高等学校教材

「第三版」中册

电路分析基础

DIANLUFENXI
JICHU

李瀚荪　编

高等教育出版社

高等学校教材

电路分析基础

(第三版)

中　　册

李瀚荪

高等教育出版社

(京)112 号

图书在版编目(CIP)数据

电路分析基础　中册/李瀚荪编.—3 版.—北京:高等教育出版社,1998 重印
ISBN 7-04-004114-6

Ⅰ.电…　Ⅱ.李…　Ⅲ.电路分析-电路理论-高等学校-教材　Ⅳ.TM133

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 00915 号

*

高等教育出版社出版
新华书店总店北京发行所发行
中国科学院印刷厂印装

*

开本 850×1168　1/32　印张 8.75　字数 220 000
1993 年 4 月第 3 版　　1998 年 7 月第 7 次印刷
印数　272 712—287 721
定价　8.70 元

目　　录

第二部分　动态电路分析

第二部分

动态电路分析

第 六 章

电容元件与电感元件

本书的第一部分讨论了电阻电路的分析方法。电阻电路是用代数方程来描述的，这就意味着：如果外施的激励源（电压源或电流源）为常量，那末，在激励作用到电路的瞬间，电路的响应也立即为某一常量。例如，在由一个线性电阻元件和一个电压源组成的电路中，电压与电流的关系是由 $u=Ri$ 这一线性代数方程来描述的。如果电阻为 10Ω，电源电压为 10V，那末，在 10V 电压（激励）施加于电路的瞬间，电路内立即就会有 1A 的电流（响应）；如果电源电压变为 5V，电路中的电流也立即变为 0.5A。这就是说，电阻电路在任一时刻 t 的响应只与同一时刻的激励有关，与过去的激励无关。因此，电阻电路是“无记忆”的，或说是“即时的”（instantaneous）。

实际上，许多实际电路并不能只用电阻元件和电源元件来构成它的模型。在模型中往往不可避免地要包含电容元件和电感元件。这两种元件的伏安关系都涉及对电流、电压的微分或积分，我们称这种元件为**动态元件**（dynamic element）。电路模型中出现动态元件是由于下列原因：

（1）在实际电路中我们有意地接入了电容器、电感器等器件。这是由于要求电路能够实现某种功能的需要，例如，电阻电路不能完成滤波必须利用动态元件才能实现这一功能。

（2）当信号变化很快时，一些实际器件已不能再用电阻模型

来表示。例如，一个电阻器不能只用电阻元件来表示，而必须考虑到磁场变化及电场变化的现象，在模型中应该增添电感、电容等动态元件。当信号变化很快时，晶体管也不能再用电阻模型来表示。

至少包含一个动态元件的电路称为动态电路。任何一个电路不是电阻电路便是动态电路。动态电路在任一时刻的响应与激励的全部过去历史有关，这是和电阻电路完全不同的。例如，一个动态电路，尽管输入已不再作用，但仍然可以有输出，因为输入曾经作用过。这就是说，动态电路是有记忆的。本书的第二部分即讨论此种动态电路的分析①，但只限于一阶和二阶的动态电路，共分为五章。

在本书第一章中早已指出，两类形式的约束是电路分析的基本依据。基尔霍夫定律施加于电路的约束关系只取决于电路的联接方式而与构成电路的元件性质无关，这就是说，不论是电阻电路还是动态电路都要服从这一定律。为解决动态电路的分析问题，还须知道电容元件和电感元件的电压、电流约束关系。作为第二部分的首章，本章将讨论电容元件和电感元件的定义、伏安关系，并引入记忆，状态等概念，为动态电路的分析奠定基础。

