高等学校试用教材

物理实验

基础部分

（工科用）

华中工学院　天津大学　上海交通大学　编

人民教育出版社

内 容 提 要

本书系根据1979年在天津召开的高等工业学校物理实验会议制定的编写大纲写成后，又按现行的高等工业学校物理实验大纲做了修改，最后经审查通过。

内容有力学、热学、电磁学和光学等34个基础实验。实验原理叙述清楚，计算公式推导完整，实验步骤简明扼要。实验开头有提要，介绍了本实验的重要意义；末尾有思考题，供学生预习或小结之用。为便于各校使用，一般每个实验都介绍了两种方法，或选用两种仪器。全部实验仪器的选用，既照顾了目前大多数学校的现有设备，又注意了易于购买和制做。每个实验约需3学时。书开头介绍了实验规则、有效数字、数据处理等；书末附有常用仪器的基本原理和跟实验有关的物理常数表。

本书可作为工科各专业的实验教材，也可供函授、业余大学等选用。

高等学校试用教材

物理实验

基础部分

（工科用）

华中工学院 天津大学 上海交通大学 编

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

上海商务印刷厂印刷

*

开本787×1092 1/16 印张15.5 插页1 字数344,000

1981年12月第1版 1982年6月第1次印刷

印数 00,001—55,500

书号 13012·0669 定价 1.40 元

前　　言

本书是根据1979年6月天津会议(高等工科院校《物理实验》教材编写大纲审定会)通过的编写大纲编写的，并按照1980年修订的高等工业学校普通物理教学大纲(实验部分)修改定稿。它包括力学、热学、电磁学和光学等实验共34个。

考虑到当前中学物理实验的状况和物理实验课相对于物理理论课应当具有一定的独立性，在编写时我们力求做到：在内容叙述上，注意了实验原理叙述清晰，计算公式推导完整，实验步骤简明扼要；在实验技能训练上，采取循序渐进，逐步提高的方式；在选题上，注意了起点低，终点高，选择性大。同一实验题目，一般都有两种以上的不同实验方法，或者选用不同仪器来测量同一物理量。

每个实验一般按3学时安排(其中实验1、2可与绪论合并安排，实验13、14可与电磁学实验常用基本仪器简述合并安排，各为6学时)。对于内容较多的实验，一般都分成了几部分，以供学生选作或分次作。

每个实验开头都有提要，概述了本实验的内容。在有些提要中，还介绍了这一实验技术在理论上或工程上的重要意义、应用范围以及该实验在方法上的特点，以扩大学生的眼界。每个实验末尾都有思考题。学生做实验前后，考虑或回答与本实验原理、方法和数据处理等有关的问题，将有助于实验工作的深入。其中有些思考题稍难，以供学有余力的优秀学生参考。

本书的绪论(II、III、IV)、力学和热学实验(包括附录1-5)由天津大学陈荣金、李华和戴新洲编写；绪论(I、V、VI)和电磁学实验(包括附录6-9及附表)由华中工学院黄经铮、贺锡纯和彭中陶编写；光学实验(包括附录10、11)由上海交通大学许挺成、许一之和梁华翰编写。全书由华中工学院主编，贺锡纯统稿。

本书由大连工学院朱竹林付教授负责主审，参加主审工作的还有大连工学院王庆华同志。高等工科院校物理实验编审小组全体委员和有关兄弟院校的代表也参加了审查工作，并提出了不少宝贵意见。在编审过程中还得到各兄弟院校的大力支持。在此编者表示衷心的感谢。

由于我们的水平有限，实践经验不足，书中的缺点和错误在所难免，诚恳地希望读者批评指正。

编　者

1981年1月

目　录

绪　论

力学和热学实验

电磁学实验

光学实验

附 录

附 表

绪　论

I. 物理实验课的地位和作用

物理学从本质上说是一门实验科学。物理规律的发现和物理理论的建立，都必须以严格的物理实验为基础，并受到实验的检验。例如，杨氏的干涉实验使光的波动学说得以确立；赫兹的电磁波实验使麦克斯韦的电磁场理论获得普遍承认，等等。当然，一些实验问题的提出，以及实验的设计、分析和概括也必须应用已有的理论。总之，历史表明，物理学的发展是在实验和理论两方面相互推动和密切结合下进行的。

因此，在学习物理学时，我们要正确处理好理论课和实验课的关系，要求学生既动脑，又动手，不可偏废于某一方。

作为工科院校一门课程的物理实验，是学生进入大学后受到系统的实验技能训练的开端，是后续课程实验的基础。物理实验课教学的目的和任务是：

1. 在具有一定的物理知识和中学物理实验的基础上，对学生进行实验方法和实验技能的基本训练。通过实验要求学生做到：弄懂实验原理，了解一些物理量的测量方法；熟悉常用仪器的基本原理和性能，掌握其使用方法；能够正确记录、处理实验数据，分析判断实验结果，并能写出比较完备的实验报告。

