}+A'_z\frac{d_a\vec{k'}}{dt} \tag{1.24}$$

旋转坐标系中的单位矢量$\vec{i'}$，$\vec{j'}$，$\vec{k'}$在惯性坐标系中的观察者看来，其是以大小不变的角速度$\vec{\Omega}$旋转的。因而有

$$\frac{d_a\vec{i'}}{dt}=\vec{\Omega}\times\vec{i'},\quad \frac{d_a\vec{j'}}{dt}=\vec{\Omega}\times\vec{j'},\quad \frac{d_a\vec{k'}}{dt}=\vec{\Omega}\times\vec{k'} \tag{1.25}$$

另外，标量在惯性坐标系中和旋转坐标系中的时间导数是相同的

$$\frac{d_aA'_x}{dt}=\frac{dA'_x}{dt},\quad \frac{d_aA'_y}{dt}=\frac{dA'_y}{dt},\quad \frac{d_aA'_z}{dt}=\frac{dA'_z}{dt} \tag{1.26}$$

这样，（1.25）和（1.26）代入（1.24），（1.24）可以写成

$$\frac{d_a\vec{A}}{dt}=\frac{dA'_x}{dt}\vec{i}'+\frac{dA'_y}{dt}\vec{j}'+\frac{dA'_z}{dt}\vec{k}'+\vec{\Omega}\times(A'_x\vec{i}'+A'_y\vec{j}'+A'_z\vec{k}') \tag{1.27}$$

又

$$\frac{d\vec{A}}{dt}=\frac{dA'_x}{dt}\vec{i}'+\frac{dA'_y}{dt}\vec{j}'+\frac{dA'_z}{dt}\vec{k}'+A'_x\frac{d\vec{i}'}{dt}+A'_y\frac{d\vec{j}'}{dt}+A'_z\frac{d\vec{k}'}{dt} \tag{1.28}$$

对于旋转坐标系中的观察者，其单位向量也不随时间而变，即

$$\frac{d\vec{i}'}{dt}=0,\quad\frac{d\vec{j}'}{dt}=0,\quad\frac{d\vec{k}'}{dt}=0 \tag{1.29}$$

这样，代入（1.28）式。可得

$$\frac{d\vec{A}}{dt}=\frac{dA'_x}{dt}\vec{i}'+\frac{dA'_y}{dt}\vec{j}'+\frac{dA'_z}{dt}\vec{k}' \tag{1.30}$$

把（1.30）和（1.22）式代入（1.27），可得

$$\frac{d_a\vec{A}}{dt}=\frac{d\vec{A}}{dt}+\vec{\Omega}\times\vec{A} \tag{1.31}$$

这就建立了任意矢量在惯性坐标系中的时间导数与地球旋转坐标系中的时间导数的联系。

对于一空气微团的位置矢量$\vec{r}$，（1.31）可写为

$$\frac{d_a\vec{r}}{dt}=\frac{d\vec{r}}{dt}+\vec{\Omega}\times\vec{r} \tag{1.32}$$

在惯性坐标系中空气微团的运动速度为（用“≡”表示定义或恒等）

$$\vec{V}_a\equiv\frac{d_a\vec{r}}{dt}$$

在旋转坐标系中的空气微团的速度为