管理数学基础

申兰珍　编著

中国统计出版社

管理数学基础

申兰珍 编著

中国统计出版社

(京)新登字 041 号

图书在版编目(CIP)数据

管理数学基础/申兰珍编著. -北京:中国统计出版社
1995.8
ISBN 7-5037-1931-1

Ⅰ.管…
Ⅱ.申…
Ⅲ.经济管理-经济数学
Ⅳ.F224.0

中国统计出版社出版
(北京三里河月坛南街 38 号 100826)
新华书店经销
双峰印刷厂印刷
787×1092 毫米 32 开本 11.25 印张 23 万字
1995 年 8 月第 1 版 1995 年 8 月北京第 1 次印刷
印数:1—5000 册
*
ISBN 7-5037-1931-1/O・21
定价:10.50 元

前　　言

随着我国改革的不断深入和社会主义建设的日益发展，成人教育正在蓬勃兴起。在经济管理类的成人高等教育中，高等数学是一门重要的课程，经济管理数学方法的应用也日益受到人们的重视。然而，从目前此类教学的现状看，真正适合成人教育特点，满足成人数学教学要求的数学教材颇为缺乏。基于此，笔者编写了这本教材。

在编写这本教材过程中，始终注意突出两个特点：一是“成人”。根据编者多年从事成人高校数学教学的实践，经济类成人高校的学员一般数学底子比较薄弱，这样就要求教材在内容上要注意深入浅出，易记易懂，尤其着重方法研究。对于那些抽象的数学概念尽量直观化。在不影响管理数学知识体系的前提下，对那些必须以雄厚的中学数学知识做基础方能理解的抽象理论知识，作了必要的删略。既相应减轻学员的压力，又使他们掌握完整的知识结构。二是“应用”。经济类成人院校的培养目标就是把学员培养成应用型人才。因此，本教材力求与学员所从事的专业知识沟通，从引例到例题以及习题，均侧重联系经济领域的应用。也旨在为学员研究经济问题打下一定基础。

编写这样一本教材，是编著者多年的愿望，但由于本人

水平所限，肯定还有一些不妥之处。诚望使用本教材的同行和其他读者给予批评指正。

编著者

1995年2月于中央财政管理干部学院

目　　录

第一篇　一元微积分

第二篇 线性代数

第三篇　概　　率

第一篇　一元微积分

第一章　函　数

函数是高等数学乃至整个经济数学的研究对象之一。中学数学里已经学习过函数概念及一些简单的初等函数，本章再进行较系统的复习和提高。

§1-1　函数的概念

一、常量与变量

人们在观察各种自然现象或从事各种经济活动中，经常遇到各种不同的量。例如，面积、体积、成本、价格等的大小多少。我们把在某一变化过程中始终保持一定数值的量称为常量，一般用用$a,b,c,\cdots$表示。把在某一变化过程中可取不同的数值的量称为变量，一般用$x,y,\cdots$表示。如商店在一天的营业活动中，各商品的价格一般是常量，而销售量、营业额和商品库存量等均匀为变量。

常量与变量的划分不是绝对的，而是对一定条件而言的。同一个量，在某种条件下是常量，而在另一种条件下，可能是变量。例如，某商品的价格在短期内可以看成是常量，而在一个较长的时间内就是一个变量。

就宏观意义上说，初等数学是常量数学，高等数学则是变量数学。

二、函数定义

同一个现象或过程中出现的若干变量，在其变化中往往是相互依赖，彼此制约的，而不是互不联系，彼此独立的。即是说，变量与变量之间按一定的依赖方式联系着变化。

例 1　圆面积 S 和它的半径 R 之间按关系。

$$S=\pi R^2$$

在变化。当在 $R>0$ 的范围内，任意给 R 一个具体数值，就有一个确定的 S 值与之对应。

例 2　某厂某种产品每日最多生产 150 吨，固定成本为 100 元，每多产一吨，成本增加 6 元。则每日产品的总成本 y 与产量 x 均是变量，它们由关系

$$y=100+6x$$

联系着变化。还可以看出 x 的变化范围是：$0\leqslant x\leqslant 150$。

上面两个实例的具体含义虽然极不相同，但从抽象的数量关系看，实质是一样的，都有两个变量，且两个变量之间都有确定的对应关系。当其中一个变量在某一变化范围内取值时，另一个变量就有确定的值与之对应。两个变量间的这种对应关系就是函数概念的本质。

