

140789

TM13
1984

网络与系统的机助分析与设计

孙士乾 李培芳 江传桂 编著

浙江大学出版社

(浙)新登字 10 号

内 容 简 介

全书内容包括直流电路、交流电路、非线性电路、信号分析、多端口网络、电路的过渡过程、状态方程、网络优化设计、降阶改进节点法和广义状态方程、系统机助分析、网络的零器模型和灵敏度分析、大型程序 SPICE。书中有许多基本的通用程序,并附有例题、习题和习题答案。

本书可作为高等工科院校、电大、职大的“网络的机助分析与设计”课的教材,本书程序可供“电路原理”课上机实习使用,也可作为研究生、工程技术人员和高等院校教师等编程的参考资料。

网络与系统的机助分析与设计
孙士乾 傅培芳 江传桂 编著
责任编辑 陈子饶

浙江大学出版社出版
浙江大学出版社出版计算机中心电脑排版
浙江印刷发行学校印刷厂印刷
浙江省新华书店发行

*

787×1092 16 开 24.5 印张 527 千字
1993 年 3 月第 1 版 1993 年 3 月第 1 次印刷

印数: 0001—1500

ISBN 7-308-01024-4/TP·072 定价: 6.65 元

前 言

本书是在原书“电路分析程序”(浙大出版社,1987年)基础上经过增删编写而成,原书主要适合作为“电路原理”课上机实习资料,但作为一门“网络与系统的机助分析与设计”课的教材,其内容与说理尚嫌不够。本书为此增加了信号分析、优化设计、灵敏度分析和 SPICE 大型程序等内容,本书的一些内容是作者的研究成果,曾发表在国际、国内学报上。本书力求做到从简到繁、循序渐进,层次分明、重点突出。

在编写本书过程中,得到系领导和教研室许多同志的支持和帮助,许多研究生、大学生都参与了本书程序的改进工作,在此一并致以深切的谢意。

由于水平有限,书中有不当之处,恳请读者指正。

作者

1992年3月于浙江大学

目 录

1 直流电路	1
1.1 梯形网络的计算	1
1.2 直流电路节点分析法	7
1.3 直流电路网孔分析法	18
1.4 高斯消去法和矩阵求逆	26
1.5 LU 分解——矩阵的三角分解	31
1.6 对称正定阵的 Cholesky 分解	36
2 正弦交流电路	40
2.1 交流电路节点分析法	40
2.2 电路的传递函数及其频率响应	49
2.3 RLC 串联电路中谐振曲线的绘制	53
2.4 四条曲线的绘制	57
3 非线性直流电路	62
3.1 简单的非线性直流电路计算	62
3.2 复杂的非线性直流电路计算	66
3.3 从牛顿-拉夫逊算法到等值电路模型(友模型)	69
3.4 含晶体管的直流电路计算	69
3.5 修正的牛顿-拉夫逊算法	71
3.6 二极管、晶体管的友模型	75
4 周期信号与非周期信号分析	87
4.1 直流分量、有效值和有功功率计算	87
4.2 周期性非正弦波的分解	90
4.3 傅里叶级数的指数形式与傅里叶变换	94
4.4 离散傅氏变换(DFT)	96
4.5 快速傅氏变换(FFT)	100
4.6 周期性非正弦电压、电流和功率的频域算法	108
5 多端口网络	114
5.1 二端口网络的计算	114
5.2 二端口网络的参数转换	117
5.3 二端口网络的联接	123
5.4 有源多端口混合方程	124
5.5 有源二端口参数方程的列写	126
5.6 传输线方程	130
6 电路的过渡过程	134
6.1 一阶 $R-L$ 、 $R-C$ 电路的过渡过程	134

6.2	二阶 $R-L-C$ 串联电路的过渡过程	137
6.3	多项式求根——利用拉氏变换求解电路的过渡过程(一)	140
6.4	有理分式的部分分式展开——利用拉氏变换求解电路的过渡过程(二)	147
6.5	卷积积分	150
6.6	利用离散化模型求解线性电路的过渡过程	153
6.7	利用离散化、线性化模型求解非线性电路的过渡过程	161
7	状态方程的列写和求解	163
7.1	在网络中列写基本割集矩阵	163
7.2	线性常态网络状态方程的编列	170
7.3	龙格-库塔法——状态方程解法(一)	186
7.4	A-M 法——状态方程解法(二)	191
7.5	刚性方程, 吉尔方法	198
7.6	向后求导公式(BDF)	201
8	网络参数的优化设计	205
8.1	目标函数及其极小化的充要条件	205
8.2	最速下降法——数值优化方法(一)	207
8.3	滤波器的优化设计	213
8.4	牛顿方法和拟牛顿方法——数值优化方法(二)	219
8.5	有约束的优化问题	228
8.6	曲线拟合——最小二乘法	231
9	降阶改进节点法和广义状态方程	235
9.1	改进节点法与降阶改进节点法	235
9.2	利用 MNA 法在有源网络中形成广义状态方程	237
9.3	利用 RMNA 方法直接列写广义状态方程	238
9.4	线性非时变系统的广义状态方程的求解	255
9.5	从广义状态方程计算网络函数矩阵	266
10	线性非时变系统的机助分析	269
10.1	利用矩阵指数计算系统的初始条件响应	269
10.2	计算零输入响应的快速方法	270
10.3	有输入的系统响应转化为无输入的系统响应	272
10.4	从给定的传递函数快速计算冲激响应	274
10.5	任意输入下线性非时变系统响应的快速计算	276
10.6	从连续信号到离散信号, Z 变换	280
10.7	线性离散系统的频率特性	284
11	网络的零器模型和灵敏度分析	289
11.1	降阶节点法用于含零器的线性有源网络	289
11.2	电路灵敏度的概念	304
11.3	含零器的伴随网络与含受控源的伴随网络	305
11.4	含零器伴随网络的特点与灵敏度计算	307
11.5	网络函数的误差与相对灵敏度	310

