

宽束电子光学

ELECTRON OPTICS WITH WIDE
BEAM FOCUSING

周立伟 著

北京理工大学出版社



宽束电子光学

周立伟 著

北京理工大学出版社

(京)新登字 149 号

内 容 简 介

宽束电子光学是研究变像管和像增强器等光电子成像器件中大物面宽电子束在电场和磁场作用下聚焦、偏转和成像的规律的科学,是物理学和电子学中电子光学学科的一个分支.利用这种规律,可以设计制造各种类型的光电成像器件,因而在夜视技术、摄像技术、x 射线诊断技术、高速摄影变像管技术、天文学和空间物理学等领域有着广泛的应用.

本书是全面论述这一分支学科基本理论的专著.书中由一般的曲线坐标系出发,用张量分析的方法阐述了场和电子运动的一般原理和基本方程以及宽电子束聚焦的普遍理论,并对实际的宽电子束成像系统,诸如近贴聚焦系统、静电聚焦与电磁聚焦同心球系统、倾斜型电磁聚焦系统,以及电磁聚焦移像系统、电磁复合聚焦阴极透镜等的电子光学、像差理论和电子光学传递函数进行了深入的探讨.对于宽电子束成像系统的计算、设计和分析,包括正设计和逆设计,本书亦有较详细的叙述.此外,对于发射系统的电子光学以及变像管高速摄影的动态电子光学亦作了简要的叙述.本书内容的大部分是著者 20 余年来潜心研究的成果,在内容和体例上,与国内外现有的电子光学著作和教科书有较大的差别.

本书可作为光电技术、电子物理与器件、光电子成像技术等专业的高年级大学生、研究生教材;也可供从事电子光学、电子物理、光电子成像器件的科研和教学人员参考.

宽束电子光学

周立伟 著

*

北京理工大学出版社出版发行

各地新华书店经售

北京外文印刷厂印刷

*

850×1158 毫米 32 开本 23.625 印张 608 千字

1993 年 10 月第一版 1993 年 10 月第一次印刷

ISBN 7—81013—614—3/TN·35

印数:1—1800 册 定价: 精装:28.00 元
平装:18.90 元

Electron Optics with Wide Beam Focusing

A new, comprehensive monograph covering the basic theory and mathematical methods, computations, designs and analyses involved in electron optics with wide beam focusing. The book consists of an introduction and 19 chapters together with appendices, giving the general principles and fundamental equations of fields and electron motions, as well as the generalized theory of wide electron beam focusing. Tensor analysis is applied on the basis of generalized curvilinear coordinate systems for analyzing wide electron beam focusing. Discussions on the electron optics of proximity focusing, electrostatic and magnetic concentric spherical focusing, oblique electromagnetic focusing, electrostatic and magnetic transference imaging, combined electromagnetic cathode lenses, aberration theory and electron optical transfer functions are followed with detailed studies on computations, direct and inverse designs and analyses for various imaging systems involving wide electron beam focusing.

序

电子光学,如果从 H Busch 1926 年发表第一篇磁聚焦的论文算起,已有不短的历史了.有关电子光学的教科书与专著,中外已有多本.然而关于宽电子束聚焦理论与设计,虽有为数不少的国内外学者进行研究,但迄今还没有一本论及宽束电子光学的著作.

对于指导设计近代蓬勃发展的变像管、像增强器、电子照相像管、高速摄影变像管等的宽束电子光学,所要研究的乃是在静态和动态的电场和磁场作用下,大物面宽电子束聚焦、偏转和成像的问题.它不是能用通常的细束电子光学理论所能解决的.

北京理工大学周立伟教授近 20 余年来潜心研究这一课题.他发展了以主轨迹为曲光轴的宽电子束聚焦普遍理论、同心球系统理论、移像系统理论和像差理论;研究了电子光学传递函数、正逆设计方法等.他把 20 余年来的研究成果汇集成现在的《宽束电子光学》一书,这可以说是他从事电子光学教学和科学研究的结晶.

周教授这一本专著的特点在于:有它自己的完整的独特的理论体系,在继承前人的基础上又有创造性的发展;以张量分析的角度阐述电子束普遍聚焦的基本原理,理论上高度概括性,且从一般到特殊,特殊到一般逐步深化;对于宽束电子光学系统的正逆设计以及系统分析亦作了深入的探讨,理论与实际联系紧密.