定义 1.1　设 x 和 y 是两个变量，如果变量 x 在其变化范围 D 内取的每一个数值，按照一定规律，变量 y 总有确定的值与之对应，则称变量 y 是变量 x 的函数，记为

$$y=f(x)$$

其中 x 称为自变量，y 随 x 的变化而变化，称为因变量。x 的

变化范围 D 称函数的定义域。

如果对于变量 x 的每一个数值，y 只有唯一的数值和它对应，这种函数称为单值函数；如果 x 的每一个数值对应的 y 的值多于一个，这种函数关系称为多值函数。今后无特别说明，一般只讨论单值函数。

三、函数符号

函数符号"f"表示由 x 到 y 的对应关系。它随具体问题的不同而不同。若设

$$f(x)=x^2+4x-5$$

则符号 f 表示对自变量 x 作

$$(\quad)^2+4(\quad)-5$$

一系列运算。

$f(x)$是一个完整的符号，不能误认为 f 与 x 相乘。对于不同的对应法则，可以用不同的符号，如 $y=g(x)$，$y=\psi(x)$ 等等，有时甚至可以重复用一个字母表示，如 $C=C(x)$，$y=y(x)$等等。

符号 $f(x_0)$称为 $f(x)$在 $x=x_0$ 时的函数值。$x=x_0$ 时的函数值有时也记作

$$y|_{x=x_0} \text{或} f(x)|_{x=x_0}$$

当 x 取遍定义域中每个值时，所有函数值的全体称为函数 $y=f(x)$的值域。

例 3 已知 $f(x)=3x^2-5x+7$，求下列各函数值：

(1)$f(0)$；(2)$f(a)$；(3)$f(a+b)$

解：(1)$f(0)=3\cdot 0^2-5\cdot 0+7=7$

(2)$f(a)=3a^2-5a+7$

$(3)f(a+b)=3(a+b)^2-5(a+b)+7$

例 4　已知 $f(x)=\dfrac{1}{1-x}$,求 $f[f(x)]$。

解:因为 $f()=\dfrac{1}{1-()}$所以

$$f[f(x)]=\frac{1}{1-f(x)}=\frac{1}{1-\dfrac{1}{1-x}}$$

四、函数定义域的求法

在数学中,如果一个函数没有实际背景,则习惯上认为函数的定义域就是函数表达式有意义的一切 x 值。当函数有实际背景时,定义域往往根据变量的实际意义确定。

为了方便,通常我们用"区间"来表示函数的定义域。我们把介于两个实数之间的全体实数叫做区间,而两个实数称为区间的端点。

设 a,b 为两个已知实数,且 $a<b$,则:

1. 满足不等式 $a<x<b$ 的实数 x 的全体叫做开区间,记为(a,b);

2. 满足不等式 $a\leqslant x\leqslant b$ 的实数 x 的全体叫做闭区间,记为$[a,b]$;

3. 满足不等式 $a<x\leqslant b$ 或 $a\leqslant x<b$ 的实数 x 的全体称为半开区间。记为$(a,b]$或$[a,b)$。

以上所谈区间都是在有限范围内,称为有限区间,除了有限区间还有无限区间。

例如:全体实数 x 组成的区间:记为$(-\infty,+\infty)$或 $-\infty<x<+\infty$,所有大于 a 的全体实数 x 组成的区间记为$(a,+\infty)$或 $a<x<+\infty$,所有小于 a 的全体实数 x 组成的区