12 稀疏矩阵与稀疏向量算法	313
12.1 引言	313
12.2 A 阵的行列号对 LU 分解的影响	314
12.3 利用无向拓扑图决定填入	316
12.4 较佳的排序算法	317
12.5 较佳的排序程序	319
12.6 结构对称阵的 LU 分解和 $LUX=b$ 的求解	324
12.7 利用稀疏矩阵解 $AX=b$ 的源程序	327
12.8 Tinney-Walker 算法和 Markowitz 算法及其数据结构	333
12.9 按绝对值大小选主元	336
12.10 稀疏向量技术及程序	337
13 大型电子电路分析程序 SPICE 简介	349
13.1 概述	349
13.2 SPICE 用户指南摘编	349
13.3 利用 SPICE 解电路问题	351
13.4 利用 SPICE 将非正弦周期函数分解为傅利叶级数	361
13.5 状态方程的 SPICE 解法	362
13.6 利用 SPICE 分析晶体管电路	369
《网络与系统的机助分析与设计》源程序目录及其征订单	376
参考文献	378

1 直流电路

1.1 梯形网络的计算

1.1.1 梯形网络中各支路电压电流的计算

如图 1.1-1 所示梯形电阻电路, 已知电压源 E 和各电阻 $R_1, R_2, \dots, R_n$, 求各支路电流和电压。

可以用串、并联电路化简的方法, 将全部电阻化为一个等值电阻, 求出总电流 I_1 , 再依次求电阻 R_1 上的电压 U_1 和 $U_2, I_2, \dots$ 等, 但这种方法不利于编写程序。

现采用另一方法: 先从最右侧列式子, 依次向左侧递推, 则各支路的电流、电压分别为:

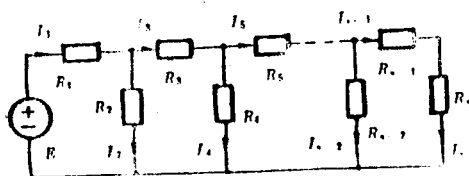


图 1.1-1

$$\begin{cases} I_n = U_n / R_n \\ I_{n-1} = I_n \\ U_{n-1} = R_{n-1} I_{n-1} \end{cases} \quad (1.1-1)$$

$$\begin{cases} U_{n-2} = U_{n-1} + U_n \\ I_{n-2} = U_{n-2} / R_{n-2} \\ I_{n-3} = I_{n-1} + I_{n-2} \\ U_{n-3} = R_{n-3} I_{n-3} \\ \dots\dots\dots \end{cases} \quad (1.1-2)$$

$$\begin{cases} U_2 = U_3 + U_4 \\ I_2 = U_2 / R_2 \\ I_1 = I_2 + I_3 \\ U_1 = R_1 I_1 \end{cases} \quad (1.1-3)$$

$$E = U_1 + U_2 \quad (1.1-4)$$

如设 R_n 上的电压 $U_n = 1V$, 可由上述诸式算得电压源的初定值 E' 。由线性电路的齐次性知实际 R_n 上的电压为

$$U_n = (E/E') U'_n = K U'_n = K \quad (1.1-5)$$

式中 $K = E/E'$ 是电压源的给定值与初定值之比, 再将各支路电压、电流都乘以 K , 即得实际的电压和电流。

1.1.2 流程图和源程序

程序的流程图见图 1.1-2。首先输入支路数 N (即电阻个数, 按照图 1.1-1 的规定 N 须为偶数), 电压源值 E 和各支路电阻值 $R(J), J=1, 2, \dots, N$ 。设定 R_n 上的电压 $U(N)=1$, 计算各支

路的电流和电压,此时分三步进行;先由式(1.1-1)算出 I_n, I_{n-1} , 和 U_{n-1} ;再由式(1.1-2)、(1.1-3)利用循环语句(DO 语句)把其余电阻的电压、电流算出,最后利用式(1.1-4)求电压源的初定值 EE [即式(1.1-5)中的 E']。对于电源电压的给定值 E ,利用式(1.1-5)求得比例系数 $K=E/EE$,再利用循环语句将各支路的电流、电压都乘以 K ,即得它们的实际值,最后将结果打印出来。