2. 培养并逐步提高学生观察和分析实验现象的能力以及理论联系实际的独立工作能力。通过实验的观察、测量和分析，加深对物理学的某些概念、规律和理论的理解。

3. 培养学生严肃认真的工作作风、实事求是的科学态度和爱护国家财产、遵守纪律的优良品德。

以上三个任务，是物理理论课所不能代替的。

应当指出，对于工程技术人员来说，只有具备较为深广的理论知识和足够的现代科学实验的能力，才能适应科学技术飞速发展的需要，担负起建设现代化社会主义祖国的重任。

II. 测量与误差的基本概念

进行物理实验时，不仅要定性地观察物理变化的过程，而且还要定量地测定物理量的大小。为了进行测量，必须规定一些标准单位，如选定质量的单位为千克，长度的单位为米，时间的单位为秒，电流强度的单位为安培等。测量就是将待测量与这些选作为标准单位的物理量进行比较，其倍数即为物理量的测量值。一般仪表都按一定的倍数刻度，以便直接读出待测量的数值。象这样可以用仪表直接读出测量值的测量，称为**直接测量**，相应的物理量称为**直接测得量**。例如，用米尺量得物体长度为 0.5100 米，用停表测得单摆运动的周期为 1.05 秒等。但对于大多数物理量

来说，没有直接读数用的仪表，只能用间接的办法进行测量。例如，测量铜柱的密度时，我们可以用米尺量出它的高 h 和直径 d，算出体积 $V=\pi d^2h/4$，然后用天平称出它的质量M，则铜柱密度 $\rho=M/V=4M/\pi d^2h$。象这样一类测量称为间接测量，相应的物理量称为间接测得量。

通常的实验过程几乎都是直接测量出一些物理量后，再通过物理量间的联系公式，求得另一些物理量，以验证某一运动规律；或者反过来，当运动规律尚未知道时，通过实验数据的分析去建立它们之间的联系规律。

任何物质都有自身的各种各样的特性，反映这些特性的物理量所具有的客观的真实数值，称为真值。测量的目的就是力图要得到真值。通过有限的实验手段能否得到真值呢？为此，让我们举一个最简单的用米尺测量钢棒长度的例子。如图力-1 所示，把钢棒的一端和米尺的零刻线对齐后，另一端的米尺读数即为棒长。从图中可以看到棒长在 4.2cm 与 4.3 cm 之间。但究竟是多少呢？不同的人可以读出不同的数来，如 4.26cm，4.27cm，4.28cm 等。这三个读数中的最后一位数是估计出来的，称为存疑数字。实际上我们很难判断哪个读数更准，因而也就不能确定钢棒长度的真值。从这个例子可以看出，对一个物理量的多次测量值都不过是些接近真值的数值罢了。任何仪器，与用来作长度测量的米尺一样，不管它多么精密，都总有一个最小分度线。不同的测量者由于主观观察能力的差异，往往会把最小分度线之间的量值读成不同的读数。另外，一个仪器的分度线本身也不是绝对准确的，外界环境的变化也会对它产生一定的影响。

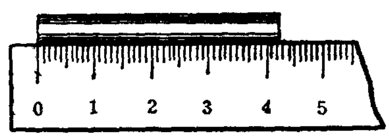

图 力-1 长度的测量

由此可知，测量值总是真值的近似值，也就是说，测量总存在着一定的误差。

误差的产生有多方面的原因。根据误差的性质及产生的原因，可将误差分为系统误差、偶然误差和过失误差三种。

系统误差的特征是其确定性(恒定的或在条件改变时按照一定的规律变化)。仪器的固有缺陷(如刻度不准、零点没有调好、砝码未经校正)、环境的改变(如温度、压强等的影响)、个人的习惯与偏向(如有人读数总是偏高，而有人读数总是偏低)以及理论和方法的近似性等都会引起这种误差。此外，在实验过程中，有关的因素考虑不周全也会导致系统误差(如精确测定某物体的体积时，未考虑物体因受热而膨胀的影响；精密测定某物体的重量时，忽略了空气浮力产生的影响等)。系统误差应设法减小或消除。为此，在设计实验时应加以考虑；做完实验后应作出估计。

偶然误差的特征是其随机性。它的可能来源是，人们的感官(如听觉、视觉、触觉)的分辨能力不尽相同，表现为每个人的估读能力不一致；外界环境的干扰(如温度不均匀、振动、气流、燥声等)既不能消除，又无法估量；所有影响测量的次要因素不尽全知等。这种误差是无法控制的，它服从统计定律。对于某一次测量来说，测量误差的大小和正负是无法预计的，只能用出现的几率来表示。

过失误差是由于实验者使用仪器的方法不正确，实验方法不合理，粗心大意，过度疲劳，记错数据等引起的。这种误差是人为的。只要实验者采取严肃认真的态度，具有一丝不苟的作风，过失误差是可以避免的。