§6-1 电容元件

电路理论中的电容元件(capacitor)是(实际)电容器的理想化模型。

把两块金属极板用介质隔开就可构成一个简单的电容器。由于理想介质是不导电的，在外电源作用下，两块极板上能分别存贮

① 本部分讨论动态电路的时域分析。有关动态电路复频域分析的简述见本书附录A。

等量的异性电荷。外电源撤走后，这些电荷依靠电场力的作用，互相吸引，而又为介质所绝缘不能中和，因而极板上的电荷能长久地存贮下去。因此，电容器是一种能存贮电荷的器件。在电荷建立的电场中贮藏着能量，因此，我们也可以说电容器是一种能够存贮电场能量的器件。理想的电容器应该只具有存贮电荷从而在电容器中建立起电场的作用，而没有任何其他的作用，也就是说，理想电容器应该是一种电荷与电压相约束的器件。由此，可定义出一种电容元件视为实际电容器的理想化模型。电容元件的定义如下：一个二端元件，如果在任一时刻 t，它的电荷 $q(t)$ 同它的端电压 $u(t)$ 之间的关系可以用 $u-q$ 平面上的一条曲线来确定，则此二端元件称为电容元件。在某一时刻 t，$q(t)$ 和 $u(t)$ 所取的值分别称为电荷和电压在该时刻的瞬时值。因此，我们说电容元件的电荷瞬时值和电压瞬时值之间存在着一种代数关系。电容元件的符号如图 6-1 所示，这一符号与第一章表 1-1 中实际电容器的图形符号一样，但含义不同。在讨论 $q(t)$ 与 $u(t)$ 的关系时，通常采用关联的参考方向，即在假定为正电位的极板上电荷也假定为正。我们把 $q(t)$ 标注在假定为带有正电荷的极板侧，亦即标注在假定为正电位的极板侧。图 6-1中 $q(t)$ 与 $u(t)$ 即假设为关联参考方向。

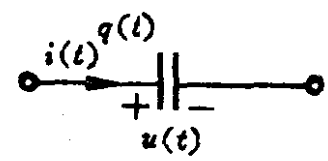


图 6-1　电容元件的符号

如果 $u-q$ 平面上的特性曲线是一条通过原点的直线，且不随时间而变，则此电容元件称之为**线性非时变电容元件**，亦即

$$q(t)=Cu(t) \tag{6-1}$$

式中 C 为正值常数，它是用来度量特性曲线斜率的，称为电容（capacitance）。在国际单位制中，C 的单位为法拉（中文代号为法，国际代号为 F）。习惯上，我们也常把电容元件简称为电容，并且，如不加申明，电容都系指线性非时变电容。

实际的电容器除了具备上述的存贮电荷的主要性质外，还有一些漏电现象，这是由于介质不可能是理想的，多少有点导电能力的缘故。在这种情况下，电容器的模型中除了上述的电容元件外，还应增添电阻元件。

一个电容器，除了标明它的电容量外，还需标明它的额定工作电压。从(6－1)式可知，一个电容器两端的电压越高，聚集的电荷也就越多。但是每一个电容器允许承受的电压是有限度的，电压过高，介质就会被击穿。一般电容器被击穿后，它的介质就从原来不导电变成导电，丧失了电容器的作用。因此，使用电容器时不应超过它的额定工作电压。

思考题

6－1 (1) 对图6－2所示电容，电荷与电压的关系应表示为 $q_1 = Cu$ 还是 $q_2 = Cu$？还是两个式子都可以？若 $C = 0.02\mu F$，$u = -10V$，问 q_1 是多少？q_2 是多少？

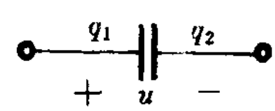


图6－2 思考题6－1

(2) 接续(1)，试填写下表

$C(\mu F)$	$u(V)$	$q_1(\mu C)$	$q_2(\mu C)$
2	10	20	−20
1	15	( )	( )
0.5	( )	( )	−0.5
2	( )	4	( )

§6－2 电容的伏安关系

虽然电容是根据 $q-u$ 关系来定义的，如(6－1)式所示，但在电路分析中我们感兴趣的往往是元件的 VAR，本节推导电容的 VAR。

设电容如图 6－1 所示，且设电流 $i(t)$ 的参考方向箭头指向标注 $q(t)$ 的极板，这就意味着当 $i(t)$ 为正值时，正电荷向这一极板聚集，因而电荷 $q(t)$ 的变化率为正。于是，我们有

$$i(t)=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \tag{6-2}$$

又设电压 $u(t)$ 和 $q(t)$ 参考方向一致，则对线性电容，得

$$q(t)=Cu(t) \tag{6-3}$$

以(6－3)式代入(6－2)式得

$$i(t)=\frac{\mathrm{d}Cu}{\mathrm{d}t}=C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \tag{6-4}$$

