

传说故事与趣味数学

北京师范大学出版社

传说故事与趣味数学

丁 兰

北京师范大学出版社

传说故事与趣味数学

丁 兰

北京师范大学出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京市通县印刷厂印刷

*

开本：787×1092 1/32 印张：6.125 字数：128千

1983年4月第1版 1983年4月第1次印刷

印数：1—45,500

统一书号：7243·135 定价：0.52元

目 录

开头的話·····	(1)
一 西湖明珠从天降·····	(2)
1 玉龙、金凤啄明珠，啄了多久？·····	(2)
2 黄金托盘的镶边·····	(5)
3 明珠有多大？·····	(8)
二 金牛趣話·····	(13)
1 盼了多少天，金牛才出现？·····	(13)
2 湖东的水车有多少架？·····	(16)
3 涌金门有多大？·····	(18)
三 火烧净慈寺·····	(21)
1 火神姑娘寻路·····	(21)
2 济公的竹竿测树高·····	(25)
3 渡口放木，济公走了多远？·····	(29)
四 苏东坡在杭州·····	(33)
1 游行队伍多少人？·····	(33)
2 锁澜桥有多宽？·····	(37)
3 杭州扇子与苏东坡画扇·····	(38)
4 御史设计害东坡·····	(42)
五 石香炉和鲁班的传说·····	(46)
1 黑鱼精有多长？·····	(46)
2 鲁班兄妹智斗黑鱼精·····	(49)

3	鲁班建亭鲁妹造伞·····	(55)
六	白娘子和许仙的故事·····	(61)
1	吕洞宾卖汤团·····	(63)
2	蟠桃会的人数·····	(65)
3	多少年后见许仙? ·····	(68)
4	最高又最矮的人到底有多高? ·····	(71)
5	许仙配药酒, 白蛇现真形·····	(75)
6	飞往昆仑山的速度·····	(77)
7	法海二次寻许仙·····	(80)
8	许仙抓阄·····	(82)
9	水漫金山·····	(84)
10	雷峰塔上的长明灯·····	(87)
七	宝俚寻太阳·····	(91)
1	刘春迷路死于迷魂村·····	(91)
2	金凤凰数粽子·····	(95)
3	迷魂村妖魔列队·····	(100)
4	初阳台垒了多久? ·····	(103)
八	黄龙洞的传说·····	(108)
1	小黄龙身上的金鳞片·····	(108)
2	火焰蔓延的速度·····	(114)
3	小黄龙分水桶·····	(115)
九	“精忠柏”与岳飞墓·····	(119)
1	柏树干的年龄·····	(119)
2	清兵和马各多少? ·····	(122)
3	灯油每升的价钱·····	(125)
十	飞来之峰趣无穷·····	(129)

1	济公抢新娘·····	(129)
2	连夜凿罗汉·····	(133)
3	印度和尚三难知府·····	(135)
十一	虎跑泉的由来·····	(144)
1	双虎出走·····	(144)
2	走捷径，奔南岳·····	(148)
3	泉眼刨在哪里好？·····	(153)
4	“放生池”边济公记数·····	(157)
5	济公和尚的扇子·····	(161)
6	无尾螺蛳有多少？·····	(164)
十二	六和填江镇龙王·····	(168)
1	六和抛石·····	(168)
2	龙王巡江·····	(173)
十三	八卦田上皇帝取乐·····	(177)
1	八卦田的面积·····	(179)
2	太极图阴阳面的面积比·····	(182)
3	两个太极拼一图·····	(185)
4	铜钱套铜钱·····	(187)

开 头 的 话

我们早就听老师以“上有天堂，下有苏杭”这句谚语赞颂杭州的旖旎(音：yǐ nǐ)了，所以游览杭州西湖便成了我们兄妹俩日夜盼望的意愿。这个意愿终于实现了，今天，爸爸、妈妈带我们俩乘车去杭州游览西湖，这多美啊！

登上南行的列车，我们顾不及欣赏窗外大自然的风光，急忙要求爸爸、妈妈给我们讲有关西湖的故事。

妈妈说：“这次旅游，我们不能光顾玩，应该在赏心悦目领略西湖风光的同时，增加见闻，丰富各种文化知识，并从中受到教益。比如，每游览一个胜地，注意观察它的自然地形，可以从中获得地理知识；见到一个古物，了解它的年代，可以增长历史知识；欣赏一件艺术珍品，能够获得美学上的享受；观察珍禽异兽，草木花卉(音：huì)，能够丰富我们的生物学知识……。所以，这次旅游前，我和你爸爸已商量好，准备在旅游途中，随时出些数学问题。这样，既助游兴，又长知识，来个‘数学助游兴，乐中学知识’，你们说好吗？”