在下面的讨论中，我们约定系统误差和过失误差已经消除或修正，只剩下偶然误差。

III. 算术平均值与误差的估算

1. 单次直接测量的误差估算

在物理实验中，常常由于条件不许可，或测量准确度要求不高等原因，对一个物理量的直接测量只进行了一次。这时，可根据实际情况，对测定值的误差进行合理的具体的估算，不能一概而论。在一般情况下，对于偶然误差很小的测定值，可按仪器出厂检定书或仪器上直接注明的仪器误差作为单次测量的误差。如果没有注明，也可取仪器最小刻度的一半作为单次测量的误差。如果测定值的偶然误差较大，则应进行多次测量，然后求其平均值及误差。

2. 多次测量的平均值及误差

为了减小偶然误差，在可能情况下，总是采用多次测量，将各次测量的算术平均值作为测量的结果。如果在相同条件下对某物理量 x 进行了 n 次重复测量，其测量值分别为 $x_1, x_2, x_3 \cdots x_n$，用 $\bar{x}$ 表示平均值，则

$$\bar{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$$

根据误差的统计理论，在一组 n 次测量的数据中，算术平均值 $\bar{x}$ 最接近于真值，称为测量的最佳值或近真值。当测量次数无限增加时，算术平均值就将无限接近于真值①。

在这种情形下，测定值的误差可用算术平均偏差或均方根偏差（标准偏差）表示出来。现分别介绍如下。

(1) 算术平均偏差

设各测量值 x_i 与平均值 $\bar{x}$ 的偏差为 d_i，$i=1, 2, 3\cdots n$，即

$$d_1=x_1-\bar{x},\ d_2=x_2-\bar{x},\ \cdots,\ d_n=x_n-\bar{x}$$

则算术平均偏差的定义是

$$\Delta x=\frac{1}{n}(|d_1|+|d_2|+|d_3|+\cdots+|d_n|)$$
$$=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|d_i|$$

(2) 均方根偏差（标准偏差）

把各次测量值 x_i 与平均值 $\bar{x}$ 的偏差仍记为 d_i，$i=1, 2, 3\cdots n$，再取其平方的平均值然后开方，称为均方根偏差或标准偏差，即均方根偏差的定义是

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}d_i^2}$$
$$=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$$

---

① 可参阅冯师颜编《误差理论与实验数据处理》3.4，科学出版社，1964。

算术平均偏差与均方根偏差都可作为测定值误差的量度，它们都表示在一组多次测量的数据中，各个数据之间分散的程度。如果各个数据之间差别较大，那么，其算术平均偏差 Δx 和均方根偏差 σ 也都较大，这说明测量不精密，偶然误差较大。

在上述两种偏差的计算方法中，均方根偏差 σ 与偶然误差理论中的高斯误差分布函数的关系更为直接和简明，因此在正式的误差分析和计算中都采用均方根偏差作为偶然误差大小的量度。这是目前通用的，所以又得到标准偏差的名称。但对于初学者来说，主要是树立误差的概念，和对实验进行粗略的简明的分析，因此可采用算术平均偏差来进行误差的分析和运算，这样要简单得多。

严格来讲，误差是测量值与真值之差，而测量值与平均值之差称为偏差，这两者是有差别的。当测量次数很多时，多次测量的平均值 $\bar{x}$ 最接近于真值，因此各次测量值与 $\bar{x}$ 的偏差也就很接近于它们与真值的误差。这样，我们就不去区分偏差与误差的细微区别，分别把标准偏差称为标准误差，把算术平均偏差称为算术平均误差。最后，我们把多次测量值的结果表示为

$$x=\bar{x}\pm\Delta x \quad 或 \quad x=\bar{x}\pm\sigma$$

式中 x 为测定值；$\bar{x}$ 是多次测量数据的算术平均值，代表最佳测定值；Δx 为算术平均误差；σ 为标准误差，代表多次测量数据的分散程度；$\pm$ 号表示每次测量值可能比 $\bar{x}$ 大一些，也可能比 $\bar{x}$ 小一些。

（3）绝对误差与相对误差

上式中的 Δx 或 σ 是以误差的绝对数值来表示测定值的误差，称为绝对误差。但为了评价一个测量结果的优劣，还需要看测量量本身的大小。为此，引入相对误差的概念。

相对误差的定义为

Error relative

$$E_r=\frac{\Delta x}{\bar{x}}$$

相对误差也可用百分数来表示，即

$$E_r=\frac{\Delta x}{\bar{x}}\times 100\%$$

故又称为百分误差。为了说明相对误差的意义，下面举一个例子。假如测得两个物体的长度为 $l_1=(23.50\pm0.03)\text{cm}$，$l_2=(2.35\pm0.03)\text{cm}$，则其相对误差分别为

$$E_{r1}=\frac{0.03}{23.50}\times 100\%=0.13\%\approx0.2\%$$

$$E_{r2}=\frac{0.03}{2.35}\times 100\%=1.3\%\approx2\%$$

从绝对误差来看，两者相等；但从相对误差来看，后者比前者大 10 倍。我们自然认为第一个测量更准确些。

例题 将某一物体的长度测量 5 次，得到的测量值分别为

$$x_1=3.41\text{cm},\quad x_2=3.43\text{cm},\quad x_3=3.45\text{cm},$$
$$x_4=3.44\text{cm},\quad x_5=3.42\text{cm}$$