这就是电容的 VAR，其中涉及对电压的微分。显然，这一公式在 u 和 i 参考方向一致的前提下才能使用。如 u 和 i 的参考方向不一致，则

$$i(t)=-C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \tag{6-5}$$

(6－4) 式表明：在某一时刻电容的电流取决于该时刻电容电压的**变化率**。如果电压不变，那末 $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ 为零，虽有电压，但电流为零，因此，电容有隔直流的作用。电容电压变化越快，即 $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ 越大，则电流也就越大。这是因为电容聚集电荷，当两端电压发生变化时，聚集的电荷也相应地发生变化，这时才会有电荷在电路的导线中移动，形成电流①，当两端电压不变时，电荷也不变化，这时虽有电压，但电容中并没有电流。这和电阻元件完全不同，电阻两端只要有电压(不论是否变化)，电阻中就一定有电流。

我们也可以把电容的电压 u 表示为电流 i 的函数。对(6－4)

---

① 电流是以位移电流的形式通过介质的。介质中的电场强度发生变化时才能产生位移电流。

式积分可得

$$u(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}i(\xi)\mathrm{d}\xi \tag{6-6}$$

如果我们只需了解在某一任意选定的初始时刻 t_0 以后电容电流的情况，我们可以把(6-6)式写为

$$u(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t_0}i(\xi)\mathrm{d}(\xi)+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t}i(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$=u(t_0)+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t}i(\xi)\mathrm{d}\xi \qquad t\geqslant t_0 \tag{6-7}$$

(6-6) 式告诉我们：在某--时刻 t 时电容电压的数值并不取决于该时刻的电流值，而是取决于从 $-\infty$ 到 t 所有时刻的电流值，也就是说与电流全部过去历史有关。这是因为电容是聚集电荷的元件，电容电压反映聚集电荷的多寡，而电荷的聚集是电流从 $-\infty$ 到 t 长期作用的结果。我们研究问题总有一个起点，即总有一个初始时刻 t_0，那末(6-7)式又告诉我们：没有必要去了解 t_0 以前电流的情况，t_0 以前全部历史情况对未来($t>t_0$ 时)产生的效果可以由 $u(t_0)$，即电容的初始电压来反映。也就是说，如果我们知道了由初始时刻 t_0 开始作用的电流 $i(t)$ 以及电容的初始电压 $u(t_0)$，就能确定 $t\geqslant t_0$ 时的电容电压 $u(t)$。

电容是聚集电荷的元件，(6-4)式和(6-6)式实际上是分别从电荷变化的角度和电荷积累的角度来描述电容的伏安关系的。

例 6-1 电容与电压源相接如图 6-3(a)所示，电压源电压随时间按三角波方式变化如图(b)，求电容电流。

解 已知电源两端电压 $u(t)$，求电流可用(6-4)式。

从 0.25 到 0.75ms 期间，电压 u 由 +100V 线性下降到 -100V，其变化率

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=-\frac{200}{0.5}\times10^3=-4\times10^5$$

