大学物理实验

刘启华 陈 勇 主编

国防工业出版社

G F G Y G B S

DAXUE

WULI

SHIYAN

大学物理实验

刘启华　陈　勇　主编

国防工业出版社
·北京·

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/刘启华,陈勇主编. 一北京:国防工业出版社,1995(1998.2重印)
ISBN 7-118-01515-6

Ⅰ.大… Ⅱ.①刘… ②陈… Ⅲ.物理学-实验-高等学校-教学参考资料 Ⅳ.04-33

中国版本图书馆CIP数据核字(95)第13586号

国防工业出版社出版发行
(北京市海淀区紫竹院南路23号)
(邮政编码 100044)
三河腾飞印刷厂印刷
新华书店经售
*
开本787×1092 1/16 印张12½ 282千字
1995年8月第1版 1998年2月北京第2次印刷
印数:4001—6000册 定价:13.50元

前　言

本书是根据“高等工业学校物理实验课程教学基本要求”，并在多年教学实践基础上编写而成的。

全书共分七章，第一章为绪论，它包括误差理论、有效数字运算和数据处理基本方法等内容；第二章到第五章为基本实验，共选编了 27 个有关力学、声学、电磁学、光学和近代物理等方面的实验，其中，有些实验介绍了两种测量方法和两种仪器装置，以供选择；第六章为设计和应用性实验，这些实验的开设，是使学生在实验方法的考虑、测量仪器的选择和配合、测量条件的确定等方面受到初步的训练，并有利于学生了解物理实验技术的应用。设计性实验只给出实验目的、要求和方法的提示，更多地需要学生进行带有独创性质的工作；第七章为物理实验的基本方法，它只扼要地概括了物理实验的基本方法，这对于指导学生进行设计性实验和提高实验的素质是有益的，对从事实验的工作人员也有一定的启发。书末附录介绍了部分实验常用的仪器设备和有关的物理常数表。其目的是进一步使有关内容系统化，同时有利于培养学生查阅资料的习惯。

我们在编写过程中力求做到：实验目的精练突出，使学生明确实验要求；实验原理叙述清楚，计算公式推导完整，使学生在实验预习时掌握理论依据；实验内容简明扼要，步骤清晰，数据表格由详到略，旨在逐步提高学生的实验技能和动手能力。多数实验后面均列有问题与思考，便于学生在实验后进一步分析讨论、巩固提高。

本书自始至终贯穿着测量误差和数据处理的教学内容，旨在使学生逐渐积累有关知识，不断提高误差分析能力。

本书由中国人民公安大学刘启华和中国人民警官大学陈勇主编。参加本书编写的有：(按姓氏笔划排列)中国人民公安大学王照明、刘启华、宋春庆、彭喜东；中国人民警官大学陈勇、陈庆仁、张平、杜金波、李秀华、杨静君；北京工业大学计算机学院张连娣。最后由刘启华统稿。

由于编者水平有限，书中有不足之处，恳请读者批评指正。

编　者

1995 年 4 月

实验守则

一、按时到达实验室，不迟到，不早退，不无故缺课，衣着整洁，认真进行实验。

二、实验前必须对实验讲义有关内容做好预习工作，并写好预习报告。凡未进行实验预习的不得参加实验。

三、进入实验室，必须保持安静，不准大声喧哗。

四、实验前一定经教师允许后才能开始实验操作，必须严格遵守实验操作及仪器使用规则。爱护仪器，安全用电。凡因过失造成实验装置及仪器损坏者，视情节轻重严肃处理。

五、实验课上不得进行与本实验无关的实验操作。

六、实验结束后教师签字。实验装置、实验仪器及实验工具须经教师检查验收后，方可离开实验室。

七、实验报告必须认真、严谨；图表必须符合要求；实验数据必须是实验课上经教师审查签字的，并按时将实验报告上交指导教师以评定实验成绩。

内 容 简 介

本书是根据“高等工业学校物理实验课程教学基本要求”编写的。内容包括：实验绪论、力学和声学实验、电磁学实验、光学实验、近代物理实验、设计和应用性实验以及物理实验的基本方法等共 30 个实验。为便于各校使用，部分实验介绍了两种测量方法，或选用两种仪器。书末附录介绍了部分实验常用的仪器设备和有关的物理常数。