我认为此书的出版是电子光学界的一件可喜可贺之事.我深信它将对从事电子光学、电子物理、光电子成像器件的高年级大学生、研究生、工程科技人员与大学教师有所裨益.是为序.

孟昭英

1991 年 12 月于北京

前 言

电子光学是研究电子在电场和磁场中运动,探讨电子束在电场和磁场作用下聚焦、成像与偏转等规律及其应用的一门学科,是物理学和电子学的一个分支.当代许多重大科学与技术的进展都离不开带电粒子束(电子光学)及其器件和仪器.

电子光学的名称的由来是基于下述事实:[22]

一、在电场和磁场中控制电子运动轨迹的规律(最小作用量原理)与在折射率有变化的光学媒质中控制光线的规律(费马原理)之间有深刻的相似性.

二、L V de Broglie(德布罗意)于本世纪 20 年代揭示了电子的波动性及其与光波的相似性.

三、H Busch(布许)等人自 1926 年起证明了旋转对称静磁场和静电场可以使电子束偏折、聚焦和成像,如同光学透镜对于光线的作用.

因此,人们以经典力学、电动力学和光学作为理论基础,采用类似于几何光学中的概念和方法,建立起电子光学的完整理论体系.

电子光学,作为一门以基础科学(经典力学、电动力学和光学)为理论核心而与生产实践密切联系的专门学科,有近 60 年的发展历史.近代科学技术的突飞猛进,特别是高速度、大容量电子计算机的出现,推动着电子光学向前发展,无论是基础理论、数学方法,还是设计手段上都有巨大的飞跃.以电子光学所包含的内容来说,也是多种多样:出现了与电子显微镜相联系电子显微学^[218];与摄像管、显像管相联系的电视中的电子光学^[299];与变像管、像增强器相联系的宽束电子光学^[67,68];与微波器件相联系的强流电子光

学^[8,59];考虑电子波动性的波动电子光学^[176];与高能加速器、回旋管相联系的相对论电子光学和束流传输理论^[182];与行波管相联系的超高频电子光学^[155];与质谱仪、能谱仪相联系的离子束光学以及微细加工相联系的电子束曝光术^[48,175,176];等等.所有这些,表明电子光学还是处在不断深化、不断发展之中,其前景是十分广阔的.

本书旨在叙述变像管和像增强器中大物面宽电子束的电子光学问题.在一般的电子光学著作和教科书中,所叙述的大都是细束电子光学,对于宽束电子光学基本没有或很少进行叙述.某些文献甚至混淆了这二者之间的原则差别,从而出现了错误.有关细束电子光学请参考文献.^[54,129,162,203,231,261,286]宽束电子光学或称成像系统的电子光学的主要特点是^[67,68]:利用系统本身的光阴极所发射的电子流,由电子光学聚焦系统在电子接收器(屏靶)上形成图像或转换成与电荷图像相对应的电子讯号.由于阴极面本身就是物面,并且直接处于场中,电子以不同的初角度和初速度自阴极面上各点处射出,逸出的电子初速度很小但其斜率可趋于无穷.束电流很小,通常空间电荷效应可不予考虑.这一类旋转对称成像系统通常称为阴极透镜.

作为成像的电子光学系统,一般要求有大的视场,小的几何失真,高的鉴别率和良好的调制传递特性.也就是说,要求系统能形成足够清晰(高分辨本领和高对比传递)和畸变极小的图像.

由此可见,宽束电子光学的基本问题乃是研究在各种聚焦方式下大物面宽电子束成像的问题.宽束电子光学研究不仅要考虑有别于细束电子光学的宽电子束成像系统的特点,探讨成像系统理想模型的电子光学,阐述宽电子束聚焦的基本理论问题,而且要对成像系统的计算机辅助设计(正设计、逆设计、优化设计)进行探讨,设计各种类型适应不同需要的变像管、像增强器和摄像器件.