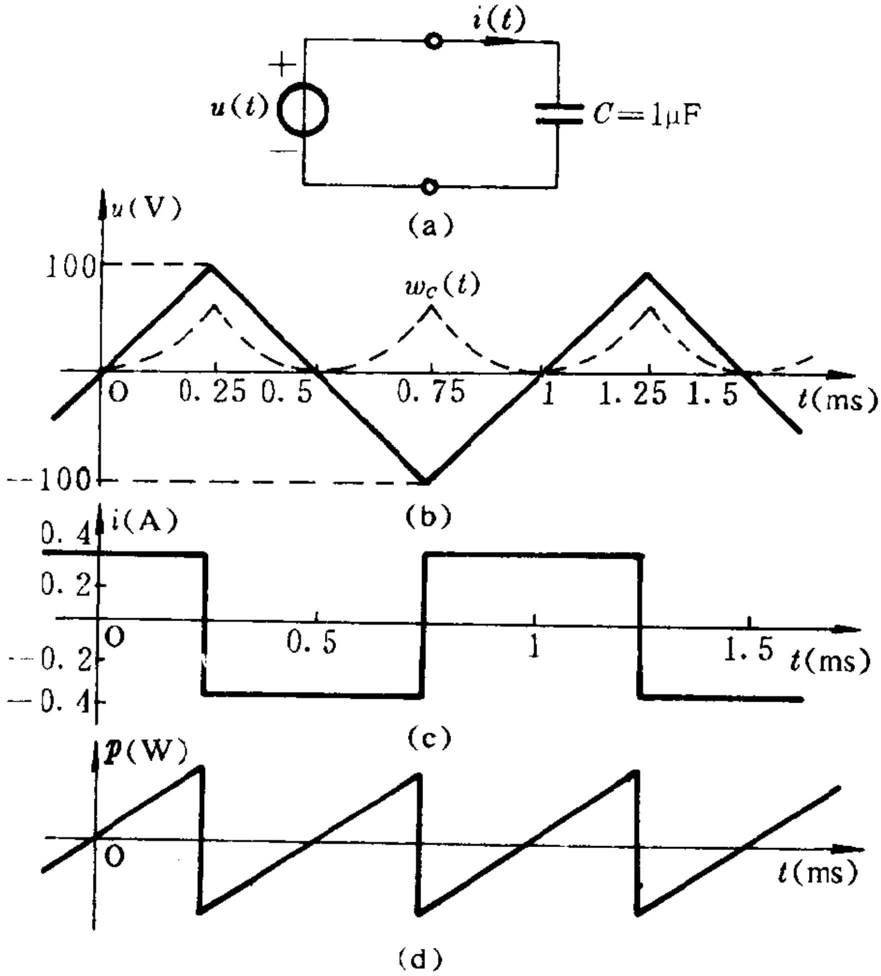


图 6-3 线性电容对三角波电压源的响应

故知在此期间,电流

$$i = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = -10^{-6}\times4\times10^{5} = -0.4\mathrm{A}$$

从 0.75 到 1.25ms 期间

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \frac{200}{0.5} = 4\times10^{5}$$

故知在此期间

$$i = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = 10^{-6}\times4\times10^{5} = 0.4\mathrm{A}$$

故得电流随时间变化的曲线如图(c)中所示,这种曲线称为波形图。

从本例可见电容的电压波形和电流波形是不相同的，这一情况和电阻元件所表现的情况是不同的。

例 6－2 设图 6－3 所示电容改为与一电流源相接，如图 6－4(a)，电流波形如图(b)中所示，试求电容电压。设 $u(0)=0$。

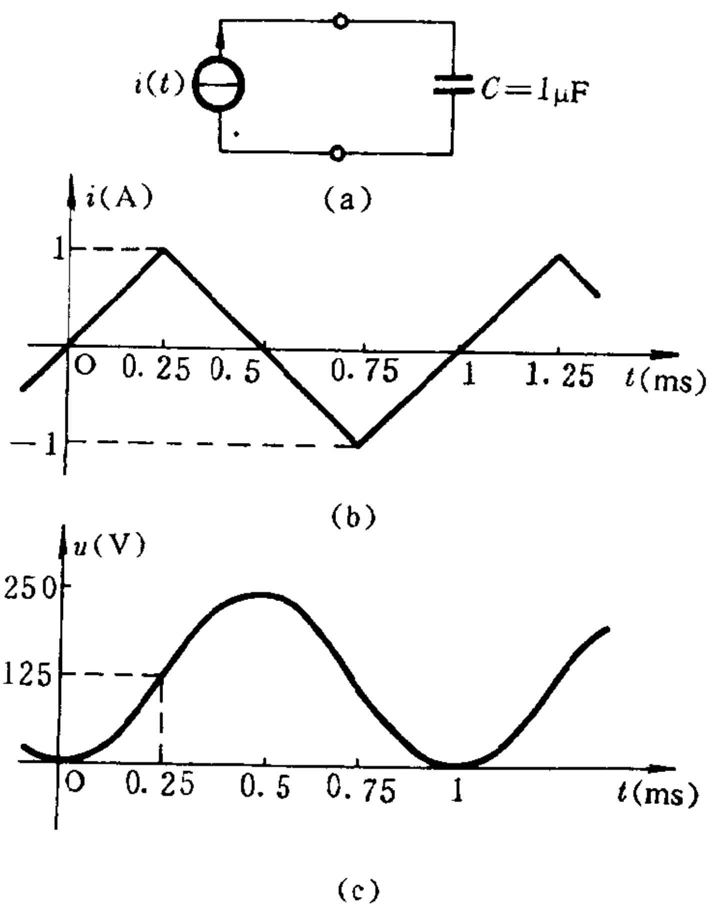


图 6－4 线性电容对三角波电流源的响应

解 已知电容电流求电容电压时，可用(6－7)式。为此必须写出 $i(t)$ 的函数式，对所示三角波可分段写为

$$i=\frac{1}{0.25\times10^{-3}}t=4\ 000t \qquad 0\leqslant t\leqslant 0.25\times10^{-3}\mathrm{s}$$