“好！”我和妹妹齐声回答。既游玩又学习，一举两得，那太好了。

于是妈妈讲了第一个故事。

一 西湖明珠从天降

1 玉龙、金凤啄明珠，啄了多久？

在很久很久以前，天河两岸住着一一条玉龙，一只金凤。它俩一个在天空中飞，一个在天河里游。有一天，它们不知不觉来到银河的一个仙岛上，只见仙岛中央在闪闪发光，金凤好奇地飞了过去。啊！原来是一块闪光发亮的璞（音：pú）玉。金凤左看看右瞧瞧，高兴极了，它情不自禁地高喊：

“玉龙、玉龙，你快来瞧，这块大璞玉多好啊！”

玉龙兴致勃勃地对金凤说：

“是啊！太美了。金凤，要是把它琢（音：zhuó）磨成一颗珠子就更好了。”



金凤赞同地点了点头，于是它俩就真的用爪子抓，用嘴巴啄，动工干了起来。时间一天天、一年年的过去，它俩终于把那块大璞玉啄成一颗光彩夺目的明珠。面对自己的劳动成果，金凤高兴极啦，它抬起头，长长地舒了一口气，看着

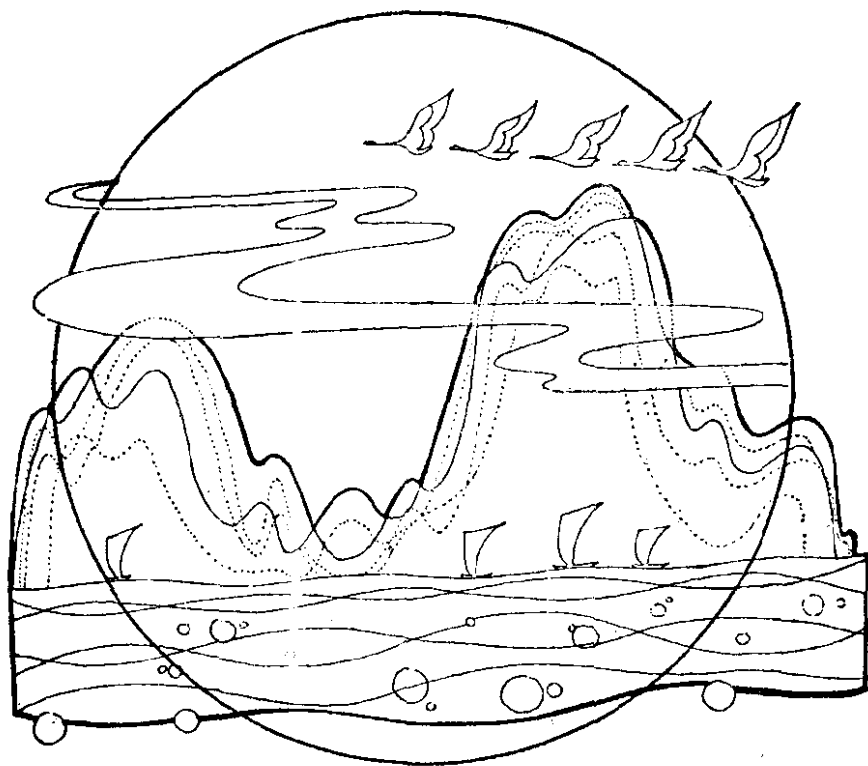
玉龙那汗流满面的样子，心疼地用翅膀当扇子拍打着，好让玉龙消消汗。金凤随口问道：

“玉龙，我们一共啄了几年啦？”

玉龙也很高兴，一边用爪子擦擦身上的汗水，一边说：

“我作着记号哩！每过一年，我就在自己身上的龙鳞片上画一个圆点，我数数就知道了。”

说完就低头数了数，然后眨眨眼睛，微笑着对金凤说：



“金凤，我们啄的年数很有意思，如果用87减去这个数的5倍，等于27减去这个数的2倍所得差的4倍。你能把它算出来吗？”