则平均值

$$\bar{x}=\frac{1}{5}(3.41+3.43+3.45+3.44+3.42)\mathrm{cm}=3.43\mathrm{cm}$$

各次偏差的绝对值为

$$|d_1|=|3.41-3.43|\mathrm{cm}=0.02\mathrm{cm}$$
$$|d_2|=|3.43-3.43|\mathrm{cm}=0.00\mathrm{cm}$$
$$|d_3|=|3.45-3.43|\mathrm{cm}=0.02\mathrm{cm}$$
$$|d_4|=|3.44-3.43|\mathrm{cm}=0.01\mathrm{cm}$$
$$|d_5|=|3.42-3.43|\mathrm{cm}=0.01\mathrm{cm}$$

算术平均误差为

$$\Delta x=\frac{\sum_{i=1}^{n}|d_i|}{n}=\frac{1}{5}(0.02+0.00+0.02+0.01+0.01)\mathrm{cm}\approx 0.01\mathrm{cm}$$

测定值可表示为

$$x=\bar{x}\pm\Delta x=(3.43\pm 0.01)\mathrm{cm}$$

相对误差为

$$E_r=\frac{\Delta x}{\bar{x}}=\frac{0.01}{3.43}\times 100\%=0.3\%$$

3. 间接测量的误差计算

间接测得量是通过一定的公式计算出来的,既然公式中所包含的直接测得量都是有误差的,那么间接测得量也必然有误差。

设N为间接测得量,而A、B、$C\cdots$为直接测得量,它们之间满足一定的关系,即$N=f(A,B,C\cdots)$。如果各直接测得量可以表示为:$A=\bar{A}\pm\Delta A$;$B=\bar{B}\pm\Delta B$;$C=\bar{C}\pm\Delta C\cdots$,将这些测量结果代入计算公式,便可求得

$$N=\bar{N}\pm\Delta N,\quad E_r=\frac{\Delta N}{\bar{N}}$$

其中,$\bar{N}=f(\bar{A},\bar{B},\bar{C},\cdots)$为间接测量的最佳值,当测量次数无限增多时,此最佳值与N的算术平均值是一致的;ΔN是间接测量的算术平均误差,它是通过各直接测得量$\bar{A}$, ΔA, $\bar{B}$, $\Delta B\cdots$等综合计算的结果。计算方法如下:

(1) 加法运算中的误差(和的误差)

若 $N=A+B+C+\cdots$

则 $\bar{N}\pm\Delta N=(\bar{A}\pm\Delta A)+(\bar{B}\pm\Delta B)+(\bar{C}\pm\Delta C)+\cdots$

容易看出,平均值

$$\bar{N}=\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+\cdots$$

绝对误差

$$\Delta N=\pm\Delta A\pm\Delta B\pm\Delta C\pm\cdots$$

由于 $A, B, C\cdots$ 诸量都是独立的，它们的绝对误差可能为正值，也可能为负值，在最不利的情况下，可能出现的最大误差 $\Delta N=\Delta A+\Delta B+\Delta C+\cdots$。我们规定此最大误差为间接测量的误差。于是，相对误差

$$E_r=\frac{\Delta N}{\bar{N}}=\frac{\Delta A+\Delta B+\Delta C+\cdots}{\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+\cdots}$$

(2) 减法运算中的误差(差的误差)

若 $N=A-B-C-\cdots$

则 $\bar{N}\pm\Delta N=(\bar{A}\pm\Delta A)-(\bar{B}\pm\Delta B)-(\bar{C}\pm\Delta C)-\cdots$

平均值 $\bar{N}=\bar{A}-\bar{B}-\bar{C}-\cdots$

绝对误差 $\Delta N=\pm\Delta A\mp\Delta B\mp\Delta C\mp\cdots$

按前面所述的理由，在最不利情况下，取

$$\Delta N=\Delta A+\Delta B+\Delta C+\cdots$$

故相对误差为

$$E_r=\frac{\Delta N}{\bar{N}}=\frac{\Delta A+\Delta B+\Delta C+\cdots}{\bar{A}-\bar{B}-\bar{C}-\cdots}$$

由此可见，和差运算的绝对误差等于各直接测得量的绝对误差之和。

(3) 乘法运算中的误差(积的误差)