$$i=-\frac{1}{0.25\times10^{-3}}(t-0.5\times10^{-3})$$

$$=-4\ 000t+2 \qquad 0.25\times10^{-3}\mathrm{s}\leqslant t\leqslant 0.75\times10^{-3}\mathrm{s}$$

$$i=\frac{1}{0.25\times10^{-3}}(t-10^{-3})$$

$$=4\,000t-4 \qquad 0.75\times10^{-3}\text{s}\leqslant t\leqslant 1.25\times10^{-3}\text{s}$$

等等。利用(6－7)式,分段计算 $u(t)$:

$0\leqslant t\leqslant 0.25\times10^{-3}$s 期间

$$u(t)=u(0)+\frac{1}{C}\int_0^t i(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$=10^6\int_0^t 4\,000\xi\mathrm{d}\xi=2\times10^9t^2$$

电压随时间按抛物线规律上升,当 $t=0.25$ms 时,电压为 125V

$0.25\times10^{-3}\text{s}\leqslant t\leqslant 0.75\times10^{-3}$s 期间

$$u(t)=u(0.25\times10^{-3})+\frac{1}{C}\int_{0.25\times10^{-3}}^t i(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$=125+10^6\int_{0.25\times10^{-3}}^t(-4\,000\xi+2)\mathrm{d}\xi$$

$$=-250+2\times10^6t-2\times10^9t^2$$

此为一开口向下的抛物线方程,其顶点在 $t=0.5$ms、$u=250$V 处。当 $t=0.75$ms 时,电压下降到 125V。

$0.75\times10^{-3}\text{s}\leqslant t\leqslant 1.25\times10^{-3}$s 期间

$$u(t)=u(0.75\times10^{-3})+\frac{1}{C}\int_{0.75\times10^{-3}}^t i(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$=125+10^6\int_{0.75\times10^{-3}}^t(4\,000\xi-4)\mathrm{d}\xi$$

$$=2\,000-4\times10^6t+2\times10^9t^2$$

此为一开口向上的抛物线方程,其顶点在 $t=1$ms, $u=0$ 处。

电压波形如图(c)所示。

从定积分的几何意义可知:若 $i(t)\geqslant0$,(6－7)式中的定积分就表示位于曲线 $i(t)$下方,由 t 轴、积分的上、下限所围成的图形的面积。该面积随着 t 的变动而变化。据此,我们也可从求该面积着手求解本例。

思考题

6－2　一个 1F 的电容，在某一时刻，其两端的电压为 10V，能否算出该时刻的电流是多少？为什么？

如果已知电压为 $u=5t^2$，且在某一时刻的瞬时值为 10V，结果又如何？

6－3　(1) 试根据例 6－1 中分析所得的，在 $t=0$、0.25、0.5、0.75、1、1.25ms 时的一组 u 和 i 的数据，绘出该电容的 $u-i$ 特性曲线草图；

(2) 试根据例 6－2 分析结果，重复(1)；

(3) 同为一个 1μF 的电容，(1)、(2)结果是否相同？

6－4　设有一个 1F 的电容，求在下列各种电压波形作用时的伏安特性曲线：(1) $u=10\sin t$ V；(2) $u=10e^t$ V；(3) $u=10$V。