金凤略微皱了皱眉头，紧闭嘴唇，看了看玉龙。好象在说：累了那么久，我可没有心思去算题，你直接告诉我不就

行了吗？

“金凤也太不爱动脑筋了。”我说：“小涓，咱们替金凤算算好吗？”

小涓和我动笔算了起来。做完后，各自拿出了自己的结果。

妹妹的纸上写着：

由27减去这数2倍所得差的4倍。即等于由27的4倍：

$$27 \times 4 = 108$$

减去这数的2倍的4倍：

$$2 \times 4 = 8$$

所得的差。

所以，由87减去这数的5倍所得的差与由108减去这数的8倍所得的差相等。即108与87的差：

$$108 - 87 = 21$$

正好是这数的 $(8 - 5)$ 倍，即3倍。

已知一个数的3倍是多少求这个数用除法：

$$21 \div 3 = 7。$$

若综合上算式可写为

$$\begin{aligned} & (27 \times 4 - 87) \div (2 \times 4 - 5) \\ & = 21 \div 3 \\ & = 7 \end{aligned}$$

所以，所求这个数为7。

我在纸上写得很简单：

设所求之数为 x ，

根据题意，可列方程为

$$87 - 5x = 4(27 - 2x)$$

即 $3x = 21$
 $x = 7$ 。

妈妈说：“你们都算对了。就是说玉龙和金凤一共劳动了七年才把那一块大璞玉啄成明珠。这个题小涛用了代数解法，所以比小涓用算术解法要简单得多。”

爸爸见小涓撅着小嘴，就对我说：“你妹妹做得也不错，这道题用代数方法比较简单，但用算术方法可以锻炼逻辑思维能力，所以你们的两种解法各有长处。”

小涓抿着嘴笑了。

“后来呢？”做完题，我们要求妈妈继续讲下去。”

“让妈妈休息一会儿，我来讲完这个故事。”爸爸把一杯茶水递给了妈妈，接着讲了起来：

2 黄金托盘的镶边

“玉龙帮着金凤算完了上面的问题以后，金凤长了不少知识，同时玉龙还跟金凤讲了不但要‘勤劳’，而且要‘好学’的道理。在共同的劳动和学习中，它们建立了深厚的友情。于是玉龙和金凤都不愿再回到天河两岸去了。它们就住在银河当中的仙岛上，白天它们捧着宝珠飞向人间，让珠光照耀山川，黑夜他们就陪伴明珠在银河边。

这颗明珠真是一颗宝珠，珠光照到哪里，哪里的树木就常青，百花就盛开，五谷就丰收。

消息传到了天宫，贪得无厌的王母娘娘想把宝珠掠为己有。一日，趁半夜时刻，她派了一名天兵来到银河边，待到



玉龙和金凤睡觉的时候，悄悄地把这颗璀璨（音：cuǐ càn）明珠偷来了。王母娘娘得到明珠，心里那股高兴劲就甭提了！她决定做一个最好看的盘子来盛这颗明珠。于是，王母娘娘召来太白金星，对他说：

‘我要用黄金做托盘，圆盘的外圈镶（音：xiang）上翡翠白玉片当围边，我要用这个世上

最漂亮的盘子来盛那颗明珠。这个任务就交给你去完成吧！’

太白金星捧着这颗明珠回到府上，整整两天没有出屋。王母娘娘很着急，便亲自登门察看。来到太白金星府里，只见在一块黄金圆板上钉着三个钉子，王母娘娘不解其意，问道：

‘钉上这三颗钉子干嘛？’

‘这是为计算圆周长用的。’太白金星回答说：‘我用一块现成的圆板在黄金板上描下了圆周线，但是此圆的圆心不知在哪儿？当然也不能算出圆周长了。所以我在这个圆周上钉了三颗钉子。量得第一颗钉子到第二颗钉子的距离是35厘米，第二颗钉子到第三颗钉子的距离是10厘米，第三颗钉子到第一颗钉子的距离是39厘米。’”

“甯！钉三颗钉子跟计算圆周还有关系呀？”小涓疑惑不解地说。

“你听爸爸往下说嘛！”我对妹妹打断爸爸的话有点不满。

“当然有关系喽。”爸爸接着说：“太白金星指着旁边堆放的翡翠白玉片对王母娘娘说：‘它们每一块都是一厘米见方，我正在计算要用多少翡翠白玉片才能把这个圆盘的周围铺上。’

