学管理工具书

实用运筹法

李仲元 编著

山西科学教育出版社

实用运筹法

李仲元　编著

山西科学教育出版社

实 用 运 筹 法

李仲元　编著

山西科学教育出版社出版（太原并州北路十一号）
山西省新华书店发行　山西新华印刷厂印刷

开本：787×1092 1/32　印张：16.25　字数：352千字
1991年5月第1版　　1991年5月太原第1次印刷
印数：1—3000　册

ISBN53 7—77—0371—X
T·69　　定价：7.50 元

绪　论

近几十年来，人们越来越认识到管理科学同其它学科一样，是一门很重要的学问，它不仅包含自然科学的知识，而且也包含有社会科学的知识。管理科学的作用是使企事业单位的领导干部、业务人员学会用科学的方法去计划生产与管理生产。

从社会整体上来讲，人们的生产活动不外乎是两个方面：

其一是创造和发现新的物质资源，寻找更好的利用方式。如勘探和发现新的矿床，制造工作母机，改进生产工具等等。绝大多数的创造发明和科学技术活动，都是属于这个领域的。

其二是发挥现有设备、人员和生产工具的潜在力量，以达到最大限度的利用率。例如，若要解决铁路运输任务繁重的问题，一方面可增添新的铁路线或者寻求新的运输方式，如增加双轨、增加车辆；另一方面也可设法制定出最经济、最有效的利用现有路线完成更多的运输任务的合理方案。《实用运筹法》这本书就是为科学地解决如何选择最优方案，发挥现有物资资源、设备、人力和生产工具的最大作用，或者当某项任务确定以后，如何投入尽可能少的物资资源、设备、人力和生产工具去完成而编写的。

我国古代就有齐王与田忌赛马的传说：有一天，齐王要

田忌和他赛马，规定各人从自己的上马（即头等好马）、中马、下马中各选一匹马来比赛，并且说每输一匹马就得付出千金，每胜一匹马可获得千金。当时同等级的马，齐王的马比田忌的马强，似乎田忌总得输三千金了。但田忌的谋士们出了一个主意，叫他用下马对齐王的上马，中马对齐王的下马，上马对齐王的中马。于是田忌的下马输了，而中马和上马都胜了，所以田忌反而赢得千金。

古代还有一句名言"运筹帷幄之中，决胜千里之外"，当然在古代具有这种"运筹帷幄之中"已经是不简单了。但在科学技术发达的今天，它却远远不能满足需要了。

在第二次世界大战中，英、美两国都发明创造了一些新式武器，雷达就是其中之一。如何更有效地使用新式武器成为当时一个迫切需要解决的问题。因此集中了一些科学工作者研究这类问题，取得了一些成果。后来将这些研究成果加以综合，并取名为运筹学。

中华人民共和国成立以后，在组织生产和发展生产中，国民经济计划与管理的实践使运筹学理论获得了新的发展，而且在生产实践中得到广泛的应用，取得了很多成果。在我国曾使用各种不同含义和不同内容的数学方法，如运筹学、线性规划、非线性规划、动态规划、优选法、现代工程中的最优化方案等等，都是用来研究最优化问题的。

我国社会主义建设的需要和生产现代化要求管理人员要使用科学的方法去管理和指挥生产。电子计算机的应用，使加强科学管理、生产组织与计划管理科学化、现代化成为必由之路。

但是，目前电子计算机还没有普及，我国的一般企事业

业单位，特别是中小型工厂、矿山和运输部门的领导干部和管理人员还缺乏这方面的必要的科学知识，组织生产和指挥生产“凭老经验”、“想当然”，甚至“乱指挥”、“瞎指挥”的现象还不同程度地存在，造成非常严重的损失和浪费。以下我们先看几个例子，有关它们的计算在以后相应的章节内讲到。

例 1　某项建筑工程，需要某种规格预制件100件，每件需要钢筋架、分别由长为2.9m，2.1m和1.5m的钢筋各1件组成。今有钢筋原材料长为7.4m，问至少需要多少根原材料钢筋？

我们在工地上经常见到的有两种截断方法：其一，把7.4m原材料钢筋截为2.9m、2.1m和1.5m各1根，余下0.9m成为废料，这样制造100件预制件就需要100根原材料钢筋，所产生的废料为0.9×100＝90m。

