

矩阵结构分析理论

国防工业出版社

矩阵结构分析理论

〔美〕 J.S. 普齐米尼斯基 著

王德荣等 译 校

国防工业出版社

1975

内 容 简 介

本书系统地介绍了结构分析的矩阵方法，这种方法是和现代数字电子计算机的发展和
应用相适应的。

书中给出了矩阵结构分析的一般理论，讨论了能量原理的各种基本定理在矩阵结构分
析中的应用，结合最常用结构元素的弹性、温度和惯性特性，建立了位移法和力法的矩阵
公式，包括子结构的分析方法。本书还介绍了结构动力分析的基础，振动频率和模态的计
算，以及结构系统的动力响应等问题。

本书可供从事航空结构设计和结构分析方面工作的工程技术人员作参考，也可以作为
高等航空院校有关专业研究班的教学参考书。对于船舶、土建以及一般机械等方面的工程
技术人员和教学人员，也可供参考。

参加本书翻译工作的有李松年、龔尧南、张行、鄒丛青、陈桂彬、章思骥、张承煦等
同志，全书由王德荣同志校对，诸德超同志参加了第十一——十三章的校对工作。在译校
时，对原书中排印或计算有误之处作了更正。

THEORY OF MATRIX STRUCTURAL ANALYSIS

J. S. PRZEMIENIECKI

McGRAW-HILL BOOK COMPANY 1968

*

矩阵结构分析理论

【美】J. S. 普齐米尼斯基 著

王德荣等 译校

*

国防工业出版社 出版

北京市书刊出版业营业许可出字第074号

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

787×1092¹/₁₆ 印张 20¹/₈ 468 千字

1974年5月第一版 1975年6月第二次印刷 印数：5,501—16,600册

统一书号：15034·1335 定价：2.10元

目 录

序言

第一章 矩阵方法

- 1.1 引言 7
- 1.2 设计的迭代法 8
- 1.3 分析的方法 10
- 1.4 结构分析的领域 11

第二章 弹性力学的基本方程

- 2.1 应变-位移方程 12
- 2.2 应力-应变方程 13
- 2.3 具有初应变的应力-应变方程 19
- 2.4 平衡方程 19
- 2.5 协调方程 20

第三章 能量定理

- 3.1 引言 22
- 3.2 功和余功; 应变能和余应变能 23
- 3.3 格林恒等式 26
- 3.4 基于虚功原理的能量定理 27
- 3.5 基于余虚功原理的能量定理 30
- 3.6 克拉皮隆定理 32
- 3.7 贝谛定理 33
- 3.8 马克思威尔互换定理 33
- 3.9 能量定理及其定义的摘要 34
- 习题 35

第四章 结构的理想化

- 4.1 结构的理想化 37
- 4.2 能量的等价性 39
- 4.3 结构元素 41

第五章 结构元素的刚度特性

- 5.1 决定元素力-位移关系的方法 44
- 5.2 用单位-位移定理决定元素的刚度特性 44
- 5.3 用卡斯提也努定理 (第一部分) 推导刚度特性 46
- 5.4 坐标轴的变换; λ 矩阵 47
- 5.5 铰接杆元素 49
- 5.6 梁元素 50

- 5.7 三角形板元素 (平面内的力系) 58
- 5.8 矩形板元素 (平面内的力系) 63
- 5.9 四边形板元素 (平面内的力系) 70
- 5.10 四面体元素 73
- 5.11 弯曲的三角形板 77
- 5.12 弯曲的矩形板 80
- 5.13 改善刚度矩阵的方法 86
- 习题 88

第六章 矩阵位移法

- 6.1 位移分析的矩阵公式的建立 89
- 6.2 刚体自由度的消去; 反作用力的选择 94
- 6.3 从平衡方程推导变换矩阵 V 95
- 6.4 从运动学推导变换矩阵 T 98
- 6.5 刚度矩阵的缩聚 101
- 6.6 从柔度矩阵推导刚度矩阵 101
- 6.7 常剪流板的刚度矩阵 103
- 6.8 轴力线性变化的元素的刚度矩阵 105
- 6.9 利用位移法分析铰接桁架 106
- 6.10 利用位移法分析悬臂梁 110
- 6.11 等价集中力 111
- 习题 112

第七章 结构元素的柔度特性

- 7.1 决定元素的位移-力关系式的方法 114
- 7.2 力-位移方程式的求逆; 铰接杆和梁元素的柔度特性 114
- 7.3 用单位载荷定理决定元素的柔度特性 117
- 7.4 应用卡斯提也努定理 (第二部分) 推导柔度特性 118
- 7.5 利用元素位移的微分方程的解去推导柔度特性 119
- 7.6 铰接杆元素 119
- 7.7 梁元素 119
- 7.8 三角形板元素 (平面内的力系) 121
- 7.9 矩形板元素 (平面内的力系) 124
- 7.10 四面体元素 126