本算法可用于任意多节的梯形网络计算(每一节由一个串联电阻和一个并联电阻组成),如果 $R_n=0$,可将 R_{n-1} 分成两个串联电阻,凑出一个不为零的电阻 R_n 来;又如 $R_1=0$ 时,可将 R_2 也去掉,仍可利用本算法。编程中利用循环语句使程序大为简化。读者可试用串、并联的方法编程,则程序不但长,且计算量也大。

衡量一个程序的质量的重要指标之一是它需要的计算量,在计算机中做乘法要比做加减法需要的时间多,所以我们只需考虑其乘除法的数量;在本算法中,设电阻个数 n 很大,从式(1.1-2)、(1.1-3)知,每做一节计算需 2 次乘除法,现有 $n/2$ 节,则共需 n 次乘除法;在式(1.1-5)后,各支路电压,电流都要乘以 K ,故需 $2n$ 次乘除法,于是本算法约需 $3n$ 次乘除法,这是一种高效算法。

程序中的变量和数组符号分别为:

N :支路数

E :电源电势值;

$R(100)$:各支路电阻值;

$I(100), V(100)$:各支路电流和电压值;

中间变量有 J, NN, EE (电压源初定值,即 E') 和 K 。

源程序清单如下:

```

• NO. --1.1-]
• A PROGRAM TO COMPUTE CURRENTS,
• VOLTAGES OF A DC LADDER NETWORK
REAL I(100),V(100),R(100),K
WRITE(6,21)
21 FORMAT(///1X,' PLEASE INPUT DATA' /
• 1X,' N=? E=?' /)
READ(5,1)N,E
1 FORMAT(I3,F8.2)
WRITE(6,2)
2 FORMAT(1X,' R(J)=? (J=1,N)' /)
READ(5,11)(R(J),J=1,N)
11 FORMAT(10F8.3)
WRITE(6,12)N,E
12 FORMAT(2X,40(1H.)2X,' N=' ,I3,
* 2X,' E=' ,F8.2)
WRITE(6,5)(J,R(J),J=1,N)
5 FORMAT(2(2X,' R(' ,I3,' )=' ,E12.4))
WRITE(6,6)
6 FORMAT(2X,40(1H.))

```

• 2 •

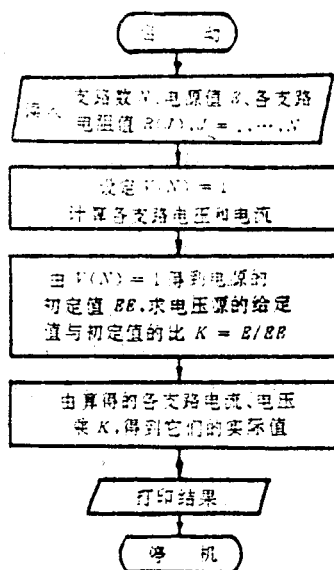


图 1.1-2

```

* COMPUTE THE CVRRENTS AND VOLTAGES OF ALL BRANCHES
* WHEN V(N)=1
V(N)=1.0
I(N)=V(N)/R(N)
I(N-1)=I(N)
V(N-1)=I(N-1)*R(N-1)
NN=N-2
DO 8 L=2,NN,2
J=NN-L+2
V(J)=V(J+1)+V(J+2)
I(J)=v(J)/R(J)
I(J-1)=I(J)+I(J+1)
8 V(J-1)=I(J-1)*R(J-1)
EE=V(1)+V(2)
K=E/EE
* COMPUTE THE CURRENTS AND VOLTAGES OF ALL BRANCHES
* WHEN E IS THE GIVEN VALUE.
DO 9 J=1,N
I(J)=I(J)*K
9 V(J)=V(J)*K
WRITE(6,10)
10 FORMAT(/2X,BRANCH NO:',5X,' CURRENT',5X
* ' VOLTAGE' )
WRITE(6,15)(J,I(J),V(J),J=1,N)
15 FORMAT(/(2X,I5,5X,2E12.4))
STOP
END

```

例 1.1-1 如图 1.1-3 所示电路, 已知 $E=10V$, $R_1=1\Omega$, $R_2=2\Omega$, $R_3=3\Omega$, $R_4=4\Omega$ 。求图中各支路电流及电压。

解 输入数据及结果打印如下:

PLEASE INPUT DATA

N=? E=? (支路数和电压源值)

=4,10.

R(J)=? (J=1,N) (各电阻值)

=1.0,2.0,3.0,4.0

N=4 E=10.00

R(1)=0.1000E 01 R(2)=0.2000E 01

R(3)=0.3000E 01 R(4)=0.4000E 01

BRANCH NO:	CURRENT	VOLTAGE
1	0.3913E 01	0.3913E 01
2	0.3043E 01	0.6087E 01
3	0.8696E 00	0.2609E 01
4	0.8696E 00	0.3478E 01

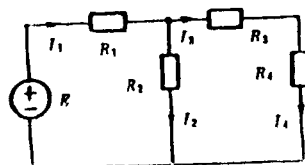


图 1.1-3

1.1.3 梯形网络中输入电阻的计算

如果在图 1.1-1 所示的梯形网络中, 只要求输入电阻 R_i , 即 $R_i=E/I_1$, 可以利用下列连分式计算:

$$R_i = R_1 + \frac{1}{G_2 + \frac{1}{R_3 + \frac{1}{G_4 + \frac{1}{\ddots R_{n-1} + \frac{1}{G_n}}}}} \quad (1.1-6)$$