本书可作为工科各专业的物理实验教材，也可供高等工业学校专科、职工大学、业余大学、函授大学等选用，并可作为其他高校物理实验课程和实验技术人员的参考书。

目 录

第一章　绪　　论

§1　物理实验课程的地位、作用和任务

物理实验是对高等院校学生进行科学实验基本训练的一门独立的必修基础课程，是学生进入大学后受到系统实验方法和实验技能训练的开端。它在培养学生用实验手段去发现、观察、分析和研究问题以及最终解决问题的能力方面，起着重要的作用，并为进一步学习后续的实验课程打下良好的基础。

物理学是一门实验科学。物理实验教学和物理理论教学具有同等重要的地位，两者有着深刻的内在联系；物理学的许多原理、定律都是在总结大量的实验事实基础上发展起来的，不论是理论的建立还是对于理论的检验，都离不开实验。而实验在已确立的理论指导下，作为人们探索科学规律的重要手段，在新的领域里发挥着重要的作用。

物理实验课的具体任务是：

(1)通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量，学习物理实验知识，加深对物理学原理的理解。

(2)培养与提高学生的科学实验能力。其中包括：

1)能够通过阅读实验教材或资料，作好实验前的准备；

2)能够借助教材或仪器说明书，正确使用常用仪器；

3)能够运用物理学理论对实验现象进行初步分析判断；

4)能够正确记录和处理实验数据，绘制曲线，说明实验结果，撰写合格的实验报告；

5)培养与提高学生的科学实验素质。要求学生具有理论联系实际和实事求是的科学作风，严肃认真的工作态度，主动研究的探索精神，遵守纪律、团结协作和爱护公共财产的优良品德。

§2　测量误差的基本知识

一、测量与误差

1. 测量

物理实验是用实验方法来研究各种物理规律的，不可避免地要对有关物理量进行测量。测量就是将待测量与选作标准单位的物理量进行比较，获得物理量的测量值。标准单位如质量单位千克(kg)，长度单位米(m)等。测量可以分为两类：直接测量和间接测量。用量仪、量具能直接得出待测量数值的测量，称为直接测量。如用米尺测物体的长度，用天平称衡物体的质量等。若待测量的数值不能直接测出，而只能通过直接测得量之间的函数关系计算出来，这种测量称为间接测量。如测量球的体积，可由直接测出的球的直径 d，代入

球的体积公式：

$$V=\frac{\pi}{6}d^3$$

将体积计算出来。

不论直接测量或间接测量，按测量次数又可以分单次测量和多次测量。多次测量还可分为等精度测量和非等精度测量。等精度测量是指在实验中对同一待测量用同一仪器（或精度相同的仪器）在相同条件下（方法、仪器、环境和观测者不变）进行的多次测量，否则称为非等精度测量。等精度的各个测量值的可靠性是相同的。因此，我们所讲的误差计算，一般均指等精度测量。

2. 误差

任何物理量在一定的客观条件下都具有一定的数值，这个客观数值称为真值。由于实验条件、测量方法、测量仪器等各种因素的影响，测量结果不可能准确无误，所以测量值与真值之间总存在着差异，这种差异称为测量误差，可用下式表示：