间记为$(-\infty,a)$或$-\infty<x<a$，类似的可以规定$[a,+\infty]$及$[-\infty,a]$的意义。

例 5　求函数$f(x)=\sqrt{4x+1}$的定义域。

解：因为要$f(x)$有意义，必须

$$4x+1\geqslant 0 \text{ 即 } x\geqslant -\frac{1}{4}$$

所以函数$f(x)$的定义域为$[-\frac{1}{4},+\infty]$。

例 6　求前面例 2 的函数的定义域和值域。

解：由问题的实际意义知，产量x的变化范围在 0 与 150 吨之间，相应的成本y的变化范围在 100 元到 1000 元之间，所以函数$y=100+6x$的定义域为$[0,150]$，值域为$[100,1000]$。

函数的概念反映自变量和因变量之间的依从关系，它涉及到定义域、值域和对应关系。很明显，只要定义域和对应关系确定了，值域也就随之确定。因此，定义域和对应关系都相同，那么这两个函数才相同；只要定义域或对应关系之一不同，那么这两个函数就不相同。

例如，$y=\frac{x^2-1}{x+1}$与$y=x-1$是不相同的函数。因为$y=\frac{x^2-1}{x+1}$的定义域是$x\neq -1$的全体实数，而$y=x-1$的定义域是全体实数，二者定义域不同，所以它们是不同的函数。而$y=1$与$y=sin^2x+cos^2x$的定义域都是全体实数，对应关系都是：不管x取任何值，y都恒等于 1（因为有三角恒等式$sin^2x+cos^2x=1$），因此它们是相同的函数。

五、函数表示法

一个函数，其“对应关系”只要表达清楚、肯定，并不拘泥于一种方式。下面介绍最常用的三种表示法：

1. 公式法

用数学公式的形式表明函数同自变量关系的方法称为公式法，如 $y=\pi x^2$，$y=\sqrt{4-x^2}$ 等都是用公式法表示的函数。这种表示法清楚、准确，便于对函数进行理论分析，所以，微积分中的函数基本上都用这种表示法。

有一些函数，对于自变量 x 在定义域内取不同的值时，表示函数的公式也不同。如函数

$$y=\begin{cases} x+1 & x<0 \\ 1 & x=0 \\ x-1 & x>0 \end{cases}$$

这类函数称为分段函数。

注意：分段函数是用几个公式合起来表示一个函数，而不是表示几个函数。

在经济和管理中经常会遇到分段函数，作为经济工作者或管理干部应熟悉和掌握好这种函数。

例 7 某商品的单价 y(元)随购买量 x(个)而异。其依赖关系由下式给出：

$$y=\begin{cases} 3.00 & 0<x\leqslant 50 \\ 2.80 & 50<x\leqslant 100 \\ 2.60 & 100\leqslant x\leqslant 200 \\ 2.50 & 200<x \end{cases}$$