7.11 常剪流板	128
7.12 轴力呈线性变化的元素	128
7.13 弯曲的矩形板	129
习题	131

第八章 矩阵力法

8.1 对外力系的单位载荷定理的矩阵的建立	132
8.2 对内力系的单位载荷定理的矩阵的建立: 自身平衡力系	134
8.3 力法分析的矩阵的建立: 约当消去法	136
8.4 铰接桁架的矩阵力法分析	140
8.5 悬臂梁的矩阵力法分析	148
8.6 力法和位移法的比较	153
习题	155

第九章 子结构的分析

9.1 用矩阵位移法的子结构分析	157
9.2 两个分段桁架的子结构的位移分析	163
9.3 用矩阵力法的子结构分析	167
9.4 两个分段桁架的子结构力的分析	174
习题	178

第十章 弹性系统的动力学

10.1 动力问题用公式表示	179
10.2 弹性体系动力学中的虚功原理	180
10.3 汉密尔顿原理	181
10.4 功率-平衡方程	182
10.5 运动和平衡方程	182
10.6 均匀杆中的静力和动力位移	184
10.7 矩阵分析中的等价质量	188
10.8 杆元素的依赖于频率的质量和刚度矩阵	190
10.9 梁元素的依赖于频率的质量和刚度矩阵	192
习题	195

第十一章 结构元素的惯性特性

11.1 基准坐标系中的等价质量矩阵	196
11.2 集合结构的等价质量矩阵	197
11.3 缩聚质量矩阵	198
11.4 铰接杆	198
11.5 均匀梁	199
11.6 具有移动位移的三角形板	202

11.7 具有移动位移的矩形板	203
11.8 实心四面体	203
11.9 实心平行六面体	204
11.10 具有弯曲位移的三角形板	205
11.11 具有弯曲位移的矩形板	207
11.12 堆聚-质量的表示	208
习题	209

第十二章 弹性系统的振动

12.1 基于刚度的振动分析	210
12.2 特征模态的特性: 正交性关系	213
12.3 基于柔度的振动分析	215
12.4 有阻尼结构系统的振动	217
12.5 临界阻尼	218
12.6 无约束杆的纵向振动	218
12.7 约束杆的纵向振动	222
12.8 机身-机翼组合体的横向振动	223
12.9 由二次矩阵方程决定振动频率	228
习题	230

第十三章 弹性系统的动力响应

13.1 单自由度系统的响应: 杜哈美积分	231
13.2 无约束 (自由的) 结构的动力响应	233
13.3 冲击力引起的响应	236
13.4 约束结构的动力响应	236
13.5 定态和谐运动	237
13.6 典型驱动函数的杜哈美积分	238
13.7 对强迫位移的动力响应: 地震的响应	240
13.8 利用约束结构的实验数据确定无约束 (自由的) 结构的频率和模态	241
13.9 具有阻尼的结构系统的动力响应	242
13.10 与质量成比例的阻尼矩阵	243
13.11 与刚度成比例的阻尼矩阵	245
13.12 与临界阻尼成比例的矩阵 C	246
13.13 模态矩阵 p 的正交规格化	247
13.14 承受脉动载荷的弹性火箭的动力响应	248
13.15 均匀杆在一端受强迫位移所引起的响应	251
习题	252

第十四章 结构的综合

14.1 最优化问题的数学公式的表达	254
14.2 结构的最优化	256

第十五章 非线性结构分析

15.1 大挠度的矩阵位移分析	259	15.6 简单桁架的稳定性分析	268
15.2 杆元素的几何刚度	261	15.7 柱的稳定性分析	270
15.3 梁元素的几何刚度	262	15.8 恒轴向力对梁的横向振动的影响	273
15.4 大挠度的矩阵力法分析	265	习题	275
15.5 非弹性分析和蠕变	267	附录 A 矩阵代数	276
		附录 B 参考文献	301

矩阵结构分析理论

〔美〕 J.S. 普齐米尼斯基 著

王德荣等 译 校

国防工业出版社

1975

内 容 简 介

本书系统地介绍了结构分析的矩阵方法，这种方法是和现代数字电子计算机的发展和
应用相适应的。

书中给出了矩阵结构分析的一般理论，讨论了能量原理的各种基本定理在矩阵结构分
析中的应用，结合最常用结构元素的弹性、温度和惯性特性，建立了位移法和力法的矩阵
公式，包括子结构的分析方法。本书还介绍了结构动力分析的基础，振动频率和模态的计
算，以及结构系统的动力响应等问题。

本书可供从事航空结构设计和结构分析方面工作的工程技术人员作参考，也可以作为
高等航空院校有关专业研究班的教学参考书。对于船舶、土建以及一般机械等方面的工程
技术人员和教学人员，也可供参考。

参加本书翻译工作的有李松年、龔尧南、张行、鄒丛青、陈桂彬、章思骥、张承煦等
同志，全书由王德荣同志校对，诸德超同志参加了第十一——十三章的校对工作。在译校
时，对原书中排印或计算有误之处作了更正。