$$\Delta x_i = x_i - x_0 \tag{0-1}$$

式中 Δx_i——第 i 次测量误差；

x_i——第 i 次测量值；

x_0——某物理量的真值。

Δx_i 可为正，也可为负。误差存在于一切测量之中，而且贯穿整个测量过程的始终。按照误差产生的原因和性质，一般可将其分为两类：系统误差和偶然误差。

3. 测量的精密度、准确度和精确度

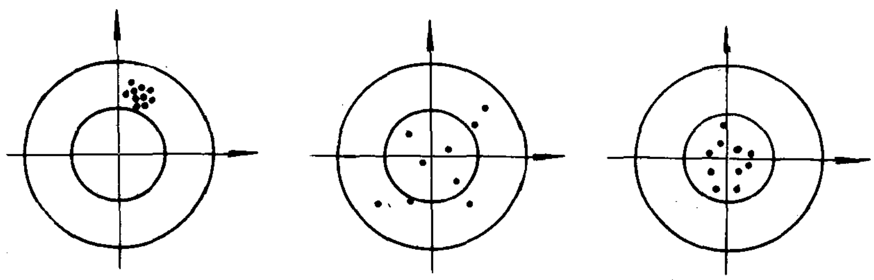
精密度、准确度和精确度都是评价测量结果好坏的量，但这三个词的涵义不同，使用时应加以区别。

(1)精密度　精密度是指重复测量所得结果相互接近的程度，它反映了偶然误差的大小。测量的精密度高，是指测量数据比较集中，偶然误差较小。

(2)准确度　准确度是指测量值与真值符合的程度，它反映了系统误差的大小。测量的准确度高，是指测量数据的平均值偏离真值较少，测量结果的系统误差较小。

(3)精确度　精确度是对测量的偶然误差与系统误差的综合评定。测量的精确度高，是指测量数据比较集中在真值附近，即测量的系统误差和偶然误差都比较小。

下面以打靶为例，说明三者的意义和区别。如图 0-1 所示。



(a)　　(b)　　(c)

图 0-1　打靶弹着点示意图

(a)图的弹着点比较集中，但都偏离靶心，表示射击的精密度高而准确度较差；(b)图的弹着点虽然比较分散，但平均值比较接近靶心，表示射击的准确度高而精密度较差；(c)图的弹着点密集在靶心，表示射击的精密度和准确度均较高，即精确度高。

二、系统误差和偶然误差

1. 系统误差

在相同条件下多次测量同一物理量时，测量值总是有规律地朝着某方向偏离真值的误差，称为系统误差。它来源于以下几个方面：

(1)仪器误差　它是由于仪器本身的缺陷所引起的误差。如电表刻度不准，零点没调整好等。

(2)理论误差和方法误差　它是由于理论本身不够严密或实验方法近似而引起的误差。如用伏安法测电阻时，电表内阻对测量结果的影响。

(3)环境误差　它是由于外界环境，如光照、温度、湿度等因素的影响而产生的误差。

(4)个人误差　它是由于测量者个人的感官或习惯所引起的误差。如采用停表计时方法，反应过快或过慢等。

系统误差可采用对比的方法、理论分析的方法和分析数据的方法等去发现，并设法在测量结果中消除或减小系统误差的影响。

2. 偶然误差

在实验中，即使消除了产生系统误差的因素，在相同条件下，多次测量同一物理量时，测量结果仍会出现一些无规律的起伏。由于偶然的或不确定的因素造成测量误差值的大小和正负都带有随机性，这类误差称为偶然误差，又叫随机误差。比如，温度、湿度的微小起伏，外界产生的杂散电磁场，空气不规则的流动，电压的随机波动，以及人们感官分辨能力的不同等引起的测量值的误差，都属于偶然误差。但是若测量次数足够多时，测量结果就会显示出明显的统计规律。在多数物理实验中，偶然误差服从正态分布(高斯分布)，如图 0-2 所示。图中横坐标 x 表示偶然误差，纵坐标 $f(x)$表示误差概率密度分布函数，$f(x)$的意义是单位误差范围内出现的误差概率。服从正态分布的偶然误差具有如下几个特性：