对于宽束电子光学研究,可以追溯到本世纪40年代,A

Recknagel^[165](1941)、Л А Арцимович^[219](1944)曾对静电阴极透镜的成像及其像差进行了深入的研究,推动了静电阴极透镜电子光学的进展.50年代,我国的西门纪业^[53](1957)系统地研究了电磁复合聚焦阴极透镜的像差理论,奠定了旋转对称阴极透镜的理论基础.在理想模型的研究上,最早是E Ruska^[170](1936)研究了两电极同心球的电子光学,而P Schagen^[172](1972)则使它应用于实际的定焦型像管.近30年来,在各国的电子光学研究者如苏联的И И Цуккерман^[299],Ю В Куликов^[269,271],М А Монастырский^[280,281],美国的I P Csorba^[115],J Vine^[195],捷克的V Jares^[133]等共同努力下,成像系统的电子光学有了很大的发展.关于这一领域的基本问题及其进展,可参阅著者1982年所写的评述文章^[73].

60年代以来,著者一直致力于宽束电子光学理论与系统设计的研究.在前人的基础上,在合作者和研究生们共同努力下,对宽束成像系统的各种理想模型进行了考察,并对移像系统、近轴光学、像差理论与电子光学传递函数进行了研究.此外,发展了以主轨迹为曲光轴的曲轴宽束电子光学和宽电子束聚焦的普遍理论,探讨了成像系统的正设计和逆设计.优化设计的工作在近期也取得了进展.

鉴于目前国内外在这一领域尚无系统的论著,著者在为北京理工大学工程光学系光电子成像技术专业研究生讲授《宽束电子光学》的基础上,尝试编写这部专著,试图较为系统、全面地介绍宽束电子光学的基本理论和系统设计.本书的内容力图概括国内外电子光学工作者在这一领域的研究成果和最新进展,其中也包括著者与合作者们科学研究的成果及对前人工作的补充、订正和发展.

本书的叙述是假定读者已具有基础电子光学的基本知识和概念.此外,在阅读前三章时,还须具有张量分析的基础知识.全书共十九章.第一章阐述场和电子运动的基本方程和基本原理,着重探讨一般曲线坐标系下的表示方法.第二章利用张量分析的方法,研

究通过电动力学的途径和通过拉格朗日函数和变分函数的途径推导 Frenet 局部曲线坐标系和转动的曲线坐标系中的电子运动方程和轨迹方程。第三章研究曲线坐标系下宽电子束聚焦的普遍理论,讨论曲近轴系统的正交条件,探讨宽电子束与细电子束聚焦的异同点。第四章至第八章,从成像系统的理想模型——近贴聚焦系统、同心球静电聚焦和电磁聚焦系统、双曲场静电聚焦系统和倾斜型电磁聚焦系统出发,分析和探讨这几类典型系统聚焦成像所包含的具体的矛盾,解剖它们作为成像系统所具有的矛盾的特殊性,从中引出聚焦成像、像差等基本概念,概括它们作为成像系统的共同的本质。第九章至第十二章主要阐述旋转对称系统如静电阴极透镜、电磁聚焦移像系统和电磁复合聚焦阴极透镜的宽束电子光学问题,进一步考察旋转对称系统的近轴光学、曲轴光学和像差理论。第十三章将详细讨论成像系统(近贴聚焦系统和锐聚焦系统)的电子光学传递函数,特别是应用三维坐标曲面对成像系统的点扩散函数和调制传递函数进行研究。第十四章将在上述各章的基础上,进一步阐述曲轴成像系统的电子光学像差理论,特别是在满足正交条件下曲轴成像系统的像差理论。第十五、十六两章将介绍宽束电子光学系统的正设计与逆设计,主要是静电聚焦像管的计算机辅助设计和电磁聚焦移像系统的磁线圈和电极系统的逆设计。第十七章对典型成像系统的设计与计算进行分析。最后两章分别叙述了作为集束系统的发射系统的电子光学以及用于变像管高速摄影的动态宽束电子光学。在附录中扼要给出了有关张量分析的基础知识。

中国科学院学部委员、清华大学孟昭英教授对本书的著述一直给予热情的鼓励与关怀。在本书付印之际,他特地为此作了序。中国科学院学部委员北京大学吴全德教授,北京大学西门纪业教授,东南大学童林凤教授,南开大学丁守谦教授,华东工学院果玉忱教授,清华大学孙伯尧、应根裕教授,学部委员、中科院西安光机所候洵研究员,电子所朱协卿研究员,北京天文台傅德谦研究员以

