建筑工程基础数学

孙 福 兴

中国建筑工业出版社

本书结合建筑工程（特别是建筑施工）的实际，系统且有重点地叙述了从初等数学到一元函数微积分的基本知识。全书的章次为简单的数值计算，基本的代数运算，三角形及其计算，一次函数与一次方程组，二次函数与二次方程，圆和圆的方程，三角函数和反三角函数，指数函数和对数函数，导数和微分，定积分和不定积分。全书以函数为主要线索，由浅入深地、形数结合地讨论了数学的基本概念和基本方法，分析了许多建筑施工中常见的问题。叙述详细，工程实例很多。

本书可供具有初中以上文化程度的从事建筑工程的同志自学，也可作建筑工程职工业余学校或建筑工程学校教学参考。

建筑工程基础数学

孙 福 兴

*

中国建筑工业出版社出版（北京西郊百万庄）

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

中国建筑工业出版社印刷厂印刷（北京阜外南礼士路）

*

开本：787×1092毫米 1/16 印张：41 字数：996 千字

1981年12月第一版 1981年12月第一次印刷

印数：1— 34,100册 定价：3.30元

统一书号：15040·4168

前　言

在建筑工程的施工现场，可以看到各种各样的建筑构件（或结构）。例如，基础、柱、墙、梁、板、屋架、门窗、楼梯、烟囱、水塔，等等。观察和比较这些建筑构件（或结构）就容易发现：柱或梁的截面、门窗的形状大都是长方形的；很多屋架是三角形的；楼梯和许多基础的截面是阶梯形的；烟囱和水塔的截面是圆形的。舍去这些构件（或结构）的实际意义，仅从形状方面加以抽象，就可概括出反映这些构件（或结构）的一些平面图形——长方形、三角形、圆等“形”的概念。

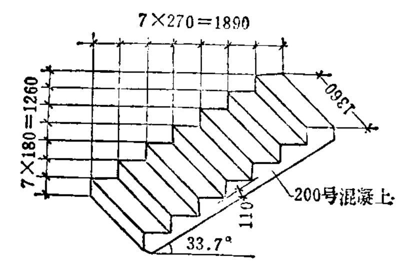

图 0-1　预制的钢筋混凝土板式楼梯段

对于这些建筑构件（或结构），如用某种标准（计量单位）去度量一下，就可得到反映这些构件（或结构）的一些量的大小。例如，对于一个预制的钢筋混凝土板式楼梯段（如图 0-1所示），用有关工具就可测得以下数据：

楼梯宽	1360毫米❶
楼梯段板厚	110毫米
踏步宽	270毫米
踏步高	180毫米
踏步数	7 个
楼梯段体积	0.571立方米
楼梯段重量	1430公斤
楼梯段倾斜角	33.7度
楼梯段混凝土抗压强度	200公斤/厘米^2

等等。这些数量反映了预制钢筋混凝土板式楼梯段的一些特征。而这里的1360、110、270、180、7、0.571、1430、33.7、200等“数”，反映了楼梯段的长度、体积、重量、角度、强度等“量”的大小。

上面的例子说明了一个重要的事实：“形”和“数”的概念“是从现实物质世界中得来的”、“而不是在头脑里由纯碎的思维产生出来的”。人们正是在长期的实践中，才逐渐形成“形”和“数”的概念，才逐渐认识“形”和“数”的丰富内容。数学正是研究现实世界的“形”和“数”的一门科学，正如恩格斯所指出的那样：“纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系，所以是非常现实的材料。”

在建筑工程的实践中，存在着大量的“数”和“形”的问题。例如，在房屋设计

❶ 本书图上的尺寸，凡是未注明单位的，一律指毫米。

中，要进行各种技术经济指标以及荷载、内力、构件截面等数量的分析与计算，要进行建筑、结构、水暖电卫等图形的分析与绘制；在组织施工中，要进行建筑资源（如材料量、劳动力……）等数量的分析与计算，要进行建筑资源使用的时间安排和空间布置等图形的分析与绘制。尤其是在我国实现建筑工业现代化的过程中，会遇到更多的“数”和“形”的问题。因此，学习数学，熟悉“数”和“形”的知识，掌握数学这个工具，是实践的需要，是实现四个现代化的需要。

学习数学，需要有书本。目前社会上的数学读物不少，但大都是分科立册，不仅本本较多，篇幅较大，而且未能联系建筑工程的实际，一般不太适合从事建筑工程的同志的自学需要。为了适应这些同志学习（特别是自学）数学的需要，编写了这本《建筑工程基础数学》。本书在内容选择上，根据建筑工程（特别是建筑施工）的需要，系统而有重点地介绍了代数、几何和微积分的基本知识，努力把学习数学和运用数学分析解决实际问题结合起来。在编写安排上，以实践中最常见的函数关系为主要线索，把代数、平面几何、平面三角、平面解析几何和一元函数微积分等内容统一进行了组织，由浅入深地、形数结合地讨论了常见函数及其有关的问题；以数学的基本概念和基本运算为重点，通过例题，分析了许多建筑施工中常见的问题，如建筑构件的形体计算，钢筋料表的编算，常见曲线的放样，简单的静力分析等等。为了便于自学，概念的叙述比较详细，不仅从实际出发引入概念，而且注意与前、后、左、右的联系和不同概念间的比较；式子的推演、问题的求解，力求思路简明，层次清楚，并注意归纳小结；例子也多，除基本题外，还有不少综合题（其中基本题和综合题都选了很多的高考题）和大量的联系实际的应用题。本书是一本联系建筑工程实际的基础数学读物，向读者介绍了一些常见的基本的数学概念和数学方法，既是解决简单的实际问题的基础，又是进一步学习科学技术的基础。