式中电导 $G_2, G_4, \dots, G_n$ 分别电阻 $R_2, R_4, \dots, R_n$ 的倒数。我们将上式简记为:

$$R_i = R_1 + \frac{1}{G_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{G_4} + \dots + \frac{1}{G_n} \quad (1.1-7)$$

为计算式(1.1-6)连分式的值,可利用如下的数学方法:

$$\text{设 } C_k = b_0 + \frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2}{b_2} + \dots + \frac{a_k}{b_k} = \frac{U_k}{D_k} \quad (1.1-8)$$

$k=1, 2, \dots, n$ 。 U_k, D_k 分别为 C_k 的分子、分母,可由下列递推公式计算:

$$\begin{aligned} U_k &= b_k U_{k-1} + a_k U_{k-2} \\ D_k &= b_k D_{k-1} + a_k D_{k-2} \end{aligned} \quad k=1, 2, \dots, n \quad (1.1-9)$$

式中 $U_{-1}=1, U_0=b_0, D_{-1}=0, D_0=1$

(1.1-10)

利用归纳法,易证明上式成立^①。现以图 1.1-3 中的电路为例说明利用式(1.1-9)计算输入电阻的方法;对照式(1.1-8)和式(1.1-6)可知:

$b_0 = R_1 = 1\Omega, b_1 = G_2 = 1/2s, b_2 = R_3 = 3\Omega, b_3 = G_4 = 0.25s$, 而 $a_1 = a_2 = a_3 = 1$, 于是

$$R_i = R_3 = b_0 + \frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} + \frac{1}{b_3}$$

由式(1.1-10)知: $U_{-1}=1, U_0=b_0=1, D_{-1}=0, D_0=1$ 。又由式(1.1-9)知:

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{1}{2} \times 1 + 1 \times 1 = \frac{3}{2}, \\ D_1 &= \frac{1}{2} \times 1 + 1 \times 0 = \frac{1}{2} \end{aligned} \quad C_1 = \frac{U_1}{D_1} = 3\Omega$$

$$\begin{aligned} U_2 &= 3 \times \frac{3}{2} + 1 \times 1 = \frac{11}{2} \\ D_2 &= 3 \times \frac{1}{2} + 1 \times 1 = \frac{5}{2} \end{aligned} \quad C_2 = \frac{U_2}{D_2} = \frac{11}{5} (\Omega)$$

$$\begin{aligned} U_3 &= 0.25 \times \frac{11}{2} + 1 \times \frac{3}{2} = \frac{23}{8} \\ D_3 &= 0.25 \times \frac{5}{2} + 1 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{8} \end{aligned} \quad C_3 = \frac{U_3}{D_3} = 2.556 (\Omega)$$

即输入电阻是 2.556Ω。

下面考察本算法的乘除计算量。设电阻个数 n 很大,从式(1.1-9)知,每求一次 U_k 和 D_k ($k=1, 2, \dots, n$) 需要 2 次乘法(注意由于 $a_k=1$ 每次递推可节省 2 次乘法),于是共需 $2n$ 次乘法,即本算法约需 $2n$ 次乘除法。

回忆程序 1.1-1 约需 $3n$ 次乘除法,而本程序只需求输入电阻,约需 $2n$ 次乘除法。可以说两个程序需要 kn 次乘除法($k=3$ 或 2),我们也常说这两个算法的复杂度是 $O(n)$ 。

^① 注:参见“数值逼近”,李岳生、黄友谦编,人民教育出版社,1978年12月,第328—332页

1.1.4 源程序说明

计算梯形网络的输入电阻的步骤如下:

1. 读入支路数 N , 电源值 E 和各支路电阻值 $R(J)$, $J=1, 2, \dots, N$, 注意 N 必为偶数;
2. 将 $R_2, R_4, \dots, R_N$ 变为电导 $G_2, G_4, \dots, G_N$ 于是 $B(1)=R_1, B(2)=G_2, B(3)=R_3, B(4)=G_4, \dots$, 注意数组的第 1 元素 $B(1)$ 与式(1.1-8)中 b_0 的下标差 1;
3. 设定 $U(1)=1, U(2)=B(1), D(1)=0, D(2)=1$, 注意数组 U (和 B) 的第 1 元素从 $U(1)[D(1)]$ 开始, 所以与式(1.1-10)中的下标差 2;
4. 利用递推公式(1.1-9)计算 $U(K), D(K)$
$$U(K)=B(K-1) * U(K-1)+U(K-2) \quad K=3, 4, \dots, N+1$$
$$D(K)=B(K-1) * D(K-1)+D(K-2)$$

式中已考虑了式(1.1-9)中的各 a 值全为 1, 且已按步骤 2, 3 对下标作了修正;

5. 计算输入电阻 $RI=U(N+1)/D(N+1)$, 并打印输出。

源程序 1.1-2 中各变量和数组分别说明如下:

N : 支路数;

$R(100)$: 开始存放各支路电阻值, 以后相间存放各电阻、电导值(为节约内存, 步骤 2 中的数组 B 就用数组 R 表示);

$U(100), D(100)$: 式(1.1-8)中 C_k 的分子与分母;

RI : 输入电阻。

源程序清单如下:

```
C   NO.--1.1-2
C   A PROGRAM TO COMPUTE THE INPUT RESISTANCE
C   OF A DC LADDER NETWORK
      REAL R(100),U(100),D(100)
      WRITE(6,21)
21  FORMAT(///1X,' PLEASE INPUT DATA' /)
      * 1X,' N=?' )
      READ(5,1) N
1   FORMAT(13,F8.2)
      WRITE(6,2)
2   FORMAT(/1X,' R(J)=?' J=1,N)/)
      READ(5,11) (R(J)=1,N)
11  FORMAT(10F8.3)
      WRITE(6,12) N
12  FORMAT(/2X,40(1H.)/2X,' N=' ,I3)
      WRITE(6,5) (J,R(J),J=1,N)
5   FORMAT(2(2X,' R(' ,I3,' ,E=12.4))
      WRITE(6,6)
6   FORMAT(2X,40(1H.))
C   RESISTANCES WITH EVEN NUMBERS ARE TRANSFORMED
C   INTO CONDUCTANCES
      DO 7 J=2,N,2
```

```

7   R(J)=1./R(J)
C   SET INITIAL VALUES FOR U(1),U(2),D(1),D(2)
    U(1)=1.
    U(2)=R(1)
    D(1)=0.
    D(2)=1.
C   USE RECURSIVE FORMULAS TO COMPUTE U(K),D(K)
    DO 8 K=3,N+1
      U(K)=R(K-1)*U(K-1)+U(K-2)
8   D(K)=R(K-1)*D(K-1)+D(K-2)
    RI=U(N+1)/D(N+1)
    WRITE(6,10)
10  FORMAT(/2X,' INPUT RESISTANCE' )
    WRITE(6,15) RI
15  FORMAT(/2X,E12.4)
    STOP
    END

```

例 1.1-2 电路仍如例 1.1-1(参见图 1.1-3),利用源程序 1.1-2 求输入电阻 R_i 。

解 输入数据及结果打印如下:

PLEASE INPUT DATA

N=?

=4

R(J)=? (J=1,N)

N=4

=1.,2.,3.,4.

R(1)=.1000E+01 R(2)=.2000E+01

R(3)=.3000E+01 R(4)=.4000E+01

INPUT RESISTANCE

0.2556E 01

习 题

1.1-1 如图 1.1-4 所示梯形电路,利用源程序 1.1-1 求各支路电流。

答案:支路电流分别为 21.0,13.0,8.0,5.0,3.0,2.0,1.0,1.0(A)

1.1-2 利用源程序 1.1-2 求图 1.1-4 所示电路的输入电阻。

答案:1.619Ω。

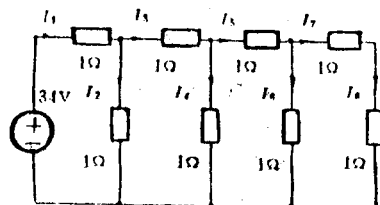


图 1.1-4

1.2 直流电路节点分析法

1.2.1 电路分析方法的选择

线性非时变网络的计算方法有：支路法、节点法、网孔法、割集法等。在机助分析中，通常利用节点法，这是因为：

1. 支路数 b 通常大于独立节点数 $n-1$ ，显然节点方程比支路法方程少；而且独立回路数也常比独立节点数大，因而回路方程、网孔方程亦常比节点方程的个数多；

2. 网孔法只适用于平面网络，而回路法和割集法都需先在网络中选树才能列方程，而节点法只要选一个参考节点（通常选与最多支路相联的节点作为参考节点，在电子电路中常选地作为参考节点）就能列方程了，因而编程简单。

用节点法列写的方程阶数少，但它也有缺点，它不能直接处理无伴电压源支路（包括独立和受控源支路），也不能直接处理短接支路（也包括流控电源中的控制支路），为克服这些缺点，可采用改进节点法和降改进节点法，我们将在 9.1 节中介绍这些方法。

有些机助分析电路教材中，在列写节点方程时同时考虑四种受控源（即 VCCS, VCVS, CCCS 和 C CVS），致使方程复杂化，且仍不能解决节点法固有的缺点。下面只考虑含一种受控源（VCCS）的电路，而将全面考虑四种受控源的情况推迟在改进节点法中研究。

1.2.2 两种组合支路

为了推导电路的节点方程，我们采用图 1.2-1 中的两种组合支路形式（有时称标准支路）。图 1.2-1(a) 为电导组合支路，支路电流为 I_i ，支路电压为 U_i ，支路电导为 Y_i ，独立电压源为 E_i ，独立电流源为 J_i ；图 1.2-1(b) 为含受控源的组合支路，压控电流源 $g_m U'_c$ 受支路 c 中元件 Y_c 的电压 U_c 控制， g_m 为控制系数，于是图 1.2-1(b) 中共有两个组合支路，即 c 支路和 l 支路。