及我校严沛然教授、于美文教授、李振沂研究员对我的工作给予始终不渝的支持。前苏联列宁格勒(现为俄罗斯圣彼得堡)约飞技术物理研究所雅瓦尔(С. Я. Явор)教授也一直关心着本书的出版。特别是南开大学丁守谦教授,他在百忙中为著者审阅了全稿。著者谨向孟昭英教授以及所有关心本书著述的老师们表示最衷心的感谢。

在本书出版之际,我要强调指出,西安近代化学研究所方二伦高级工程师,本校倪国强副教授、金伟其博士,西安应用光学研究所艾克聪高级工程师等以及历届研究生们参与了我的课题组的研究工作,书中叙述的不少内容是他们和我一起完成的。中科院西安光机所的牛憨笨研究员和徐大伦研究员赠送了他们的著述与论文多篇,其中一部分构成了本书最后一章的重要内容。博士生张智诤同志为我复核公式、查阅文献,给了不少帮助。我的妻子吕素芹,女儿周莉博士也一直关心着本书的写作。北京理工大学校、系领导,出版社的领导和同志们对著者的工作给予了热情关怀与有力支持。在写作期间著者曾获得国家自然科学基金、国家教委高等学校博士点专项科研基金、兵器科学研究院预研基金、国防科技预研基金的资助。对以上关心、支持、资助和协助著者的单位领导、同行、合作者和研究生们,著者表示深深地感谢。

本书无论从内容上或是体例上,均属首次尝试。由于著者水平有限,书中肯定会出现不少缺点和错误,敬请读者批评指正。

周立伟

1991年12月于北京理工大学

目 录

第一章 场和电子运动的一般原理和基本方程

- § 1.1 静场的基本方程 (2)
- § 1.2 电子运动方程的张量表示 (8)
- § 1.3 哈密顿原理·拉格朗日方程·拉格朗日函数 (13)
- § 1.4 最小作用量原理与电子光学折射率 (18)

第二章 电子运动的张量分析

- § 2.1 弗莱纳局部曲线坐标系中的电子运动方程 (24)
- § 2.2 弗莱纳局部曲线坐标系中的电子轨迹方程 (38)
- § 2.3 由广义拉格朗日函数与广义变分函数求电子运动方程和
电子轨迹方程 (41)
- § 2.4 转动的正交曲线坐标系中的电子运动方程和
电子轨迹方程 (44)
- § 2.5 几种特殊情况 (50)

第三章 曲轴宽电子束聚焦的普遍理论

- § 3.1 电场和磁场沿曲光轴展开 (55)
- § 3.2 弗莱纳局部曲线坐标系中的主轨迹方程和曲近轴轨迹方程
及其求解 (64)
- § 3.3 实验室笛卡尔直角坐标系中的主轨迹方程和曲近轴轨迹
方程及其求解 (71)
- § 3.4 曲近轴系统的正交条件与理想聚焦 (76)
- § 3.5 转动的局部正交坐标系中的主轨迹方程和曲近轴轨迹方程
及其曲近轴系统的正交条件 (79)
- § 3.6 由变分函数推导主轨迹方程和曲近轴轨迹方程 (82)
- § 3.7 曲轴电子束聚焦研究中若干问题的讨论 (87)

第四章 近贴聚焦——纵向均匀电场的电子光学

- § 4.1 纵向均匀电场的电子光学基本性质 (96)
- § 4.2 纵向均匀电场的电子光学色球差 (102)

第五章 静电聚焦——同心球系统的电子光学

- § 5.1 场与轨迹方程 (106)
- § 5.2 两电极同心球系统中电子轨迹交轴位置及其斜率的确定 (113)
- § 5.3 多电极同心球系统中电子轨迹交轴位置及其斜率的确定 (115)
- § 5.4 同心球系统的电子光学性质 (124)
- § 5.5 电子光学色球差 (133)
- § 5.6 最小弥散圆与焦散面的确定 (140)
- § 5.7 平面屏上同心球系统的像差 (147)
- § 5.8 阳极带有小孔的同心球系统的电子光学性质 (157)

第六章 静电聚焦——双曲场作为成像系统的电子光学

- § 6.1 两电极双曲场系统的场分布与结构参数 (174)
- § 6.2 两电极双曲场系统中的电子轨迹 (178)
- § 6.3 两电极双曲场系统中运动的直角坐标系下的曲轴轨迹 (182)
- § 6.4 两电极双曲场系统的理想成像 (190)
- § 6.5 两电极双曲场系统的近轴像差 (196)
- § 6.6 阳极带有小孔下两电极双曲场系统的理想成像 (198)