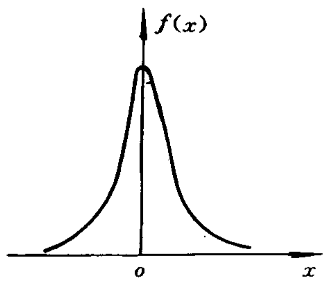


图 0-2　偶然误差的正态分布

(1)单峰性　绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大。

(2)对称性　绝对值相等的正负误差出现的概率相同。

(3)有界性　在一定测量条件下，误差的绝对值不超过一定限度。

在一定条件下，增加测量次数可以减小偶然误差，但也不是测量次数越多越好。在一般科学研究中，测量次数取 10～20 次，在物理实验中，取 5～10 次。

系统误差和偶然误差在来源、性质和处理方法等方面是不相同的，但是，二者是同时存在于一切科学实验之中，它们之间又是相互联系的，有时还很难严格区分。

应当指出，误差和“错误”完全不同。“错误”是由于实验者对仪器使用不正确，实验方法不合理或由于粗心大意、违犯操作规程等原因引起的，这种“错误”必须完全避免。

三、直接测量误差的估算

在以后的讨论中，我们约定系统误差已经消除或修正，只剩下偶然误差。偶然误差不能像系统误差那样，可以找出原因加以消除或修正，而只能进行估算。

1. 单次测量误差的估算

在物理实验中，有些量是在动态中测量的，这些量不可能进行多次重复测量，有些量根据实验要求，没有必要进行多次测量，此时，我们可取单次测量的值作为测量结果，对测量值的误差应根据实际情况，进行合理的具体的估算，不能一概而论。在一般情况下，对于偶然误差很小的测量值，可按仪器出厂检定书或仪器上直接注明的仪器误差作为单次测量的误差。如果没有注明，也可取仪器最小刻度的一半作为单次测量的误差(根据实际情况，有时取仪器最小刻度的 1/10、1/5 均可)。

2. 多次测量误差的估算

(1)多次测量的算术平均值 为了减小偶然误差，在可能情况下，总是进行多次测量，将各次测量的算术平均值作为测量结果。在相同条件下，对待测量进行了 n 次重复测量，其测量值分别为 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 则算术平均值定义为

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (0\text{-}2)$$

式中 $\bar{x}$——算术平均值；

x_i——第 i 次测量值。

根据误差的统计理论，在一组 n 次测量的数据中，算术平均值最接近于真值，称为测量的最佳值或近真值。当测量次数无限增加时，算术平均值将无限接近于真值❶。

在这种情形下，测量值的偶然误差可用算术平均偏差或标准偏差表示出来。现分别介绍如下。

(2)算术平均偏差 我们把各次测量值 x_i 与算术平均值 $\bar{x}$ 之差，称为偏差，记为 Δx_i，即

$$\Delta x_i = x_i - \bar{x}$$

则算术平均偏差定义为

$$\begin{aligned}\Delta x &= \frac{1}{n}(|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \cdots + |x_n - \bar{x}|) \\ &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} |\Delta x_i| \qquad (0\text{-}3)\end{aligned}$$

式中 Δx——算术平均偏差；

$\bar{x}$——算术平均值；

Δx_i——第 i 次偏差。

(3)标准偏差 根据误差理论，标准偏差就是将各次测量值 x_i 与平均值 $\bar{x}$ 的偏差的平方和取平均再开方，所以，标准偏差又称为方均根偏差。

在有限次如 n 次测量中，测量列(一组测量值)中某一次测量值的标准偏差，记为 σ，常用下式表示

---

❶ 可参阅冯师颜编《误差理论与实验数据处理》。

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}} \tag{0-4}$$

为了计算方便，式(0-4)[1] 可直接用测量值表示测量列的标准偏差，它可改写为

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2/n}{n-1}} \tag{0-5}$$

式(0-5)与一般函数型电子计算器说明书中所用的公式完全相同，亦可用计算器进行计算。

在上述两种偏差的计算方法中，算术平均偏差和标准偏差反映的都是同一组测量数据的精密程度，因此，就这个意义来说，不论用哪一种方法来表示误差的大小都是可以的。由于算术平均偏差具有计算比较简单的特点，容易为初学者掌握，因此，在物理实验的初期教学中常采用这种方法。而标准偏差与偶然误差理论中的高斯误差分布函数的关系更为直接和简明，它能较好地反映测量数据的离散度，因此，在一般科学文献报告中，常采用的还是标准偏差。