‘算出来了么？’王母娘娘性急地问。

‘算出来了，但不知对不对，乞望指教。’说完太白金星呈上了自己的计算结果。

王母娘娘拿来一看，上面是这样写的：

已知三颗钉子都在圆周上，所以它们的连线正好是这个圆的内接三角形，且三边长分别为 $a = 35$ 厘米、 $b = 39$ 厘米、 $c = 10$ 厘米。如图 1。

根据几何知识，可知圆的半径为

$$r = \frac{abc}{4S_{\Delta}}$$

而 三角形面积 $S_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

其中 $p = \frac{1}{2}(a+b+c) = \frac{1}{2}(35+39+10) = 42$
即

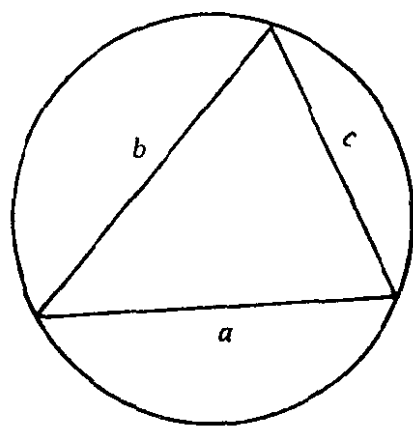


图 1

$$r = \frac{abc}{4\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$$

将 p 、 a 、 b 、 c 的值代入上式，得

$$\begin{aligned} r &= \frac{35 \times 39 \times 10}{4\sqrt{42(42-35)(42-39)(42-10)}} \\ &= \frac{25 \times 13}{16} \end{aligned}$$

$$\approx 20.3(\text{厘米}).$$

所以，托盘圆周长为

$$2\pi r \approx 127.6(\text{厘米}).$$

如果排列得稀松一点，铺一圈需要127块翡翠白玉片。

“你们说，太白金星计算得对吗？”讲到这里，爸爸问我们。

“没有错，这正是用平面几何里求外接圆半径的公式进行计算的。”妹妹抢着回答了。

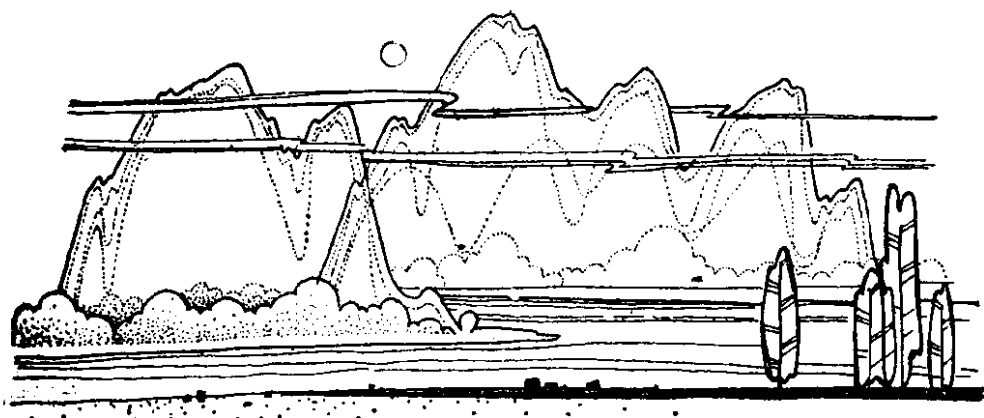
“王母娘娘看后也很高兴。”爸爸接着说：“王母娘娘当即命令太白金星三日之内交活。”

过了不久，便是王母娘娘的生日。这一天，仙宫可真热闹！天上诸位神仙都带着礼物从四面八方赶到这里来给王母娘娘祝寿。在宴会上，王母娘娘拿出了用翡翠白玉金盘盛放的这颗光彩夺目的明珠，向众仙说：‘各位仙长，这可是一颗天上难找，地下难寻的宝珠啊！’”

3 明珠有多大？

爸爸喝了几口浓茶，继续说，

“宴会一直延续到晚上，掌灯力士点燃了天灯，这盏天灯小巧得如袖珍手电筒里的灯泡，而其光亮却胜过咱们现在大礼堂里用的碘钨灯。天灯点着以后，王母娘娘令仙女手托盘子把宝珠放在天灯的正下方。此时，宝珠发出了耀眼的光芒。