若 $N=A\cdot B$

则 $\bar{N}\pm\Delta N=(\bar{A}\pm\Delta A)(\bar{B}\pm\Delta B)$

平均值 $\bar{N}=\bar{A}\cdot\bar{B}$

绝对误差 $\Delta N=\bar{A}(\pm\Delta B)+\bar{B}(\pm\Delta A)+(\pm\Delta A)(\pm\Delta B)$

由于$(\Delta A\cdot\Delta B)$为二级小量，可以忽略不计(以后类同)，则

$$\Delta N=\bar{A}(\pm\Delta B)+\bar{B}(\pm\Delta A)$$

在最不利情况下，取

$$\Delta N=\bar{A}\cdot\Delta B+\bar{B}\cdot\Delta A$$

于是，相对误差为

$$E_r=\frac{\Delta N}{\bar{N}}=\frac{\bar{A}\cdot\Delta B+\bar{B}\cdot\Delta A}{\bar{A}\cdot\bar{B}}=\frac{\Delta A}{\bar{A}}+\frac{\Delta B}{\bar{B}}$$

(4) 除法运算中的误差(商的误差)

若 $N=A/B$

则
$$\begin{aligned}\bar{N}\pm\Delta N&=(\bar{A}\pm\Delta A)/(\bar{B}\pm\Delta B)\\&=(\bar{A}\pm\Delta A)(\bar{B}\mp\Delta B)/(\bar{B}\pm\Delta B)(\bar{B}\mp\Delta B)\\&=(\bar{A}\cdot\bar{B}\pm\bar{B}\cdot\Delta A\mp\bar{A}\cdot\Delta B)/(\bar{B}^2-\Delta B^2)\\&=(\bar{A}\cdot\bar{B}\pm\bar{B}\cdot\Delta A\mp\bar{A}\cdot\Delta B)/\bar{B}^2\ \text{（忽略 }\Delta B^2\text{ 项）}\end{aligned}$$

平均值 $\bar{N}=\bar{A}\cdot\bar{B}/\bar{B}^2=\bar{A}/\bar{B}$

绝对误差

$$\Delta N=(\pm\bar{B}\cdot\Delta A\mp\bar{A}\cdot\Delta B)/\bar{B}^2$$

在最不利的情况下，取

$$\Delta N=(\bar{B}\cdot\Delta A+\bar{A}\cdot\Delta B)/\bar{B}^2$$

相对误差为

$$E_r=\frac{\Delta N}{\bar{N}}=\left(\frac{\bar{B}\cdot\Delta A+\bar{A}\cdot\Delta B}{\bar{B}^2}\right)\Big/\left(\frac{\bar{A}}{\bar{B}}\right)$$

$$=\frac{\Delta A}{\bar{A}}+\frac{\Delta B}{\bar{B}}$$

不难证明，乘、除运算中的相对误差表达式可以推广到任意个直接测得量的情况，即

$$E_r=\frac{\Delta A}{\bar{A}}+\frac{\Delta B}{\bar{B}}+\frac{\Delta C}{\bar{C}}+\cdots$$

由此可见，乘除运算的相对误差等于各直接测得量的相对误差之和。

从以上的结论还可看到：当间接测得量的计算公式中只含加减运算时，先计算绝对误差，后计算相对误差较为方便；当计算公式中含有乘、除、乘方或开方运算时，先算相对误差，后算绝对误差较为方便。

一般运算关系的误差计算公式可用微分法求得。设

$$N=f(A,B,C\cdots)$$

它的全微分式为

$$dN=\frac{\partial f(A,B,C,\cdots)}{\partial A}dA+\frac{\partial f(A,B,C,\cdots)}{\partial B}dB+\frac{\partial f(A,B,C,\cdots)}{\partial C}dC+\cdots$$

其中

$$\frac{\partial f(A,B,C,\cdots)}{\partial A},\qquad\frac{\partial f(A,B,C,\cdots)}{\partial B},\qquad\frac{\partial f(A,B,C,\cdots)}{\partial C},\cdots$$

为一阶偏导数。将上式改成误差公式时，式中的 $dN, dA, dB, dC\cdots$ 分别用 $\Delta N, \Delta A, \Delta B, \Delta C\cdots$ 代替。考虑到误差可能出现最大值，右方各项均取绝对值。于是，绝对误差公式可写为

$$\Delta N=\left|\frac{\partial f(A,B,C,\cdots)}{\partial A}\Delta A\right|+\left|\frac{\partial f(A,B,C,\cdots)}{\partial B}\Delta B\right|+\left|\frac{\partial f(A,B,C,\cdots)}{\partial C}\Delta C\right|+\cdots$$