试求：(1)函数的定义域；

(2)$f(25)$及 $f(150)$；

(3)作出 $f(x)$的图象。

解：(1)函数的定义域为$(0,+\infty)$

(2)$f(25)=3.00$；$f(150)=2.60$

(3)图象如下，

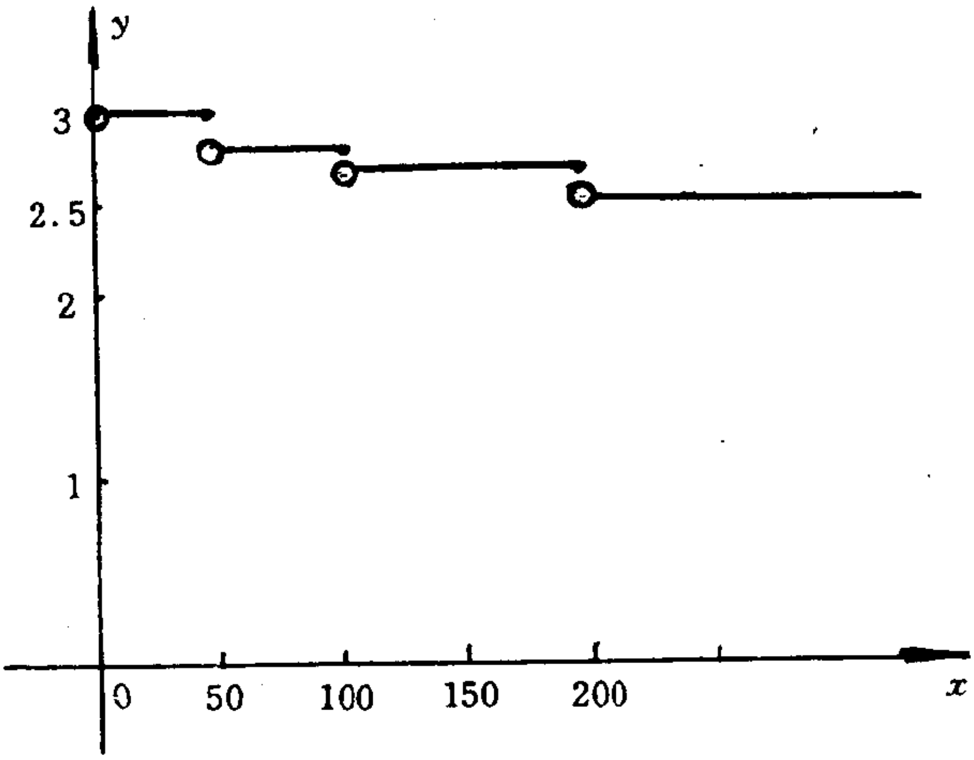

图 1-1

2. 表格法

用一系列的自变量值与对应的函数值列成表来表示函数的方法称表格法。比如对数表、三角函数等。用这种方法表示，函数一目了然，方便、省时，而且可以表示那些难于知道公式的函数，所以在实际工作中常用。但它不便进行理论分析（表中所列数据不完全）。

3. 图示法

用坐标平面上的曲线来表示纵坐标 y 是横坐标 x 的函数的方法称为图示法（这里仅对只有一个自变量的函数而

言)。如通过自动测温记录仪画出一昼夜的温度变化曲线,它表示了气温 T 与时间 t 的函数关系。这条曲线也称为函数 $T=f(t)$的图形。这种表示法最大特点是明显、醒目,有利于函数的研究。

六、函数的几种简单性质

1. 奇偶性

定义 1.2 给定函数 $y=f(x)$,如果对于函数 $f(x)$的定义域内的任意两个相反的数 x 和 $-x$,恒有

$$f(-x)=f(x)$$

则称函数 $f(x)$为偶函数。如果对于函数 $f(x)$的定义域内的任意两个相反的数 x 和 $-x$ 恒有

$$f(-x)=-f(x)$$

则称函数 $f(x)$为奇函数。

函数的这种性质称为函数的奇偶性。

对于偶函数,因 $f(-x)=f(x)$,所以若点 $P(x,f(x))$在图形上,则与它对称于 y 轴的点 $P'(-x,f(x))$也在图形上,因此偶函数的图形对称于 y 轴(如图 1-2)。

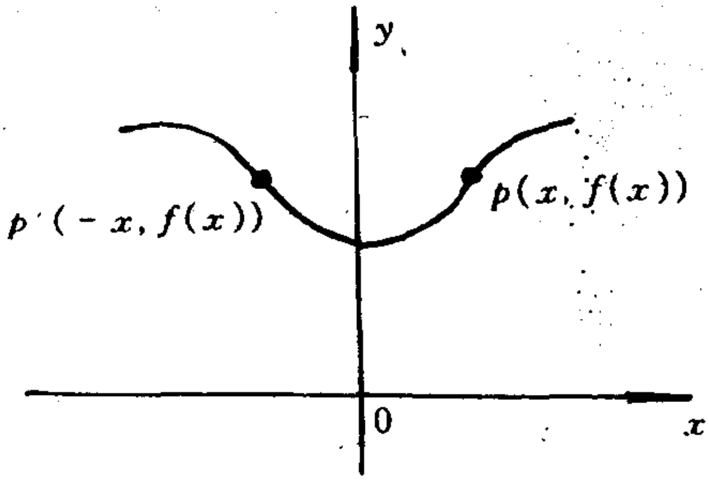

图 1-2