本书在编写过程中，曾得到西安冶金建筑学院不少同志的支持和帮助，特别是数学教研室主任刘则刚副教授、数学教研室潘鼎坤副教授、梅己诚先生三位老师，他们分别看了本书各章的初稿，并提出了许多宝贵意见，特此表示感谢。

本书是在业余时间编写的。由于编者水平很低，加上调查研究不够、时间零碎而短少，所以书中的缺点、错误一定不少，欢迎读者批评指正。

编　者

1980年于西安冶金建筑学院

目　录

第一章　简单的数值计算

在建筑工程的实践中，经常会遇到各种数字的计算问题。例如，建筑设计中的建筑指标和声、光、热计算；结构设计中的荷载、内力、截面计算；建筑施工中的工程量、材料量计算，施工进度计划的编算，工程成本的核算等。为了满足工程实践的需要，必须正确理解和熟练掌握数的一些基本性质和运算方法。

本章包含了建筑工程中常见的数值计算的有关知识。先复习数的基本运算，然后对建筑施工中最常见的数值计算问题——建筑构件（或结构）的形体计算作点讨论，最后谈点数值计算中应注意的几个问题。

第一节　数的基本运算

为了正确理解和熟练掌握数的基本概念和运算方法，本节将复习小数、分数、正负数及其运算，乘方和开方运算，作为本书的预备知识。

一、小数及其运算

1.小数及其性质

所谓小数是指带有小数点的数。例如，一块普通砖重6.5斤，一根钢筋混凝土吊车梁长5.97米，一间卧室面积13.4平方米等。这里的6.5、5.97、13.4等都是小数。数中的圆点“·”称为小数点，小数点左侧的数表示的是整数，小数点右侧的数表示的是“零头”，也称纯小数。

小数有两个性质：（a）在小数的末尾添上或去掉几个“0”，小数大小不变。例如，6.5和6.500，它们大小一样。根据这个性质，在小数运算中将可在其末尾添上或去掉几个“0”。（b）小数中的小数点的位置向右（或向左）移动一位，小数大小将扩大（或缩小）十倍。例如，59.7=5.97×10。这个性质告诉我们，必须注意小数中小数点的位置，否则会造成错误，影响工程的质量和进度。

2.小数的四则运算

小数加、减法的意义和整数一样：加法是求两个数的和的运算，减法是已知两个数的和与其中一个加数而求另一个加数的运算。小数加、减法的运算方法和整数相似，只要先对齐小数点，然后按整数加减法进行运算，所得的和或差的小数点仍与上面对齐。

例 1　材料库原有钢筋8.01吨，调出4.98吨，又拨来了15.57吨。问现存多少吨？

解　现库存钢筋量为

8.01－4.98＋15.57＝18.6(吨)。

$$\begin{array}{r} 8.01 \\ -)\ 4.98 \\ \hline 3.03 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3.03 \\ +)\ 15.57 \\ \hline 18.60 \end{array}$$

小数乘法的意义和整数一样：求两个因数积的运算。小数乘法的运算方法是：先把小

数当作整数相乘，乘完后，看被乘数和乘数一共有几位小数，积就从右到左取几位小数；如果积的位数不够，就在前面添上“0”来补足位数。

例 2 某工程单位造价是59.45元/平方米，建筑面积是2482.4平方米。问该工程造价是多少？

解 该工程造价为

59.45×2482.4＝147578.68（元）。

$$
\begin{array}{r l}
2\,4\,8\,2\,.\,4 & \text{……有一位小数} \\
\times)\;5\,9\,.\,4\,5 & \text{……有二位小数} \\
\hline
1\,2\,4\,1\,2\,0 & \\
9\,9\,2\,9\,6 & \\
2\,2\,3\,4\,1\,6 & \\
1\,2\,4\,1\,2\,0 & \\
\hline
1\,4\,7\,5\,7\,8\,.\,6\,8\,\cancel{0} & \text{……应有三位小数}
\end{array}
$$

小数除法的意义和整数一样：已知两个因数的积和其中的一个因数而求另一个因数的运算，小数除法的运算方法是：先把除数变为整数（方法是：除数有几位小数，就把被除数的小数点向右移几位；若位数不够，在末尾添上“0”补足位数），然后按整数除法相除，所得商的小数点与被除数对齐。