THEORY OF MATRIX STRUCTURAL ANALYSIS

J. S. PRZEMIENIECKI

McGRAW-HILL BOOK COMPANY 1968

*

矩阵结构分析理论

【美】J. S. 普齐米尼斯基 著

王德荣等 译校

*

国防工业出版社 出版

北京市书刊出版业营业许可出字第 074 号

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

787×1092¹/₁₆ 印张 20¹/₈ 468 千字

1974年5月第一版 1975年6月第二次印刷 印数：5,501—16,600册

统一书号：15034·1335 定价：2.10元

目 录

序言

第一章 矩阵方法

- 1.1 引言 7
- 1.2 设计的迭代法 8
- 1.3 分析的方法 10
- 1.4 结构分析的领域 11

第二章 弹性力学的基本方程

- 2.1 应变-位移方程 12
- 2.2 应力-应变方程 13
- 2.3 具有初应变的应力-应变方程 19
- 2.4 平衡方程 19
- 2.5 协调方程 20

第三章 能量定理

- 3.1 引言 22
- 3.2 功和余功; 应变能和余应变能 23
- 3.3 格林恒等式 26
- 3.4 基于虚功原理的能量定理 27
- 3.5 基于余虚功原理的能量定理 30
- 3.6 克拉皮隆定理 32
- 3.7 贝谛定理 33
- 3.8 马克思威尔互换定理 33
- 3.9 能量定理及其定义的摘要 34
- 习题 35

第四章 结构的理想化

- 4.1 结构的理想化 37
- 4.2 能量的等价性 39
- 4.3 结构元素 41

第五章 结构元素的刚度特性

- 5.1 决定元素力-位移关系的方法 44
- 5.2 用单位-位移定理决定元素的刚度特性 44
- 5.3 用卡斯提也努定理 (第一部分) 推导刚度特性 46
- 5.4 坐标轴的变换; λ 矩阵 47
- 5.5 铰接杆元素 49
- 5.6 梁元素 50

- 5.7 三角形板元素 (平面内的力系) 58
- 5.8 矩形板元素 (平面内的力系) 63
- 5.9 四边形板元素 (平面内的力系) 70
- 5.10 四面体元素 73
- 5.11 弯曲的三角形板 77
- 5.12 弯曲的矩形板 80
- 5.13 改善刚度矩阵的方法 86
- 习题 88

第六章 矩阵位移法

- 6.1 位移分析的矩阵公式的建立 89
- 6.2 刚体自由度的消去; 反作用力的选择 94
- 6.3 从平衡方程推导变换矩阵 V 95
- 6.4 从运动学推导变换矩阵 T 98
- 6.5 刚度矩阵的缩聚 101
- 6.6 从柔度矩阵推导刚度矩阵 101
- 6.7 常剪流板的刚度矩阵 103
- 6.8 轴力线性变化的元素的刚度矩阵 105
- 6.9 利用位移法分析铰接桁架 106
- 6.10 利用位移法分析悬臂梁 110
- 6.11 等价集中力 111
- 习题 112

第七章 结构元素的柔度特性

- 7.1 决定元素的位移-力关系式的方法 114
- 7.2 力-位移方程式的求逆; 铰接杆和梁元素的柔度特性 114
- 7.3 用单位载荷定理决定元素的柔度特性 117
- 7.4 应用卡斯提也努定理 (第二部分) 推导柔度特性 118
- 7.5 利用元素位移的微分方程的解去推导柔度特性 119
- 7.6 铰接杆元素 119
- 7.7 梁元素 119
- 7.8 三角形板元素 (平面内的力系) 121
- 7.9 矩形板元素 (平面内的力系) 124
- 7.10 四面体元素 126

7.11 常剪流板	128
7.12 轴力呈线性变化的元素	128
7.13 弯曲的矩形板	129
习题	131

第八章 矩阵力法

8.1 对外力系的单位载荷定理的矩阵的建立	132
8.2 对内力系的单位载荷定理的矩阵的建立: 自身平衡力系	134
8.3 力法分析的矩阵的建立: 约当消去法	136
8.4 铰接桁架的矩阵力法分析	140
8.5 悬臂梁的矩阵力法分析	148
8.6 力法和位移法的比较	153
习题	155

第九章 子结构的分析

9.1 用矩阵位移法的子结构分析	157
9.2 两个分段桁架的子结构的位移分析	163
9.3 用矩阵力法的子结构分析	167
9.4 两个分段桁架的子结构力的分析	174
习题	178

第十章 弹性系统的动力学

10.1 动力问题用公式表示	179
10.2 弹性体系动力学中的虚功原理	180
10.3 汉密尔顿原理	181
10.4 功率-平衡方程	182
10.5 运动和平衡方程	182
10.6 均匀杆中的静力和动力位移	184
10.7 矩阵分析中的等价质量	188
10.8 杆元素的依赖于频率的质量和刚度矩阵	190
10.9 梁元素的依赖于频率的质量和刚度矩阵	192
习题	195

第十一章 结构元素的惯性特性

11.1 基准坐标系中的等价质量矩阵	196
11.2 集合结构的等价质量矩阵	197
11.3 缩聚质量矩阵	198
11.4 铰接杆	198
11.5 均匀梁	199
11.6 具有移动位移的三角形板	202

11.7 具有移动位移的矩形板	203
11.8 实心四面体	203
11.9 实心平行六面体	204
11.10 具有弯曲位移的三角形板	205
11.11 具有弯曲位移的矩形板	207
11.12 堆聚-质量的表示	208
习题	209