严格来讲，误差是测量值与真值之差，而偏差是测量值与平均值之差，这两者是有区别的。当测量次数很多时，多次测量的平均值最接近于真值，因此，各测量值与平均值的偏差也就很接近于它们与真值的误差。这样，我们就不去区分偏差与误差的细微之别，分别把算术平均偏差称为算术平均误差，把标准偏差称为标准误差。

另外还须注意，误差本身是按一定统计规律分布的。用标准误差$\pm\sigma$(或算术平均误差$\pm\Delta x$)来表示，并不意味着任一测量值的误差都等于$\pm\sigma$(或$\pm\Delta x$)，或者都不会比$\pm\sigma$(或$\pm\Delta x$)更大。按概率理论可以计算出标准误差出现在$\pm\sigma$内的概率为68.3%，即对一组测量数据来说，标准误差σ表示这组数据的误差有68.3%的概率在$-\sigma$到$+\sigma$的范围内。同样可以计算出，算术平均误差出现在$\pm\Delta x$内的概率为57.5%。测量列中任一测量值的误差落在$\pm3\sigma$区间内的概率为99.7%，因此，一般将3σ称为极限误差。在测量次数有限的情况下，如果某测量值的误差超过$\pm3\sigma$，可以认为是过失误差，应予以舍弃。

应该指出，式(0-4)是测量列中某一次测量值的标准误差。当对某物理量测量n_1次，求得它的平均值后，若再重复测量n_2次，所得平均值一般不会完全相同，因此，平均值也存在误差。由于算术平均值比某一次测量值更接近真值，所以，平均值的标准误差应该比测量列的标准误差更小些。可以证明，算术平均值的标准误差为

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})}{n(n-1)}} \tag{0-6}$$

当偶然误差用标准误差来表示时，多次测量的结果应写成

$$x=\bar{x}\pm\sigma \tag{0-7}$$

或

$$x=\bar{x}\pm\sigma_{\bar{x}} \tag{0-8}$$

[1] 式(0-4)为有限次测量时，测量列标准偏差的计算结果，它与无限多次测量下的标准偏差σ是有区别的。

式中　　x——待测量的量；

$\bar{x}$——算术平均值；

$\sigma(\sigma_{\bar{x}})$——标准误差。

我们应注意区分 σ 和 $\sigma_{\bar{x}}$ 两个概念。测量列的标准误差 σ 反映了一组测量数据的精密程度，它只取决于具体测量条件，当测量次数足够多时，σ 将趋于一个稳定的数值，而与测量次数无关。它告诉我们，在这组测量数据中，任选一个测量值，它的误差落在 $-\sigma$ 到 $+\sigma$ 范围内的概率为 68.3%。而平均值的标准误差 $\sigma_{\bar{x}}$ 反映了算术平均值接近真值的程度。它表示了 $\bar{x}-\sigma_{\bar{x}}$ 到 $\bar{x}+\sigma_{\bar{x}}$ 范围内包含真值的概率为 68.3%。由式(0-6)可见，$\sigma_{\bar{x}}$ 是测量次数 n 的函数，测量次数越多，平均值的误差越小，因此，多次测量提高了测量的精度。

(4)相对误差　算术平均误差和标准误差都是以误差的绝对数值来表示测量值的误差，故称为绝对误差。但是，为了全面评价测量结果的优劣，还需要考虑测量值本身的大小，为此引入相对误差的概念。相对误差的定义可用下式表示为

$$E_r = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \tag{0-9}$$

式中　E_r——相对误差；

$\bar{x}$——算术平均值；

Δx——算术平均误差或标准误差。

相对误差也可以用百分比来表示，即

$$E_r = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \times 100\% \tag{0-10}$$