6－5　试判断下列各种说法是否正确：

(1) 一个线性非时变电容可以用唯一的一条伏安特性曲线来表征；

(2) 一个线性非时变电容可以用唯一的一条 $u-q$ 特性曲线来表征；

(3) 一个线性非时变电容可以用唯一的一条 $i-\frac{du}{dt}$ 特性曲线来表征。

6－6　从例 6－1 和例 6－2 可知，电容的电压和电流波形是不相同的，你能根据微分的基本知识举出一个波形相同的例子么？

练习题

6－1　试绘出图 6－5 所示电路中元件两端的电压波形，开关在 $t=0$ 时打开。

$\left(20\text{V 的阶跃波；斜率为}\frac{5}{2}\text{的斜坡波}\right)$

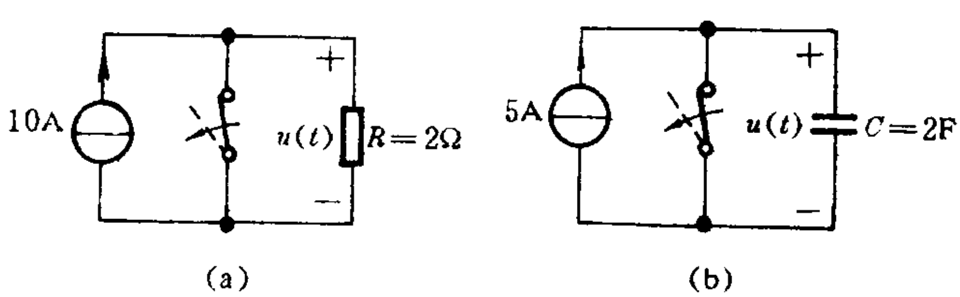
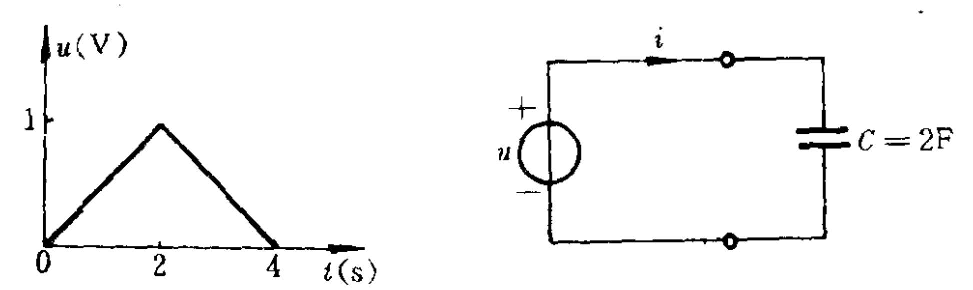


图 6－5　练习题 6－1

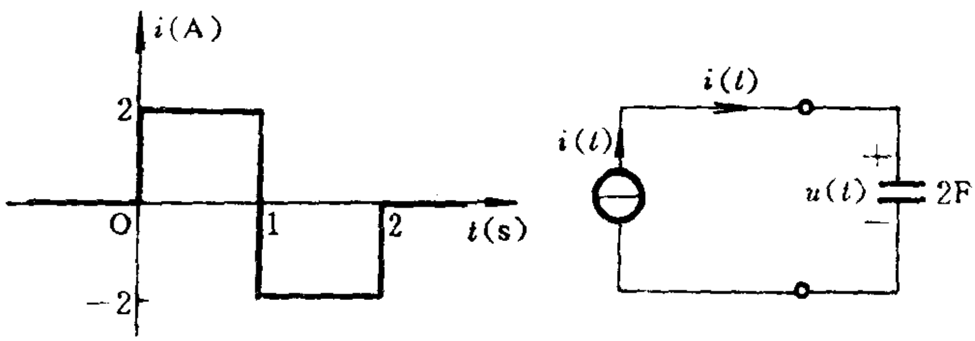
6－2　电压 u 施加于一电容 C，如图 6－6 中所示。试求 $i(t)$，并绘出波形图。



(a)　　　　　　　　(b)

图6-6　练习题6-2

6-3　电流源的电流波形如图6-7(a)所示,施加于2F电容上,如图6-7(b)所示。设 $u(0)=0$,试求 $u(t)$,并绘出波形图。



(a)　　　　　　　　(b)

图6-7　练习题6-3

6-4　接续上题,若 $u(0)=-\frac{1}{2}$V,重复上题所求各项。

§6-3　电容电压的连续性质和记忆性质

电容的VAR

$$u_C=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}i(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$=u_C(t_0)+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t}i(\xi)\mathrm{d}\xi\qquad t\geqslant t_0$$

反映电容电压的两个重要性质,即电容电压的连续性质和记忆性质。

设想作用于电容的电流波形如图6-8(a)所示,若 $u(0)=0$,