第十二章 弹性系统的振动

12.1 基于刚度的振动分析	210
12.2 特征模态的特性: 正交性关系	213
12.3 基于柔度的振动分析	215
12.4 有阻尼结构系统的振动	217
12.5 临界阻尼	218
12.6 无约束杆的纵向振动	218
12.7 约束杆的纵向振动	222
12.8 机身-机翼组合体的横向振动	223
12.9 由二次矩阵方程决定振动频率	228
习题	230

第十三章 弹性系统的动力响应

13.1 单自由度系统的响应: 杜哈美积分	231
13.2 无约束 (自由的) 结构的动力响应	233
13.3 冲击力引起的响应	236
13.4 约束结构的动力响应	236
13.5 定态和谐运动	237
13.6 典型驱动函数的杜哈美积分	238
13.7 对强迫位移的动力响应: 地震的响应	240
13.8 利用约束结构的实验数据确定无约束 (自由的) 结构的频率和模态	241
13.9 具有阻尼的结构系统的动力响应	242
13.10 与质量成比例的阻尼矩阵	243
13.11 与刚度成比例的阻尼矩阵	245
13.12 与临界阻尼成比例的矩阵 $\mathbf{C}$	246
13.13 模态矩阵 $\mathbf{p}$ 的正交规格化	247
13.14 承受脉动载荷的弹性火箭的动力响应	248
13.15 均匀杆在一端受强迫位移所引起的响应	251
习题	252

第十四章 结构的综合

14.1 最优化问题的数学公式的表达	254
14.2 结构的最优化	256

第十五章 非线性结构分析

15.1 大挠度的矩阵位移分析	259
15.2 杆元素的几何刚度	261
15.3 梁元素的几何刚度	262
15.4 大挠度的矩阵力法分析	265
15.5 非弹性分析和蠕变	267

15.6 简单桁架的稳定性分析	268
15.7 柱的稳定性分析	270
15.8 恒轴向力对梁的横向振动的影响	273
习题	275

附录 A 矩阵代数	276
附录 B 参考文献	301

序 言

用于现代数字计算机上而发展起来的结构分析的矩阵方法，在结构设计中已经广泛地采用了，它提供了一种迅速而准确地分析复杂结构在静力和动力加载条件下的方法。

矩阵分析方法是建立在用一个等价的模型来代替真实的连续结构的观点的基础上，这个模型是由表示成矩阵形式的已知弹性和惯性特性的离散结构元素所组成的。代表这些特性的矩阵，可以认为是建筑中的砖瓦，当它们按照依据弹性理论导出的一组规则安装在一起时，就给出了真实结构的静力和动力特性。

在本书中提供了矩阵结构分析的一般理论。讨论了下述基本原理和定理以及它们在矩阵理论方面的应用：虚位移和虚力原理，卡斯提也努定理，最小应变能定理，最小余应变能定理及单位位移和单位载荷定理。结合最常用结构元素的弹性、热和惯性特性，给出矩阵位移和力法。包括了结构动力分析的基础，振动频率和模态的计算，及无阻尼和阻尼结构系统的动力响应的矩阵公式的建立。另外，还讨论了结构的综合及由于大挠度、非弹性、蠕变和屈曲引起的非线性效应。

说明矩阵结构分析理论的各种应用例题的选择，应使得利用计算尺就足以进行数值计算。为了便利于对矩阵代数不熟悉的读者，附录 A 讨论了矩阵运算和它们在结构分析中的应用。附录 B 给出了关于结构分析矩阵方法的详尽的参考目录。

本书原是作者在俄亥俄州立大学和空军技术学院为研究生开设的矩阵结构分析课的讲稿。本书可供研究生以及研究现代结构分析方法的结构工程师学习之用；对于实际结构工程师来讲，它也是一本有价值的参考书。

普齐米尼斯基 (J. S. PRZEMIENIECKI)

第一章 矩 阵 方 法

1.1 引 言

结构工艺最近的进展，要求结构系统的分析具有更高的准确度和速度。特别在航空空间应用中更是如此。在这些应用里，工艺发展很快，为了保证结构在恶劣的环境下，能够可靠和安全的工作，发展了有效的轻型结构。这些应用的结构设计要求考虑气动力、惯性、弹性和热力的相互作用。现在航空空间设计计算中，用到的环境参数不仅包括气动压力和温度分布，而且还包括早先的载荷和温度历史，以便能够计及塑性流动、蠕变和应变强化。而且，为了预先判定结构的不稳定性和确定大挠度，还必须考虑几何非线性。因此发展新方法来分析用在航空空间工程中的复杂结构的型式和设计，是丝毫不足为奇的。在其它的结构工程领域中，也发展了更精确的分析方法。仅举数例，在核反应堆结构中，对结构工程师提出了很多新问题，要求用特殊的分析方法；在建筑中新的结构设计观点，要求有可靠和准确的方法；在船舶结构中为了具有更高的强度和效率，也需要有准确的方法。