第七章 电磁聚焦——同心球系统的电子光学

- § 7.1 电磁聚焦同心球系统的场和电子轨迹 (203)
- § 7.2 电磁聚焦同心球系统的近轴轨迹及成像特性 (214)
- § 7.3 几种特殊情况 (224)
- § 7.4 带有控制栅网的三电极电磁聚焦系统 (226)

第八章 电磁聚焦——倾斜型系统的电子光学

- § 8.1 倾斜型电磁聚焦系统中的电子轨迹 (230)
- § 8.2 外形尺寸与电子轨迹的计算 (233)
- § 8.3 横向像差 (236)
- § 8.4 均方根半径 (241)

第九章 旋转对称系统的近轴光学

§ 9.1	旋转对称静场及其在轴附近的性质	(249)
§ 9.2	实际轨迹方程	(252)
§ 9.3	近轴轨迹方程与理想成像	(258)
§ 9.4	横向像差的定义与一阶横向像差的确定	(265)
第十章 静电阴极透镜的电子光学		
§ 10.1	轴上电位分布与近阴极区电位分布	(272)
§ 10.2	轨迹方程的求解	(276)
§ 10.3	近阴极区近轴轨迹方程的求解	(280)
§ 10.4	正交曲线坐标系下静电阴极透镜的曲近轴光学	(290)
§ 10.5	运动的笛卡尔直角坐标下静电阴极透镜的曲近轴光学 ...	(297)
第十一章 电磁聚焦移像系统的电子光学		
§ 11.1	电磁聚焦移像系统的基本理论	(304)
§ 11.2	实现图像无旋转的电磁聚焦移像系统的途径	(312)
§ 11.3	图像无旋转的移像系统的设计及实例	(317)
§ 11.4	场有微扰情况下的散焦特性	(327)
第十二章 电磁复合聚焦阴极透镜的像差理论		
§ 12.1	轨迹法推导电磁复合聚焦阴极透镜的三级横向像差	(336)
§ 12.2	变分法推导电磁复合聚焦阴极透镜的三级横向像差	(345)
§ 12.3	电磁复合聚焦阴极透镜的像差计算举例	(352)
第十三章 旋转对称宽电子束成像系统的电子光学传递函数		
§ 13.1	基本公式	(364)
§ 13.2	锐聚焦系统的点扩散函数与调制传递函数	(370)
§ 13.3	锐聚焦系统中各种初能分布下的调制传递函数解析 表达式	(383)
§ 13.4	近贴聚焦系统的点扩散函数和调制传递函数	(389)
§ 13.5	成像系统电子光学传递函数的数值计算	(394)
第十四章 曲轴宽束电子光学的像差理论		
§ 14.1	旋转非正交曲线坐标系下的宽电子束聚焦	(406)
§ 14.2	满足正交条件下曲轴宽电子束聚焦的像差理论	(415)
§ 14.3	不满足正交条件下曲轴宽电子束聚焦的像差理论	(424)
第十五章 宽电子束成像系统的数值计算(正设计)		
§ 15.1	有限差分法	(434)

§ 15.2	多重网格法	(445)
§ 15.3	有限元法	(451)
§ 15.4	边界积分方程法	(460)
§ 15.5	计算半开放轴对称磁场的边界元-有限元混合法	(468)
§ 15.6	轨迹计算的数值方法	(479)
§ 15.7	成像系统电子光学参量与像差的确定	(486)
第十六章 电磁聚焦移像系统的逆设计		
§ 16.1	数学模型	(497)
§ 16.2	最优化方法与迭代步骤	(503)
§ 16.3	电磁聚焦移像系统的约束逆设计	(511)
第十七章 典型成像系统的电子光学分析		
§ 17.1	静电聚焦两电极系统——定焦型像管	(533)
§ 17.2	静电聚焦三电极可调焦与快门像管	(542)
§ 17.3	四电极低畸变与变倍型像管	(547)
§ 17.4	电磁聚焦移像系统	(554)
§ 17.5	焦深与电子光学公差分析	(562)
第十八章 发射系统的电子光学		
§ 18.1	相空间概念与刘维尔定理	(570)
§ 18.2	束流发射度及其在电子光学系统中的变换	(576)
§ 18.3	曲近轴电子运动方程	(581)
§ 18.4	考虑横向初速的发射系统的计算	(584)
§ 18.5	考虑横向和纵向初速的发射系统的计算	(598)
第十九章 变像管高速摄影的电子光学		
§ 19.1	超短光脉冲测量及其参数	(610)
§ 19.2	旋转对称和平面分布的空间电荷场及其运动方程	(616)
§ 19.3	稳态和非稳态空间电荷场的求解	(623)
§ 19.4	动态电子光学系统的时间响应特性	(630)
§ 19.5	高速摄影变像管中的偏转系统	(640)
附录		
附录1	微分几何中的 Frenet-Serret 公式	(649)
附录2	张量分析基础	(651)
§ 2.1	斜角坐标系中的张量	(651)