其二，把原材料钢筋，先截取2根2.9m和1根1.5m，这样用50根钢筋原材料可截取2.9m的100根和1.5m的50根，而产生的废料为：

$$(7.4-2.9\times2-1.5)\times50=5\text{m}$$

其次每根原材料截取2.1m的3根，可用33根原材料钢筋截取99根。产生的废料为：

$$(7.4-2.1\times3)\times33=36.3\text{m}$$

再用13根原材料钢筋，其中12根截成1.5m（每根原材料可截得1.5m的4根，废料1.4m），剩下1根原材料钢筋截取1.5m的2根和2.1m的1根。这样100件预制件需要钢筋原材料为：

$$50+33+13=96\text{根}$$

共产生的废料长为：

$5+36.3+(7.4-1.5\times4)\times12+(7.4-1.5\times2-2.1)$
$=41.3+16.8+2.3=60.4m$

以上两种方法，使用前一种方法简单，但浪费较大，使用后一种方法麻烦，但减少了三分之一的浪费。但是否就这两种方法呢？还有没有更好的方法使浪费更少一些呢？如果‘凭’经验再去寻找其他更好的截断方法就有困难了。而且找出的方法，也不好断言就一定是最好(即最节省)的方法。

如果应用本书提供的计算方法，只需要90根钢筋原材料就够了，所产生的废料为：$10\times0.1+50\times0.3=16m$。

它要比用第一种截断原材料方法节约10%。比用第二种方法节约6%，而且我们还可以断言，这是所有截断方法中最好（即最节省）的一种，因而称它为最优方案。

例2　今有正方形薄铁板一批如图1，边长为$a=900$ mm，计划每张制成一个无盖的铁盒，若将薄铁板的四角各截去一个小方块，试问小方块的边长为多少时，使得铁盒的容积为最大？

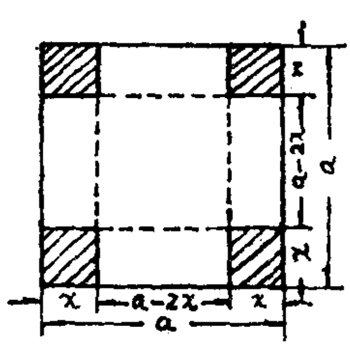

图1

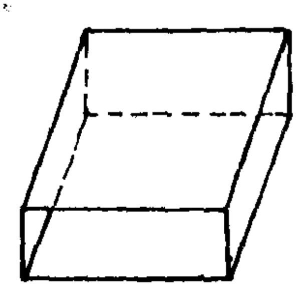

图2

这是一个设计问题，如果取截去的小方块边长为x，当x很小时，做成铁盒如图2的容积也很小，因为虽然底

面积很大，而高却很小，所以容积也就很小；如果取x很大，即截去的小方块很大，则做成的铁盒底面积就很小。虽然高很大，但容积还是很小。当x由很小逐渐增大时，容积逐渐增大；当x由很大逐渐减小时，容积也逐渐增大。那么必有x的某一个值，使得容积为最大。那么这个x的值如何求呢？这也是本书所要解决的问题之一。在本例中，已知$a=900$mm，当$x=150$mm时，做成的铁盒容积为最大。对截去的小方块边长大于150mm或小于150mm做成的铁盒的容积都小于当$x=150$mm时的容积，读者不妨自己试验一下。

例 3　某工厂生产A和B两种产品，生产A1t需要用煤9t，劳动力3个（以工作日计）电力4kw；生产B1t需用煤4t，劳动力10个，电力5kw。已知生产A、B各1t所创造的经济价值分别为7000元和12000元，现该厂因某些条件限制只有煤360t，电力200kw，劳动力300个可以利用，问应生产A和B各多少吨才能使创造的总经济价值最大？

如果只考虑经济价值，当然尽可能生产B似乎产生的价值最大。由于生产B需要劳动力较多，所以最多可生产$\frac{300}{10}=30$t，审查一下电力$30\times5=150$kw，再看煤$30\times4=120$t，都没有超出现有条件，由此所产生的经济价值为：

$$1.2\times30=36\text{万元}$$

如果只生产A产品，由于煤的限量，所以最多可生产$\frac{360}{9}=40$t，验算劳动力、电力都没有超出现有条件，由此所产生的总经济价值为：

$$0.7\times40=28\text{万元}$$

显然生产B产品的总经济价值较大。那么要问，是否为最优方案呢？凭直观就不易回答这个问题了。如果应用本书所提供的数学方法可得：生产A产品20t和生产B产品24t所产生的总经济价值为：

$$24\times1.2+20\times0.7=42.8\text{万元}$$

读者可以自己验证，生产A产品20t和生产B产品24t都没有超出该厂现有的条件限制（煤、电力和劳动力）。

例4　某工厂担负三种产品的生产任务，分别记为甲、乙、丙，由三个生产车间来完成（将三个车间记为A、B、C），各车间的生产效率如表1（单位时间内完成生产量），三种生产任务均为20000件，问如何安排生产任务，在同时完成任务的前提下使生产所用工时最省？