分析中准确度的要求出于证明结构安全的需要。因此，就发展了准确的分析方法，因为惯用的方法，尽管对简单结构来讲已经是完全满意的，但是将它们用到复杂结构时，就不再适合了。为什么需要更准确结果的另一个理由，是由于要建立结构疲劳强度水平的需要；因此，要求采用的方法能够预先准确地判定任何的应力集中，使能避免结构的疲劳破坏。

另一方面，速度的要求是由于这样一个因素所决定的，即在设计循环的早期阶段，就需要对结构有充分的了解，以便在决定最后设计和结构投产之前，对结构能够作必需的修改。而且，为了获得最有效的设计，要求在选定特定的型式之前，必须能够迅速、详细地研究分析大量的各种结构型式。

满足上述要求的分析方法，要用到矩阵代数，它对于在高速数字计算机上进行自动计算是非常适合的。关于这个题目已经发表了许多文章，但是只是在最近，由于建立了分析复杂结构的一般矩阵方程，才使得它的应用范围和作用比较多地显示出来。在这些方法中，数字计算机不仅用来求解联立方程，而且还用于从初始输入数据到最后输出数据，它包括应力和力的分布、挠度、影响系数、特征频率和模态的结构分析的全过程。

矩阵方法是建立在这样一种观点上的，即用一个数学模型来代替真实的连续结构，这个模型是由具有能用矩阵形式表示的已知弹性和惯性特性的有限尺寸的结构元素（或看作是离散元素）所组成的。表示这些特性的矩阵可以视为建筑中的砖瓦，当它们按照依据弹性理论推导出来的一组规则，彼此装配在一起时，就能提供真实结构系统的静力和动力特性。为了将矩阵方法置于一个正确的位置，强调地指出矩阵方法与用在连续介质变形理论中的经典方法之间的关系，是很重要的。在经典理论中，我们是从宏观的角度来讨论变形特性的，而不考虑结构指定的边界内部的质点的尺寸或形状。在矩阵方法中，质点是有限

尺寸的，并有指定的形状。这种有限尺寸的质点称为结构元素，分析者在定义连续结构的数学模型的过程中，这些结构元素多少是可任意确定的。当对由个别的结构元素集合的整个结构进行分析时，每个元素的特性可以用连续弹性介质的理论计算出来。当元素的尺寸减小时，数学模型的变形特性就收敛到连续结构的变形特性。

矩阵方法在结构工程中代表了最有利的设计工具。适应于数字计算机的矩阵结构分析方案目前是可行的，它能用于一般类型的建筑结构。这些方案不仅可以用于复杂结构的常规的应力和挠度分析，而且还可以非常有效地用它们来研究应用弹性力学。

虽然本书主要谈的是飞机和空间飞行器结构的结构分析的矩阵方法，但是应该认识到这些方法也可以用于其它类型的结构。这里，仅根据各种矩阵运算的代数符号系统而发展了矩阵方法的一般理论；然而，未讨论计算机的程序设计和高速电子计算机的计算程序。附录A载有为了了解矩阵结构分析所必须的矩阵代数的基本理论，目的是便于参考，而不是对内容作详尽的处理。要严格地证明矩阵代数中各种定理和更详细地说明矩阵理论，可参阅有关的标准教科书。

1.2 设计的迭代法

结构的主要作用在于支承和传递外加载荷到反作用点，同时，还承受某些特定的约束和已知的温度分布。在土木工程中，反作用点是一些连于坚硬基础的结构上的点。在飞行器结构上，不需要反作用点的概念，并且这些点多少可任意的选择。

因此，结构设计师关心的主要是承受已知静力或动力载荷、位移和温度的给定结构型的分析。然而，从他的观点来讲，真正要求的并不是分析，而是结构的综合，即在给定载荷和温度环境条件下，得到最有效的设计（最优设计）。因此，结构设计中最终的目的应该不是分析一个给定的结构型式，而是设计出一个结构，即满足特定设计准则的结构综合。

一般来讲，应用于航空空间结构的结构综合要求选择结构型式、元件尺寸和材料。不过，在目前要考虑所有参数从经济上来讲是不可行的。由于这个原因，在发展结构综合方法时，注意力便主要地集中在改变元件尺寸上，以使得在承受限定的应力、挠度和稳定时，得到最小的重量。当然，在任何结构综合中，必须考虑所有的设计条件。在发展结构综合方法中，已经取得一些有意义的进展。这是由于计算机技术，结构理论和运筹研究等领域中的成就所促使的，所有这些都联合并发展成为自动设计程序。目前对于相对简单的结构，综合计算机方案是可行的，但是可以预见在不久的将来，这些方案将会扩展到大结构型式的综合上去。

在今天的结构设计中，开始时，基于同类型结构的经验，或者用某些简单的分析计算设计结构，然后用数值方法详细地分析结构，接着在检验了数值结果后，设计师对结构进行修改。于是再分析修改的结构，再检验分析，再修改结构，如此继续下去，直至得到一个满意的结构设计。如果在外加载荷上还考虑动力和气动弹性条件的话，那末，在每一个设计循环中都会引入一些反馈。这是由于动力载荷依赖于结构的质量和弹性分布，以及气动载荷依赖于结构的弹性变形而引起的。