§ 2.2	张量概念	(663)
§ 2.3	张量代数	(668)
§ 2.4	曲线坐标系	(672)
§ 2.5	张量的绝对微分	(681)
§ 2.6	张量的协变导数	(687)
§ 2.7	一般坐标系中的梯度、散度、旋度与拉普拉辛	(689)
§ 2.8	曲线坐标系中自由质点的运动	(695)
附录3	各种不同坐标系下的张量表达式	(700)
参考文献		(706)

第一章 场和电子运动的一般原理和基本方程

通常,电子光学研究可以分为四个方面:

1. 电子光学系统中静电场和磁场的分布;
2. 在静电场和磁场作用下电子的运动轨迹;
3. 系统的电子光学聚焦、偏转和成像特性,电子光学像差与传递函数;
4. 电子光学系统的正设计、逆设计和优化设计.

在电子光学研究中,确定静电场和磁场分布是一个基本问题和必要的前提. 在研究电子在静场作用下的运动轨迹时,通常有两条途径:一是直接由牛顿型电子运动方程出发,推导电子运动的轨迹方程^[261,286];一是利用电子在静场中运动和光在光学媒质中传播之间的深刻的相似性,从最小作用量原理出发,推导电子运动的轨迹方程^[54,203,231]. 自然,殊途同归,这两条途径得到的结果是相同的. 场和电子轨迹研究的目的是为了获取评价系统的信息;系统的理想成像、聚焦偏转特性、电子光学像差和传递函数的研究,对评价一个电子光学系统是十分重要的;而对系统进行正设计或逆设计以及优化设计从而满足所需要的像质要求,乃是电子光学研究和应用的一项重要任务.

本章将叙述静场和电子运动的一般原理和基本方程,介绍它们在一般曲线坐标系中的表示形式. 这将是今后研究宽束电子光学和细束电子光学的基础和出发点. 在本章和下两章的叙述中,我们将采用张量分析的方法. 张量分析已被证明为有效的数学工具,希望读者在阅读这三章之前,能预先复习一下附录中有关张量分析的基本概念,^[104,130]以及电子光学的基础知识.^[7,41,116]

§ 1.1 静场的基本方程^[44,54,104]

1.1.1 静电场和静磁场的基本方程

本书在考虑电场和磁场分布时,通常作如下假定:^[54,203]

(1)场是静场,即场不随时间变化;

(2)真空中的场;

(3)场中不存在自由空间电荷或空间电流分布,即略去电子束本身的空间电荷和空间电流分布的影响.

众所周知,真空中静电磁场的麦克斯韦方程组为^[6]

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (1-1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho_0 / \epsilon_0 \quad (1-2)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (1-3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1-4)$$

式中, $\mathbf{E}$ 是电场强度; $\mathbf{B}$ 是磁感应强度; ρ_0 和 $\mathbf{J}$ 分别是自由空间电荷和自由空间电流密度; ϵ_0 和 μ_0 分别是真空中的介电常数和磁导率. 在本书中,我们采用国际单位制(SI).

根据上述第三个假定,当忽略电子束本身的空间电荷和空间电流分布的影响,即 ρ_0 和 $\mathbf{J}$ 可认为是零,于是,方程(1-2)及(1-3)成为

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (1-5)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = 0 \quad (1-6)$$

由此可见,静电场和静磁场是彼此独立的. 我们可以分别加以讨论.

首先讨论静电场.(1-1)式表明静电场是无旋的. 因此可引入电位 φ :

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi \quad (1-7)$$

这里 φ 可以确定到一个任意可加常数. 将(1-7)式代入(1-5)式,得到