相对误差公式可写为

$$E_r=\frac{\Delta N}{\bar{N}}=\frac{1}{\bar{N}}\left\{\left|\frac{\partial f(A,B,C,\cdots)}{\partial A}\Delta A\right|+\left|\frac{\partial f(A,B,C,\cdots)}{\partial B}\Delta B\right|+\right.$$

$$\left.+\left|\frac{\partial f(A,B,C,\cdots)}{\partial C}\Delta C\right|+\cdots\right\}$$

其中，$\bar{N}=f(\bar{A},\bar{B},\bar{C},\cdots)$，而各个偏导数之值均以 $\bar{A},\bar{B},\bar{C}\cdots$ 代入计算。

若 N 只是某一直接测得量 A 的函数，则误差公式可改写为

$$\Delta N=\left|\frac{df(A)}{dA}\Delta A\right|$$

$$E_r=\frac{\Delta N}{\bar{N}}=\frac{1}{f(\bar{A})}\left|\frac{df(A)}{dA}\Delta A\right|$$

为了方便，现将常用运算关系的误差计算公式列入表力-1中，以供查找。

表 力-1 常用运算关系的误差计算公式

运算关系 $N=f(A,B,C,\cdots)$	绝对误差 ΔN	相对误差 $E_r=\frac{\Delta N}{\bar{N}}$
$N=A+B+C+\cdots$	$\Delta A+\Delta B+\Delta C+\cdots$	$\frac{\Delta A+\Delta B+\Delta C+\cdots}{\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+\cdots}$
$N=A-B$	$\Delta A+\Delta B$	$\frac{\Delta A+\Delta B}{\bar{A}-\bar{B}}$
$N=A\cdot B$	$\bar{A}\cdot\Delta B+\bar{B}\cdot\Delta A$	$\frac{\Delta A}{\bar{A}}+\frac{\Delta B}{\bar{B}}$
$N=A\cdot B\cdot C$	$\bar{B}\cdot\bar{C}\Delta A+\bar{A}\cdot\bar{C}\Delta B+\bar{A}\cdot\bar{B}\Delta C$	$\frac{\Delta A}{\bar{A}}+\frac{\Delta B}{\bar{B}}+\frac{\Delta C}{\bar{C}}$
$N=A^n$	$n\cdot\bar{A}^{n-1}\cdot\Delta A$	$n\cdot\frac{\Delta A}{\bar{A}}$
$N=\sqrt[n]{A}$	$\frac{1}{n}\bar{A}^{\frac{1}{n}-1}\cdot\Delta A$	$\frac{1}{n}\cdot\frac{\Delta A}{\bar{A}}$
$N=\frac{A}{B}$	$\frac{\bar{B}\Delta A+\bar{A}\Delta B}{\bar{B}^2}$	$\frac{\Delta A}{\bar{A}}+\frac{\Delta B}{\bar{B}}$
$N=\sin A$	$(\cos\bar{A})\cdot\Delta A$	$(\mathrm{ctg}\bar{A})\cdot\Delta A$
$N=\cos A$	$(\sin\bar{A})\cdot\Delta A$	$(\mathrm{tg}\bar{A})\cdot\Delta A$
$N=\mathrm{tg}\,A$	$\frac{\Delta A}{\cos^2\bar{A}}$	$\frac{2\Delta A}{\sin 2\bar{A}}$
$N=\mathrm{ctg}\,A$	$\frac{\Delta A}{\sin^2\bar{A}}$	$\frac{2\Delta A}{\sin 2\bar{A}}$

上述算术平均误差的计算，是在考虑各项误差同时出现最不利情况时，即都取绝对值相加而得到的。实际上，出现这种情况的几率是不大的，因而有些夸大了间接测量值的误差。若采用均方根误差(标准误差)系统，则可以严格地证明，间接测量值的标准误差，等于各直接测量值对误差贡献的平方和再开方，即

$$\sigma=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial A}\right)^2\sigma_A^2+\left(\frac{\partial f}{\partial B}\right)^2\sigma_B^2+\left(\frac{\partial f}{\partial C}\right)^2\sigma_C^2+\cdots}$$

式中σ为间接测量值的标准误差，$\sigma_A,\sigma_B,\sigma_C\cdots$分别为直接测量值$A$，$B$，$C\cdots$的标准误差，$\frac{\partial f}{\partial A}$、$\frac{\partial f}{\partial B}$、$\frac{\partial f}{\partial C}\cdots$仍分别为函数$f(A,B,C\cdots)$对$A,B,C\cdots$的偏导数，并以$\bar{A},\bar{B},\bar{C}\cdots$代入求其值。这个标准误差的计算公式，更真实地反映了各直接测量值的误差对间接测量值的贡献，因此在正式的误差分析和计算中，都采用这个公式，称为误差传递公式。但在许多简单的物理实验中，为了对误差进行粗略的估计，仍采用算术平均误差的计算公式，这样要简单得多。

IV. 有效数字及其运算

1. 有效数字

如上所述，用实验仪器直接测量的数值都含有一定的误差，因此，测得的数据都只能是近似数。由这些近似数通过计算而求得的间接测量值也是近似数。显然，几个近似数的运算不可能