表1　（件）

车间 \ 任务 生产效率	甲	乙	丙
A	105	56	56
B	107	66	83
C	64	38	53
合计	276	160	192

我们要制订一个各车间的平衡生产计划，而且要求这个计划必须是最优计划，即用工时最少的计划。编制这样的生产计划，如果没有一定的方法，那是比较困难的，而且也很难确定出所编制的生产计划是否就是最好的（即最省工时

的）。

如果根据一般经验或直观观察，按生产效率高的先分配，我们试编一下这个计划。

用A车间生产甲任务，用B车间生产丙任务，剩下只有C车间生产乙任务了。从A、B车间看，达到了生产效率最高的要求，但使得C车间的生产效率确为最低的了。显然这不是一个最好的生产方案。从总体上来计算一下：

$$A\text{ 车间：}\frac{20000}{105}=190\frac{10}{21}\approx 190.5\text{单位时间}$$

$$B\text{ 车间：}\frac{20000}{83}=240\frac{80}{83}\approx 241\text{单位时间}$$

$$C\text{ 车间：}\frac{20000}{38}=526\frac{12}{38}\approx 526.3\text{单位时间}$$

三个车间的平均生产时间为：

$$\frac{190.5+241+526.3}{3}\approx 319.3\text{单位时间}$$

如果使用本书提供的计算方法，找出编制这项生产计划的最优方案，如表2。

表 2　　　　（单位时间）

车间 \ 任务 生产时间	甲	乙	丙	合 计
A	190	92	0	282
B	0	222	60	282
C	0	0	282	282

各车间投入的加工时间都为282单位时间，比较前一方案各车间相差：319.3－282＝37.3单位时间。

在实际编制生产计划时，不一定要求那么十分精确，但如果编制的生产计划过于粗糙，那么，不经计算单凭直观所看不出的浪费或损失将是很严重的。

通过以上四个例题的分析，不难看出，生产组织与计划管理必须建立在科学管理的基础上，必须不断提高领导干部、业务人员的科学管理水平，提高管理的科学性。

本书的编写，充分考虑到一般领导干部和业务人员的接受能力，特别强调了实用性，并且尽可能以初等的、简易的方法为出发点，用尽可能简便的计算方法去寻找最优方案。对于较高深的理论和数学计算方法也尽可能着眼于实际应用，避免繁琐的理论推导，对于注上“※”号的部分，文化较低的同志可以不读。

目　　录

第一章　任务分配的最优方法

任务分配的最优方法问题，是一个具有普遍意义的实际问题。例如：几台机床生产几种产品选择最优分配任务的方法问题；在一个工厂几个车间加工几种产品选择最优分配任务的方法问题；几个工作队担负几种生产任务选择最优分配任务的方法问题；军队中的几个班、排、连去完成几种任务选择最优方法问题等。我们要通过对这类问题的讨论寻求解决它的一般科学方法，并且从理论上加以论证。

第一节　两个单位分配几种任务的择优方法

一、两个单位分配两种任务

在本书中，我们把几个工厂、车间、班组或几台加工设备等，一般称为“几个单位”。对于两个单位分配两种任务，我们先来讨论下面两个实际例题。

例 1　某车间有两台生产铆钉的机床，今有铆钉生产任务：12mm和16mm各20000个，试问如何分配任务，（1）使车间完成任务的工作日数最少；（2）若要求同时完成任务，最少需要多少个工作日（各机床在一个工作日内生产铆钉的效率如表 1-1 所示）。

现在我们来分析一下问题（1）（虽然这是一个比较简单

表 1—1

任务 / 生产效率 / 机床	12mm	16mm
Ⅰ	150	80
Ⅱ	100	120

的问题。可以用初等数学的方法得到解决）。这两种任务如何分配给两台机床，有以下几种方法：

（1）两种任务都由机床Ⅰ来完成时：

生产12mm铆钉需要：$20000\div150=133\frac{1}{3}$个工作日

生产16mm铆钉需要：$20000\div80=250$个工作日

合计需要：$133\frac{1}{3}+250=383\frac{1}{3}$个工作日

（2）两种任务都由机床Ⅱ来完成时，需要：

$20000\div100+20000\div120=366\frac{2}{3}$个工作日

（3）两台机床同时生产两种任务，需要：

$[20000\div(150+100)+20000\div(80+120)]\times2=360$个工作日

（4）若机床Ⅰ尽量完成12mm任务和机床Ⅱ尽量完成16mm任务时，所需：

$20000\div150+20000\div120$

$=133\frac{1}{3}+166\frac{2}{3}=300$个工作日

（5）若机床Ⅰ尽量完成16mm任务和机床Ⅱ尽量完成12mm任务时，所需：

$20000\div100+20000\div80=200+250=450$个工作日

以上五种分配方法中完成任务所用工作日最少者为第