为了将注意力集中在设计准则上，以后的讨论将限于航空空间应用的结构；然而，一

般性的结论同样适用于其它类型的结构。用于现代超音速飞机和航空空间飞行器结构型式的复杂性可以从图 1.1 和图 1.2 中所示的 XB-70 超音速飞机和大力神-111 的发射器的详图中显示出来。这些结构是现代航空空间应用的典型的构造方法。结构设计师所面临的工作

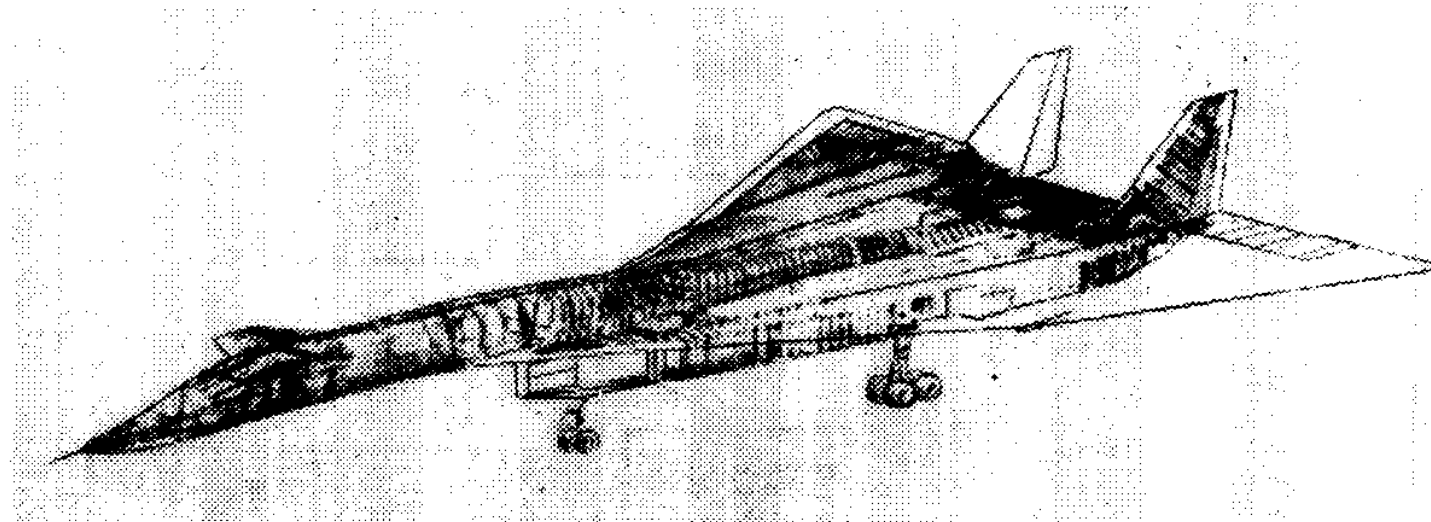


图1.1 XB-70超音速飞机的结构详图（北美飞机公司）

量，只有当我们考虑了在设计这些结构时所必须全部满足的很多设计准则之后，才能估计出来。结构设计准则主要涉及到两个结构特征：结构强度和结构刚度。设计准则必须说明所需要的强度，以保证在任何载荷和环境作用下结构的整体性，还要说明为了防止像颤振，变形扩大，反操纵这样的恶劣气动弹性效应所必需的刚度要求。在一个特定的设计中，这些准则是否满足，通常是要经过详细的应力和气动弹性分析来验证的。自然，用实验的方法来验证设计准则，也是用得很广泛的。

结构的设计准则是建立在按结构用途用机动和其它条件，如气动加热，表示的飞机性能和气动特征的基础上的，通常把它们称为设计条件。在对真实结构进行分析之前，对每一设计条件必须计算由动力载荷、压力和温度所引起的载荷系统。一旦设计条件和相应的载荷系统建立之后，如果弹性特性和质量分布已知的话，则可以进行结构和气动弹性的分析。结构分析给出应力分布，并与最大允许应力比较，若应力水平不满足时（或太高或太低），就需要对结构修改，以便得到最优设计。这就是通常所指的最小重量结构的意思，虽然在最优化过程中，经济观点在选择材料或制造方法中也可能具有决定性的影响。还应提到，在建立设计条件时，要用到安全系数。这些系数之所以必需是因为：（1）使用中的载荷可能超过设计值，以及（2）真实结构可能比设计计算所决定的强度要弱。同样地，气动弹性分析必须表明有足够的用结构刚度表示的安全裕度，以免对指定的性能和环境发生恶劣气动弹性现象和保证飞行的安全。

由于强度或刚度的理由而认为必需的结构修改是如此的广泛，以致需要另一个整个循环的结构和气动弹性分析。事实上，在得到一个符合所需要的强度和刚度准则的满意设计



图1.2 大力神-111发射器的结构详图（马丁公司）

之前,往往是要经过几个设计反复的。图 1.3 中提出了一个在飞机设计中的典型的结构分析循环,图中指明了分析中的几个主要步骤。虚线代表了设计数据中的反馈,它是对照特定的要求(设计准则)而估计出来的,使得在每一个设计循环中,对结构打样或结构详图,都能进行任意的所需要的修改。