故又称百分误差。

当测量值有公认标准值或理论值时，在实验结果的表示中，可将测量值与理论值进行比较，用百分误差表示实验结果，即

$$E_r = \frac{|\text{测量值} - \text{理论值}|}{\text{理论值}} \times 100\% \tag{0-11}$$

例 1　用钢板尺测量某物体的长度 10 次，各次测量值列于表 0-1 中，试表示测量结果。

表 0-1　长度测量数值表

项目 \ 次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i(cm)	42.57	42.58	42.55	42.56	42.59	42.60	42.53	42.54	42.59	42.58
Δx_i(cm)	0.00	0.01	−0.02	−0.01	0.02	0.03	−0.04	−0.03	0.02	0.01

解：测量列的算术平均值为

$$\bar{x} = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} x_i \approx 42.57\text{cm}$$

算术平均误差为

$$\Delta x = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}|x_i - \bar{x}| \approx 0.02\text{cm}$$

相对误差为

$$E_r = \frac{\Delta x}{\bar{x}} = \frac{0.02}{42.57} \approx 0.04\%$$

测量列的标准误差为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{49 \times 10^{-4}}{9}} \approx 0.02\text{cm}$$

经检查，各次测量的偏差均小于 3σ，故各测量值均为有效。

平均值的标准误差为

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0.02}{\sqrt{10}} \approx 0.01\text{cm}$$

相对误差为

$$E_r = \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\bar{x}} = \frac{0.01}{42.57} \approx 0.02\%$$

测量结果：

用算术平均误差表示：

$$x = 42.57 \pm 0.02\text{cm}$$
$$E_r = 0.04\%$$

用标准误差表示

$$x = 42.57 \pm 0.01\text{cm}$$
$$E_r = 0.02\%$$

四、间接测量误差的估算

间接测量的结果是由直接测量结果通过一定的函数关系式计算出来的。由于直接测量结果都是有误差的，那么，间接测量结果也必然有误差，这就是误差的传递。表达直接测量误差与间接测量误差之间的关系式，称为误差传递公式。

1. 误差传递的基本公式

设间接测量量 N 与各独立的直接测量量 $x, y, z, \cdots$ 等有如下函数关系

$$N = f(x, y, z, \cdots) \tag{0-12}$$

对上式求全微分，得

$$\mathrm{d}N = \frac{\partial f}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial f}{\partial y}\mathrm{d}y + \frac{\partial f}{\partial z}\mathrm{d}z + \cdots \tag{0-13}$$

式(0-13)表示，当 x、y、z 有微小改变 $\mathrm{d}x$、$\mathrm{d}y$、$\mathrm{d}z$ 时，N 也将改变 $\mathrm{d}N$。通常误差远小于测量值，故可把 $\mathrm{d}x$、$\mathrm{d}y$、$\mathrm{d}z$ 和 $\mathrm{d}N$ 看作误差，这就是误差的传递公式。

我们也可以把式(0-12)取对数，有

$$\ln N = \ln f(x, y, z, \cdots)$$

对上式求全微分，有

$$\frac{\mathrm{d}N}{N} = \frac{\partial \ln f}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial \ln f}{\partial y}\mathrm{d}y + \frac{\partial \ln f}{\partial z}\mathrm{d}z + \cdots \tag{0-14}$$