最有趣的是，当天灯在宝珠托盘中心上方35.16厘米的时候，灯光照耀着宝珠的影子正好盖住了黄金圆盘而却露出了翡翠白玉镶边。此刻翡翠、白玉与宝珠争相比辉，光耀夺目，其景变幻神妙，博得众仙齐声喝采！

王母娘娘在一片喝采声中兴奋地说：

‘诸位仙长，这个神奇的美景你们都亲眼看到了，它正好发生在托盘离天灯35.16厘米的地方。我再告诉你们，这个不计翡翠白玉镶边的黄金圆盘的直径为40.6厘米。你们哪位仙长能够根据这二个数据和灯光照射的情况算出这颗宝珠圆球的半径是多少？’

宴会上的喝采声立即变成了‘噤、噤、噤’的写字声。

明珠放出的光芒被正在日日夜夜寻找明珠的金凤和玉龙看见了。它俩双双赶到仙宫，向王母娘娘索取这颗明珠。王

母娘娘不肯，并亲自拿过了托盘，金凤和玉龙也伸手抓住了托盘。众仙正忙于做题，还没有来得及上前阻拦，只见他们仨你拉我扯，金盘一摇晃，明珠就骨骨碌碌地滚了下来，落到人间，立即变成了一个波光粼粼的湖——西湖。玉龙、金凤舍不得离开自己的明珠，随珠滚滚降落人间，变成了玉龙山和凤凰山永远守护在湖旁。从此，杭州一带流传着两句古老的歌谣：‘西湖明珠从天降，龙飞凤舞到钱塘。’因而，人们称誉这座美丽的风景城市——杭州为祖国的明珠。”

“原来是这样！”我和妹妹长长地舒了一口气。

“故事讲完了，你们俩能替众仙把这颗宝珠的半径算出来吗？”爸爸冲我们俩笑笑说。

“好，我们试试。”于是我和妹妹就研究开了。

“灯光影子在计算时有什么用啊？”妹妹问我。

“有用，因为天灯与托盘的距离已经确定了，那么珠越大，其影子面积就越大呗！”我回答完妹妹的问题以后接着说：

“因为天灯很小，我们干脆把它假设为一个点，比如 O 点吧！宝珠的剖面用圆 O' 来表示。 OD, OA (D, A 在圆盘上)表示与宝珠相切之灯光线。则根据题意可知 AD 正好是黄金圆盘的直径。”我一边说一边画了个剖面图帮助解题。如图2。

下面，我们俩按部就班地解了起来：

根据题意知：

OA, OD 分别是 $\odot O'$ 的切线，与 $\odot O'$ 分别相切于 C, E 两点。又，球在圆盘的中心，即 B 是 $\odot O'$ 与 AD 之切点且为

AD的中点。

又因 $\odot O'$ 在 O 点正下方, 所以 O、O'、B 在一条直线上。

$$\therefore O'B \perp AD$$

$$\therefore OB \perp AD$$

又 $\because$ B 是 AD 之中点

$$\therefore \triangle AOD \text{ 为等腰三角}$$

形。

故 $OD = OA$

已知 $OB = 35.16(\text{厘米})$

$$AB = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \times 40.6 = 20.3(\text{厘米})$$

据勾股定理知

$$\begin{aligned} OA &= \sqrt{OB^2 + AB^2} \\ &= \sqrt{(35.16)^2 + (20.3)^2} \\ &\approx \sqrt{1236.23 + 412.09} \\ &\approx 40.6(\text{厘米}) \end{aligned}$$

$$\therefore OA = AD$$

又 $OA = OD$

$$\therefore \triangle AOD \text{ 为正三角形}$$

则 $OC = CA = AB$

又设 $\odot O'$ 之半径为 r ,

连 $O'C$, 则 $O'B = O'C = r$

且 $Rt\triangle OCO' \sim Rt\triangle OBA$

$$\frac{OB}{OC} = \frac{AB}{r}$$

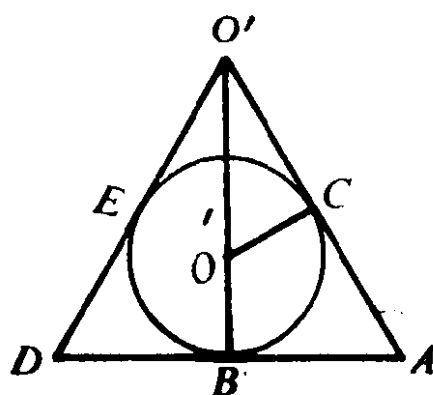


图 2