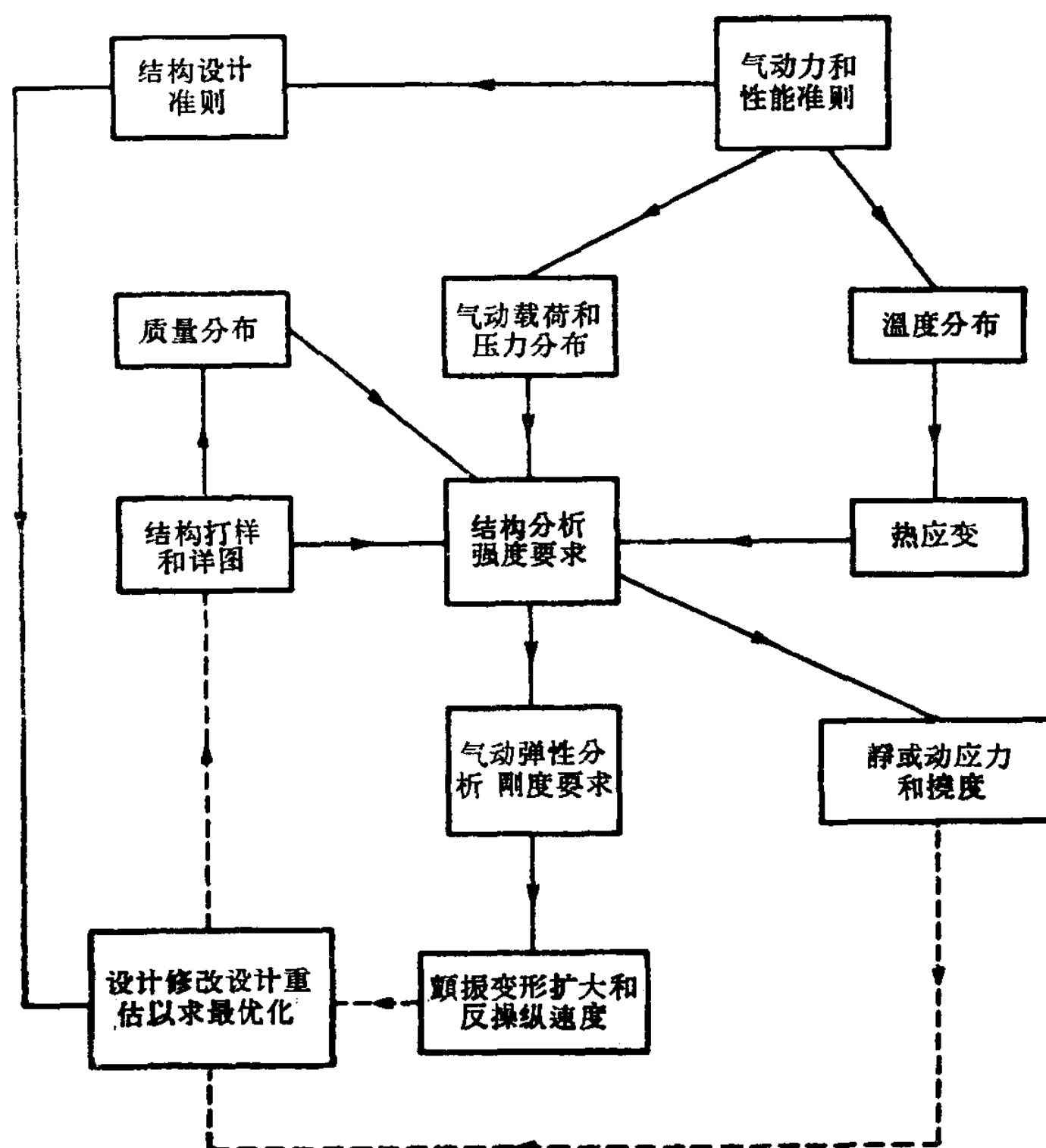


图1.3 飞机结构设计的分析循环

1.3 分析的方法

结构分析的方法可分为两组(见图 1.4),解析法和数值法。解析法所受到的限制是众所周知的。只有在特殊情况中才有闭合形式的解。对于某些简单结构型式能够找到近似解,但是,一般来讲,对复杂结构是不能用解析法的,而必须永远使用数值解。结构分析的数值方法可分为两类:(1)位移或应力的微分方程的数值解及(2)建立在离散元素理想化基础上的矩阵方法。

在第一类中,对一特定的结构型式,可用有限差分法或用直接数值积分解弹性方程。在这种近似中,分析是建立在微分方程数学近似的基础上的。然而,实际上的限制,使这些方法只能用在简单的结构上。虽然在有限差分或数值积分技术的各种运算中,能够引入求解未知数控制方程用的矩阵符号和矩阵代数,但一般讲,这些方法不视为矩阵方法,因为矩阵在建立分析的公式中,不是本质的因素。