式(0-13)和式(0-14)就是误差传递的基本公式。其中,式(0-13)中的 $\frac{\partial f}{\partial x}\mathrm{d}x$、$\frac{\partial f}{\partial y}\mathrm{d}y$、$\frac{\partial f}{\partial z}\mathrm{d}z$ 及式(0-14)中的 $\frac{\partial \ln f}{\partial x}\mathrm{d}x$、$\frac{\partial \ln f}{\partial y}\mathrm{d}y$、$\frac{\partial \ln f}{\partial z}\mathrm{d}z$ 各项,叫做分误差;$\frac{\partial f}{\partial x}$、$\frac{\partial f}{\partial y}$、$\frac{\partial f}{\partial z}$、$\frac{\partial \ln f}{\partial x}$、$\frac{\partial \ln f}{\partial y}$ 和 $\frac{\partial \ln f}{\partial z}$ 叫做误差的传递系数。由此可见,一个间接测量量的误差等于各个直接测量量分误差的总和,并且它不仅取决于各直接测量量误差的大小,还要取决于误差的传递系数。由各部分的分误差合成总误差,就是误差的合成,在误差的传递公式中,也包括了误差的合成。

2. 算术平均误差的传递公式

将式(0—13)改成计算间接测量量的算术平均误差传递公式时,式中的 $\mathrm{d}N$、$\mathrm{d}x$、$\mathrm{d}y$、$\mathrm{d}z$…分别用各独立的测量量算术平均误差 ΔN、Δx、Δy、Δz…代替。考虑到误差可能出现最大值,右方各项均取绝对值,于是算术平均误差的传递公式为

$$\Delta N = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|\Delta x + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|\Delta y + \left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|\Delta z + \cdots \qquad (0\text{-}15)$$

式中误差传递系数中的 x、y、z…在计算时,均用 $\bar{x}$、$\bar{y}$、$\bar{z}$…代替,相对误差可写成

$$E_r = \frac{\Delta N}{\overline{N}} = \left(\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|\Delta x + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|\Delta y + \left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|\Delta z + \cdots\right)\frac{1}{\overline{N}} \qquad (0\text{-}16)$$

式中,$\overline{N}=f(\bar{x},\bar{y},\bar{z}\cdots)$。应用式(0-15)和式(0-16)导出的常用函数关系的算术平均误差传递公式列于表 0-2 中。

表 0-2 常用函数关系的算术平均误差传递公式

函数关系 $N=f(x,y,z,\cdots)$	算术平均误差 ΔN	相对误差 $E_r=\frac{\Delta N}{N}$
$N=x+y$	$\Delta x+\Delta y$	$\frac{\Delta x+\Delta y}{x+y}$
$N=x-y$	$\Delta x+\Delta y$	$\frac{\Delta x+\Delta y}{x-y}$
$N=xy$	$x\cdot\Delta y+y\cdot\Delta x$	$\frac{\Delta x}{x}+\frac{\Delta y}{y}$
$N=x/y$	$\frac{y\cdot\Delta x+x\cdot\Delta y}{y^2}$	$\frac{\Delta x}{x}+\frac{\Delta y}{y}$
$N=x^n$	$n\cdot x^{n-1}\cdot\Delta x$	$n\cdot\frac{\Delta x}{x}$
$N=\sqrt[n]{x}$	$\frac{1}{n}\cdot x^{\frac{1}{n}-1}\cdot\Delta x$	$\frac{1}{n}\cdot\frac{\Delta x}{x}$
$N=\sin x$	$\lvert\cos x\rvert\cdot\Delta x$	$\lvert\mathrm{ctg}x\rvert\cdot\Delta x$
$N=\cos x$	$\lvert\sin x\rvert\cdot\Delta x$	$\lvert\mathrm{tg}x\rvert\cdot\Delta x$
$N=\mathrm{tg}x$	$\frac{\Delta x}{\cos^2 x}$	$\frac{2\Delta x}{\lvert\sin 2x\rvert}$
$N=\mathrm{ctg}x$	$\frac{\Delta x}{\sin^2 x}$	$\frac{2\Delta x}{\lvert\sin 2x\rvert}$
$N=\ln x$	$\frac{\Delta x}{x}$	$\frac{\Delta x}{x\ln x}$