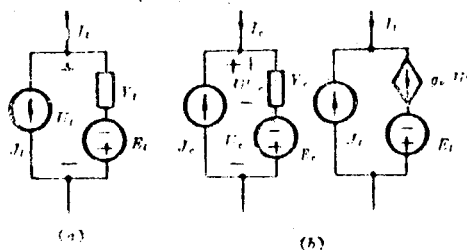


图 1.2-1

对于一个具体电路，如图 1.2-2

(a) 所示，按照前述有关组合支路的规定，将其看作 9 个支路，拓扑图如图 1.2-2(b) 所示，图中各节点、各支路任意编号（受控源支路编在后面），并规定各支路电流、电压的参考方向（按习惯规定法，它们应一致）。注意第 4 支路由 10V、5Ω 组成，第 2 支路由 3A、1Ω 组成，而第 9 支路只含一个压控电流源 $2U_{R4}$ 它受第 4 支路中电阻 5Ω 的电压 U_{R4} 控制。

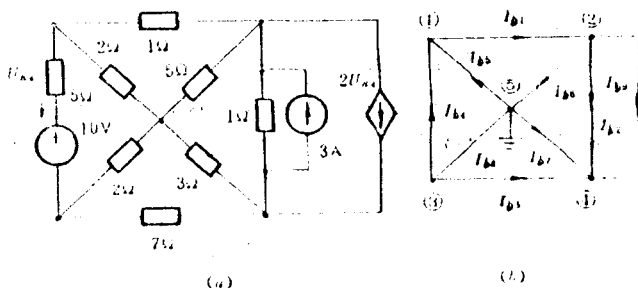


图 1.2-2

1.2.3 节点电压矩阵方程

设电路的节点数为 $n+1$, 支路数为 b , 各支路电流为 $I_{b1}, I_{b2}, \dots, I_{bb}$, 用向量表示:

$I_b = [I_{b1} I_{b2} \dots I_{bb}]^t$, t 表示向量转置, 各支路电压为 $U_{b1}, U_{b2}, \dots, U_{bb}$, 用向量表示:

$U_b = [U_{b1} U_{b2} \dots U_{bb}]^t$

基尔霍夫电流定律的矩阵形式为

$$A I_b = 0 \quad (1.2-1)$$

式中 A 为关联矩阵。

基尔霍夫电压定律的矩阵形式为

$$U_b = A' U_n \quad (1.2-2)$$

式中 U_n 为独立节点电压向量; A' 为关联矩阵的转置矩阵。

组合支路中伏安关系的矩阵形式为

$$I_b = -J_b + Y_b (U_b + E_b) \quad (1.2-3)$$

式中 J_b, E_b 分别是支路独立电流源和支路独立电压源向量; Y_b 是支路电导矩阵。

对于图 1.2-1(a) 所示的组合支路, 支路电流 $I_l = -J_l + Y_l (U_l + E_l)$, 因而 Y_l, E_l, J_l 对 Y_b, E_b, J_b 的贡献分别为:

$$Y_b = \begin{bmatrix} \dots & l & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ l & \dots & Y_l & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}, \quad E_b = l \begin{bmatrix} \vdots \\ E_l \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad J_b = l \begin{bmatrix} \vdots \\ J_l \\ \vdots \end{bmatrix}$$

对于图 1.2-1(b) 所示的组合支路, 支路电流 $I_l = -J_l + g_m (V_c + E_c)$, 因而受控源支路对 Y_b, E_b, J_b 的贡献为:

$$Y_b = \begin{bmatrix} \dots & c & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ l & \dots & g_m & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}, \quad E_b = c \begin{bmatrix} \vdots \\ E_c \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad J_b = l \begin{bmatrix} \vdots \\ J_l \\ \vdots \end{bmatrix}$$

注意, E_l 与受控源 $g_m U_c$ 串联, 它对 E_b 无贡献, 而 E_c 对 E_b 的贡献在讨论第 c 支路(控制支路)时已计入, 则在编程时第 l 支路(受控源支路)的 I_l 式子中可不考虑 E_c 对 E_b 的贡献。

合并式(1.2-1), (1.2-2)和(1.2-3), 可得节点矩阵方程

$$A Y_b A' U_n = A (J_b - Y_b E_b) \quad (1.2-4)$$

$$\text{上式简写为} \quad Y_n U_n = J_n \quad (1.2-5)$$

式中 Y_n 为节点电导矩阵, $Y_n = A Y_b A'$;

J_n 为等效的节点电流源向量, $J_n = A (J_b - Y_b E_b)$ 。

解式(1.2-5)得

$$U_n = Y_n^{-1} J_n \quad (1.2-6)$$

求得各节点电压后, 代入式(1.2-2)可求得各支路电压, 再由式(1.2-3)可求出各支路电流, 从而求得各支路功率。

例 1.2-1 含压控电流源的网络如图 1.2-2(a) 所示, 按图 1.2-2(b) 选定的各节点、各支路的编号, 可立即写出关联矩阵:

$$A = \begin{matrix} \text{①} \\ \text{②} \\ \text{③} \\ \text{④} \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & & & -1 & -1 & & & & \\ -1 & 1 & & & & -1 & & & 1 \\ & & 1 & 1 & & & & 1 & \\ & -1 & -1 & & & & -1 & & -1 \end{bmatrix}$$