使运算结果更准确些，而只会增大其误差。因此近似数的表示和计算都有一些规则，以便确切地表示记录和运算结果的近似性。

从仪器上读出的数字，通常都要尽可能估计到仪器最小刻度线的下一位。以图力-1 用米尺量钢棒的长度为例，我们可以读出 4.26 cm，4.27 cm 或 4.28cm，前二位数“4.2”可以从米尺上直接读出来，是确切数字，而第三位数是测量者估读出来的，估读的结果因人而异。因此这一位数是有疑问的，称为存疑数字。由于第三位数已存疑，在它以下各位数的估计已无必要。我们把仪器上读出的数字包括最后一位存疑的数字，通通记录下来，称为**有效数字**。有效数字包括从仪器上直接读出的确切数字和最后一位存疑数字，而且也只有最后一位数字是存疑数字。前述钢棒长度的测量值包含三位有效数字，可记成 4.26 cm，或 4.27 cm，或 4.28 cm。

书写有效数字时必须注意“0”的位置。例如某物体重量为 0.802000 千克，第一个“0”不表示有效数字，它的出现是因为选用的单位大，数值就小了的缘故。如果用克作单位，则物体重量为 802.000 克，前面这个“0”就没有了。同数中后面四个“0”都是有效数字，少记一个就不能反映实验数据的确切程度及存疑数字的位置。为了避免混淆，并使记录和计算方便，通常按照数字的标准形式将上例写成

$$8.02000\times10^{-1}\ \text{千克}\quad 或\quad 8.02000\times10^{2}\ \text{克}$$

就是说，在小数点前一律取一位有效数字。采用不同单位而引起数值上的不同，可用乘以 10 的幂来表示。如 125.2 毫秒可写成 1.252×10^{-1} 秒；0.007050 米可写成 7.050×10^{-1} 厘米等。

有些仪器，例如数字式仪表或游标卡尺，是不可能估计出最小刻度以下一位数字的，那么我们就不去估计，而把直接读出的数字记录下来，仍然认为最后一位数字是存疑的，因为在数字式仪表中，最后一位数总有 ±1 的误差。游标卡尺的情况也是如此。

2. 有效数字的运算规则

间接测得量是由直接测得量计算出来的，所以也有一定的有效数字。下面讨论它的运算规则。

(1) 有效数字的加、减

我们通过下面两个例子的运算，了解一下加、减运算中有效数字的取法。

$$\begin{array}{rr} & 32.\underline{1} \\ +) & 3.27\underline{6} \\ \hline & 35.\underline{3}\underline{7}\underline{6} \end{array}\qquad\qquad \begin{array}{rr} & 26.6\underline{5} \\ -) & 3.92\underline{6} \\ \hline & 22.7\underline{2}\underline{4} \end{array}$$

计算时，我们在存疑数字下方加一横线，以便与确切数字相区别。在相加的结果 $35.\underline{3}\underline{7}\underline{6}$ 中，由于第三位数“3”已为存疑数字，其后的二位数便无意义。按照四舍五入的原则，本例应向前进位，写成 $35.\underline{4}$，有效数字为三位。同理，相减的结果应为 $22.7\underline{2}$，舍弃了尾数“$\underline{4}$”，有效数字为四位。

在上面的例子中，如果我们按位数对齐相加或相减诸数量，并以其中存疑位数最靠前的量为基准，事先进行四舍五入，取齐诸量的尾数，则加、减的结果仍然相同。具体算法如下：

$$\begin{array}{rr} & 32.\underline{1} \\ + & 3.\underline{3} \\ \hline & 35.\underline{4} \end{array}\qquad\qquad \begin{array}{rr} & 26.6\underline{5} \\ - & 3.9\underline{3} \\ \hline & 22.7\underline{2} \end{array}$$

这个结论可以推广到多个量相加或相减的计算中去。

(2) 有效数字的乘、除

我们通过下面两个例子的运算，了解一下乘、除运算中有效数字的取法。

```
     5.348                 173.4…
   × 20.5            217 ) 37643
  --------                 217
     26740                 -----
     0000                  159① 4
   10696                   1519
  ---------                -----
  109.6340                   753
                             651
                            -----
                            1020
```

在运算中，存疑数字只保留一位，其后面的存疑数字是没有意义的。上面两个例子的结果分别为110和173，有效数字都是三位。从两个例子中可以看到，两个量相乘(或除)的积(或商)，其有效数字与诸因子中有效数字位数最少的相同。这个结论可以推广到多个量相乘除的运算中去。