在第二类中,整个结构理论经过分析中的所有阶段,自开始就用矩阵代数来发展。首先,结构理想化为具有假定位移或应力分布形式的离散结构元素的集合,于是把满足这些

元素接点上的力平衡和位移协调的这些单独的近似的位移或应力分布组合起来就得到整个的解。基于这种近似的方法，看起来很适宜于分析复杂结构。这些方法包含了大量的线性代数量，它们必须组织成为一个运算系列，为了实现这个目的，矩阵代数的应用是一个很方便的方法，在确定包括在分析中的各种过程时，无需把全部方程都写出来。而且，用矩阵代数建立的分析公式，是最适宜于在数字计算机上进行连续的求解，并且，它还允许很容易地对所要求的数据进行系统地编辑。

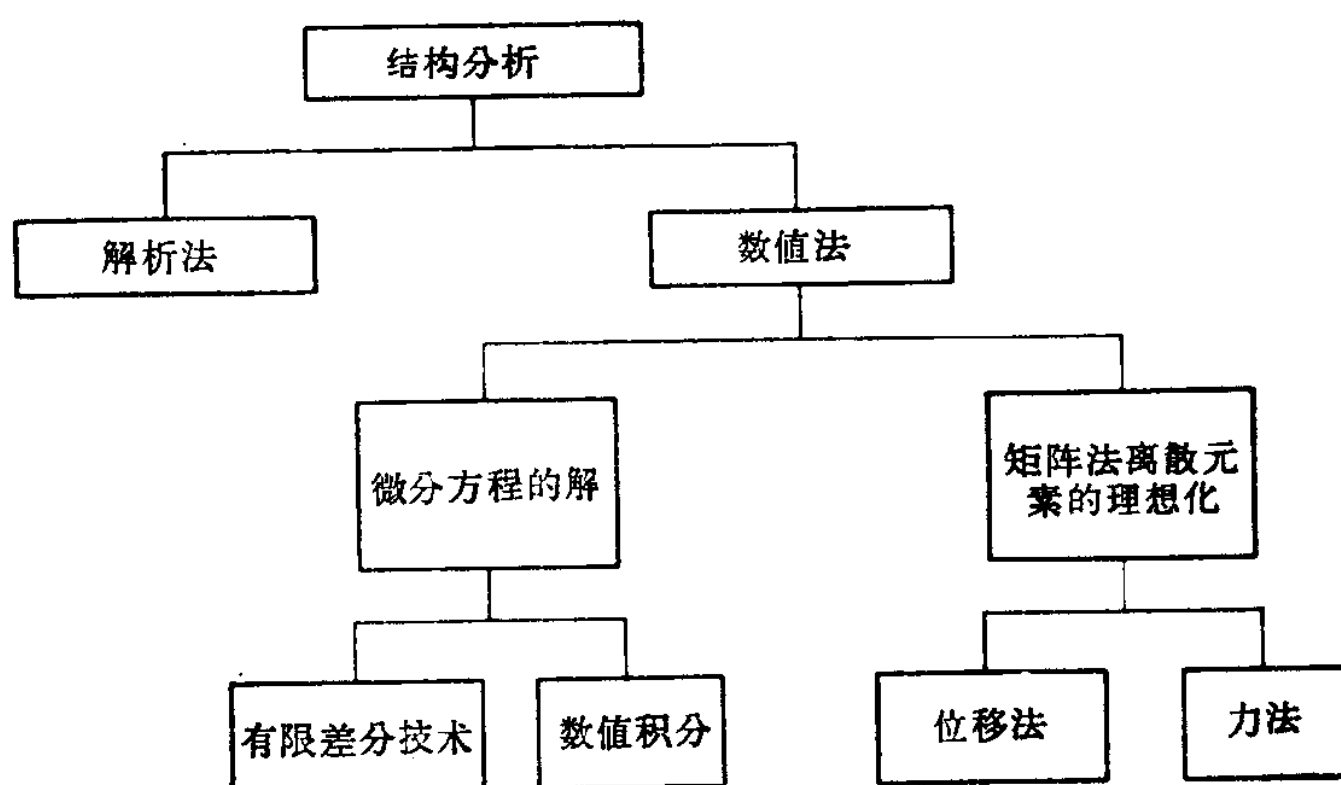


图1.4 结构分析的方法

可以建立任何结构问题的两个相互补充的矩阵方法：（1）位移法（刚度法），其中位移选为未知量，和（2）力法（柔度法），其中力是未知量。在这两个方法中，可以把分析想像成为把个别未集合的结构元素系统地组合成一个集合结构，在其中，平衡和协调条件是满足的。

1.4 结构分析的领域

从本质上讲，结构分析是决定结构在静力和动力两种条件下，受指定载荷、温度和约束作用时的应力和位移分布。然而，为了保证结构的整体性和效率，经过详细地分析，还必须探究其他很多领域。在结构设计中的主要研究领域可归结如下：

应力分布

位移分布

结构稳定性

热弹性（热应力和位移）

塑性

蠕变

蠕变屈曲

振动频率

振动的正规模态

气动弹性，譬如颤振，变形扩大

气动热弹性，譬如由于气动加热引起的刚度损失

动力响应，譬如由于阵风载荷引起的响应

应力集中

疲劳和裂缝传播，包括声疲劳

结构型式的最优化