支路电流向量为:

$$I_b = [I_{b1} \ I_{b2} \ I_{b3} \ I_{b4} \ I_{b5} \ I_{b6} \ I_{b7} \ I_{b8} \ I_{b9}]^t$$

支路电压向量 U_b 和节点电压向量 U_n 分别为

$$U_b = [U_{b1} \ U_{b2} \ U_{b3} \ U_{b4} \ U_{b5} \ U_{b6} \ U_{b7} \ U_{b8} \ U_{b9}]^t$$

$$U_n = [U_{n1} \ U_{n2} \ U_{n3} \ U_{n4}]^t$$

支路导纳矩阵为

$$Y_b = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & & & \\ & 1 & & & & & & & \\ & & 1/7 & & & & & & \\ & & & 1/5 & & & & & \\ & & & & 1/2 & & & & \\ & & & & & 1/5 & & & \\ & & & & & & 1/3 & & \\ & & & & & & & 1/2 & \\ & & & & & & & & 2 \\ & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

支路独立电流源向量为

$$J_b = [0 \ 3 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^t$$

支路独立电压源向量为

$$E_b = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^t$$

由式(1.2-4)算得的节点导纳矩阵为

$$Y_n = AY_b A^t = \begin{bmatrix} 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{5} & -1 & -\frac{1}{5} & 0 \\ -1-2 & 1 + \frac{1}{5} + 1 & 2 & -1 \\ \frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} & -\frac{1}{7} \\ 2 & -1 & -\frac{1}{7} - 2 & 1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

等效节点电流源向量为

$$J_n = A(J_b - Y_b E_b) = [\frac{10}{5} \ 3 - 2 \times 10 \ -\frac{10}{5} \ -3 + 2 \times 10]^t$$

最后可得节点导纳矩阵方程如下

$$\begin{bmatrix} 1.7 & -1 & 0.2 & 0 \\ -3 & 2.2 & 2 & -1 \\ -0.2 & 0 & 0.842 & -0.142 \\ 2 & -1 & -2.142 & 1.475 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \\ U_{n3} \\ U_{n4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -17 \\ -2 \\ 17 \end{bmatrix}$$

利用式(1.2-6),即矩阵求逆的方法,可解得各节点电压(注意这不是有效的方法,高斯消

去法更有效)。

$$\begin{bmatrix} U_{a1} \\ U_{a2} \\ U_{a3} \\ U_{a4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.7 & -1 & 0.2 & 0 \\ -3 & 2.2 & 2 & -1 \\ -0.2 & 0 & 0.842 & -0.142 \\ 2 & -1 & -2.142 & 1.475 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ -17 \\ -2 \\ 17 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.22 \\ -5.49 \\ -1.42 \\ 8.75 \end{bmatrix}$$

知道了各节点电压,利用式(1.2-2)、(1.2-3)即可求得各支路的电压、电流

$$U_b = A' U_a = [3.27 \ -14.24 \ -10.16 \ 0.8 \ 2.22 \ -5.49 \ -8.75 \ -1.42 \ -14.24]'$$

$$I_b = -J_b + Y_b(U_b + E_b) = [3.27 \ -17.24 \ -1.45 \ 2.16 \ 1.11 \ -1.1 \ -2.92 \ -0.71 \ 21.61]'$$

各支路功率为

$$P_b = [10.69 \ 245.4 \ 14.76 \ 1.73 \ 2.46 \ 6.03 \ 25.51 \ 1.0 \ -307.6]'$$

1.2.4 算法步骤、流程图和源程序

用节点法解直流电路的算法步骤归纳如下:

1. 从给定的电路图确定各支路,使与图 1.2-1(a)、(b)中的组合支路一致,绘出相应的拓扑图,将各节点和各支路按顺序编号,各节点号从 1 到 n_1 (n_1 为节点数),各支路号从 1 到 b (b 为支路数),并任意选定各支路的方向;

2. 对每条支路输入其支路类型,始、终节点号,和参数值;

3. 形成关联矩阵 A ,支路导纳矩阵 Y_b 和支路电压源列向量 E_b ,支路电流源列向量 J_b ;

4. 求节点导纳矩阵 $Y_n = AY_b A'$,和等值节点电流源列向量 $J_n = A(J_b - Y_b E_b)$;

5. 求节点电压列向量 $U_n = Y_n^{-1} J_n$;

6. 求支路电压列向量 $U_b = A' U_n$,支路电流列向量 $I_b = J_b - Y_b(U_b + E_b)$ 和各支路消耗功率 $P_b = [U_{b1} I_{b1} \ U_{b2} I_{b2} \ \dots \ U_{bb} I_{bb}]'$ 。

上述步骤的一些说明:

第 2 步:支路类型是指它属于导纳组合支路,或者属于压控电流源组合支路。如果是前者,则要给出导纳值,独立电压源值和独立电流源值;如果是后者,则要给出压控电流源的控制系数,控制支路号,独立电压源值和独立电流源值。