(3) 乘方、开方的有效数字

不难证明，乘方、开方的有效数字与其底的有效数字位数相等。

以上这些结论，在一般情况下是成立的，但也有例外。如果我们了解有效数字的意义和存疑数字取舍的原则，是不难处理的。

还应指出，有效数字讲的是实验数据记录和运算的规则，或一般讲指的是近似数的运算规则，它不能代替绝对误差和相对误差的计算。在实验中，数据的计算总是按有效数字运算的规则进行的，如果因为各项误差的积累，使间接测量值的绝对误差比较大，那么在最后结果中，使结果的最后一位数与绝对误差的位数对齐，而舍去其它多余的存疑数字就可以了。

V. 实验数据的图示法和图解法

物理实验中所揭示的某些规律，既可以用数学方程式(函数关系式)来表示，也可用图示法，即在坐标纸上描绘出各物理量之间相互关系的一条图线来表示。有了图线之后，在某些特殊情况下，可利用图解的方法找出与实验图线(整条曲线或其中某一段)对应的方程式。我们把这种方程式叫做经验方程式或经验公式。下面我们仅从物理实验的角度来谈谈如何利用实验数据画实验图线(图示法)和怎样由实验图线推出与其对应的经验公式(图解法)。

(一) 图线的类型

物理实验中遇到的图线，大致可以分为三类：

1. 表示在一定条件下某一物理量与另一物理量之间的依赖关系的图线。

举例来说，要表示在恒温下，质量一定的气体的压力 p 和体积 V 的关系，通常根据实验得到的许多组 p、V 值，在分别以 p、V 为纵、横轴的坐标纸上描点(因受实验条件或时间的限制，这种

① 9虽为存疑数，但不影响商7，所以7还是准确数。

观测点只是少数的点子)，然后画一条近似地适合于这些观测点的光滑图线。我们常常假定这一条图线连接了整个测量范围内所有可能的 p、V 值，同时默认，不在光滑图线上的点是因测量不准确造成的。这就是通常所说的实验图线。如果它跟波意耳定律(pV＝常数)的图线相符合，则可以说波意耳定律已得到实验证实。

延伸实验图线，以便得到实验范围外的数据的方法，叫做外推法。这是一种包含冒险性的处理法，使用时应当慎重。因为外推法假定物理定律不仅可以用于实验范围，而且在外延的范围内也可成立。但事实并非总是这样。例如，当加在气体上的压力足够大时，气体可能液化，在这种情况下，波意耳定律(pV＝常数)就不再适用了。

2. 在少数情况下，两个物理量的函数关系可能是不规则的，或者依赖关系的精确性质不清楚。这时，尽管坐标纸上的点子都是根据观测值画出的，相邻两点间仍然用直线联接。这样画得的图线称为校正图线。以热电偶的校正图线为例来说明。我们将冷端保持在 0°C，精确测定热端在不同温度下的热电动势值，将它们画在热电动势～温度坐标图上，然后相邻两点之间用直线联接。在应用时，只要测出某一温度下热电动势的数据，利用上述校正图线立即可以查出该温度的数值①。

3. 用来代替表格上所列数据的计算用图。例如，大气压力随高度变化的图线，液体或气体密度随温度变化的图线等。这一类图，一般说图的幅面都比较大，通常都是在很小刻度的坐标纸上精心绘制的。

这三类图线，在物理实验中以第一类最常用，第二、三两类图线有时也会遇到。

(二) 实验数据的图线表示法——图示法

用图示法表述物理量之间的关系时，应注意做到以下要求：

1. 坐标点和实验图线必须画得清楚正确，要求能正确反映物理量之间的数量关系，容易读数。

2. 因为所作的图线是供人阅读的，所以必须既无遗漏，又不含糊，做到清晰完整。

现以图力-2 为例(实验时，图线应画在坐标纸上)，说明图示法的具体规则。

1. 选轴：以横轴代表自变量，纵轴代表因变量，并划两条粗细适当的线表示纵轴和横轴。在轴的末端近旁注明所代表的物理量及其单位，中间用逗号分开(见图力-2)。

2. 定标尺：对于每个坐标轴，在相隔一定距离上用整齐的数字来标度。标度时要做到：

(1) 图上观测点的坐标读数的有效数字位数大体上与实验数据的有效数字位数相同。例如，对于直接测量的物理量，轴上最小格的标度可与测量仪器的最小刻度相同。

(2) 标尺的选择应使图线显出其特点。标度应划分得当，以不用计算就能直接读出图线上每一点的坐标为宜，通常用 1、2、5，而不选用 3、7、9 来标度。

(3) 应尽量使图线占据图纸的大部分，不要偏于一角或一边。横轴和纵轴的标度可以不同，

① 在物理实验中，通常使用水银温度计测温，因此记录时常用摄氏温度 t°C 表示。其定义为 $t=T-273.15$，式中 T 为热力学温度，单位是开尔文(K)。由上式可知：t°C相当于 $(t+273.15)$K；某一温度差用摄氏温度表示和用热力学温度表示在数值上相等，即 $\Delta t=\Delta T$。