第 3 步:为了建立 A 阵,可由程序扫视每条支路。例如设第 k 条支路的始节点为 i ,终节点为 j ,它对 A 阵的贡献使元素 $a_{ik} = 1, a_{jk} = -1$ [注意本程序建立的是增广关联矩阵,即比式(1.2-1)中的 A 阵多了一行]。

第 4 步和以后几步要用到矩阵相乘,可以调用矩阵相乘子程序,设矩阵 A 的阶为 $IRA \times ICA$,矩阵 B 的阶为 $ICA \times ICB$,则两矩阵相乘($A \times B = C$)的阶为 $IRA \times ICB$, C 的任一元素应为:

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^{ICA} A_{ik} B_{kj}, \text{参见子程序 MATMUL。}$$

第 5 步要用到矩阵求逆,其原理详见本章 1.4 节。

根据上述算法步骤可编写直流节点法的通用源程序,它包括一个主程序和四个子程序。主程序的流程图见图 1.2-3,输入子程序 INPUT 流程图见图 1.2-4,计算子程序 NODEA 的流程图见图 1.2-5,矩序相乘子程序 MATMUL 和矩阵求逆子程序 MATINU 的流程图在此未画出。

编制程序的原则采用“自顶而下”的设计(Top-down design),就是先将程序的编制任务分为几大部分,如本程序可分为输入、计算、输出三大部分。现将输出(打印)部分直接放在主程序中,而输入和计算部分分别用个子程序 IBPUT 和 NODEA 解决。在输入子程序 INPUT 中,输入

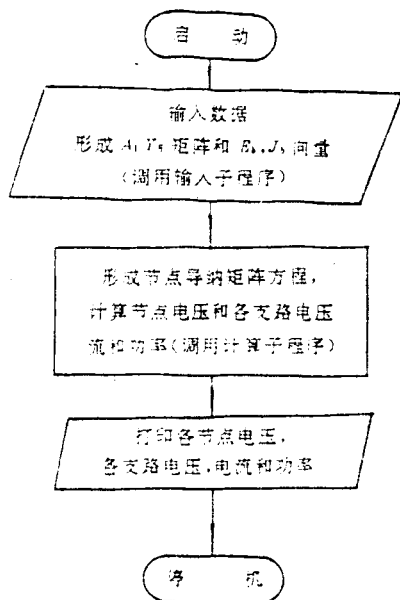


图 1.2-3

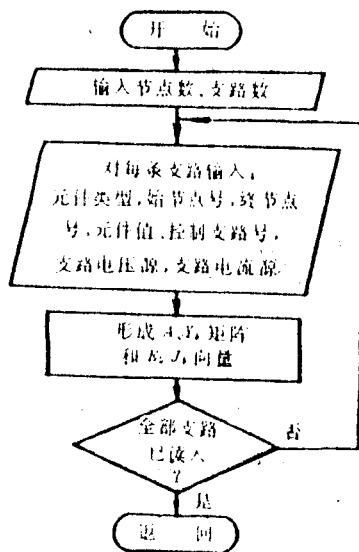


图 1.2-4

必要的数据和建立 A, Y 矩阵和 E_b, J_b 向量; 在计算子程序 $NODEA$ 中, 通过矩阵运算形成节点导纳矩阵方程 $Y \cdot U_n = J_n$, 从而解出节点电压 U_n , 支路电压 U_b 和支路电流 I_b 等向量, 在该子程序中要用到矩阵相乘和矩阵求逆两种较复杂的运算, 可令该子程序调用另外的两个子程序(矩阵相乘子程序 $MATMUL$ 和矩阵求逆子程序 $NATINV$)来解决。

下面介绍利用上述算法编制的直流电路节点法的源程序, 该程序虽有某些缺点, 如需较多的存储空间和利用矩阵求逆解方程较繁, 但由于它是完全依照式(1.2-1)~(1.2-5)编写的, 极易理解, 希望读者耐心地读懂每条语句, 定会收益不少(矩阵求逆子程序较繁, 可暂不读)。

程序中各主要变量和数组说明如下:

A : 关联矩阵;

YB, YN : 支路电导矩阵和节点电导矩阵;

EB, JB : 支路电压源向量和支路电流源向量;

JN : 等效节点电流源向量($JN = A * JB - A * YB * EB$);

UN, UB : 节点电压、支路电压向量;

IB, PB : 支路电流向量和支路功率数组。

子程序 $INPUT$ 主要变量说明如下:

$NODE$: 节点数;

$NBRN$: 支路数;

$TYPE(J)$: 第 J 支路的元件类型('G', 'R', 'V' 分别表示电导, 电阻和压控电流源);

$IFROM(J), ITO(J)$: 第 J 支路的始节点号、终节点号;

$VALUE(J), ICONT(J)$: 第 J 支路的元件数值, 控制支路号;

$EL(J), JL(J)$: 第 J 支路的独立电压源和电流源。

子程序 $MATMUL$ 主要变量说明如下:

A, B, C : 被乘矩阵、乘矩阵和积矩阵($C = A * B$);