例 3 某小组在4.2小时里填土107.52立方米，问每小时填多少土？

解 每小时填土数为

107.52÷4.2＝1075.2÷42

＝25.6（立方米）

$$
4.2\overline{)107.52} \longrightarrow
\begin{array}{r}
25.6 \\
42\overline{)1075.2} \\
\underline{84} \\
235 \\
\underline{210} \\
25\,2 \\
\underline{25\,2} \\
0
\end{array}
$$

小数四则运算基本运算律和整数一样：加法交换律（两数相加，交换位置，其和不变），加法结合律（三数相加，可将任两数结合先加），乘法交换律（两数相乘，交换位置，其积不变），乘法结合律（三数相乘，可将任两数结合先乘），乘法对加法的分配律（一数与两数的和相乘，可分别相乘再求和）。运用上述五条基本运算律，可简化计算。例如，

4.59×3.17＋4.59×6.83＝4.59×(3.17＋6.83)　　[乘法对加法的分配律]

＝4.59×10＝45.9。

小数四则混合运算的方法和整数一样：只含加减或乘除运算的式子，按从左到右的顺序进行；既含加减又含乘除运算的式子，按先乘除后加减的顺序进行；有括号的式子，要先作括号内的运算，且先小括号，再中括号，后大括号。

例 4 某工地要运进53.6吨水泥，先用18辆马车运一次，每车装1.2吨，剩下的改用汽车运，每辆汽车比每辆马车多装2.8吨。若要一次运完，问需用汽车多少辆？

解 需用汽车数为 (53.6－1.2×18)÷(1.2＋2.8)＝8（辆）。

二、分数及其运算

1.分数及其性质

为了描述客观事物的部分量与整体量之间的关系，需要引入分数。

所谓**分数**是指将一个单位或一个整体量分成几等份，表示其中的一份或几份的数。例如，将一根钢筋分成相等的四小段，一小段（部分量）与整根钢筋（整体量）之间的关系，就用分数来表示，记作

$$\frac{1}{4}\begin{array}{l}\cdots\cdots\text{称为分子}\\\cdots\cdots\text{称为分数线}\\\cdots\cdots\text{称为分母}\end{array}$$

易于看出，分数的优点之一是意义明确。

由分数的意义，可得分数与除法的关系：

$$\text{被除数}\div\text{除数}=\frac{\text{被除数(分子)}}{\text{除　数(分母)}},$$

其中分数线相当于除号。根据这种关系，分数与小数可以互化。例如，$\frac{3}{8}=3\div8=0.375$❶，$\frac{3}{9}=3\div9=0.333\cdots\cdots$（也记为$0.\dot{3}$，称为无限循环小数），由此可见，一个分数都可化为有限位或无限循环小数；又如，$0.13=13\div100=\frac{13}{100}$，$0.66\cdots\cdots=0.\dot{6}=6\div9=\frac{6}{9}$❷。

由于零不能作除数，所以分数的分母不能为零。

分数有三种形式：真分数（分子小于分母的分数），如砖长的$\frac{7}{10}$，即工地上瓦工同志说的"七分头"；假分数（分子大于或等于分母的分数），如圆周率π的近似值$\frac{22}{7}$；带分数（整数后带有分数的分数），如水管直径$1\frac{1'}{2}$（即1英寸半）。根据分数与除法的关系，假分数与带分数可以互化。例如，$\frac{5}{3}=5\div3=1\frac{2}{3}$，$1\frac{3}{4}=\frac{1\times4+3}{4}=\frac{7}{4}$。

根据分数与除法的关系，易于得到分数的基本性质：一个分数的分子和分母同乘以或同除以一个不为零的数，分数的值不变。例如，

$$\frac{1}{4}=\frac{1\times2}{4\times2}=\frac{2}{8},\quad \frac{15}{30}=\frac{15\div15}{30\div15}=\frac{1}{2}。$$

2.分数的加减运算

---

❶ 这种用除法算出的结果称为该分数的值。

❷ 这是因为

$$\begin{array}{rl} & 0.\dot{6}\times10=6.666\cdots\cdots\\ -) & 0.\dot{6}\times\ 1=0.666\cdots\cdots\\ \hline & 0.\dot{6}\times\ 9=6,\end{array}$$

所以 $0.\dot{6}=6\div9=\frac{6}{9}$。

分数加减法的意义与整数相类似。同分母的分数相加减，分母不变，只需把分子和分子相加减作分子；异分母的分数相加减，要先把异分母的分数化为同分母的分数（该过程称为通分），然后按同分母的分数相加减。通分的方法是：先求出要通分的各个分数的分母的最小公倍数，再看这个最小公倍数是原来各个分数的分母的多少倍，就分别用这个倍数去乘原来各分数的分子和分母。

例 5 某一工程，甲每天能完成总量的$\frac{1}{12}$，乙与丙每天能完成$\frac{1}{15}$和$\frac{1}{30}$，问三人合作，每天能完成总量的几分之几？

解 三人合作每天能完成总量的

$$\frac{1}{12}+\frac{1}{15}+\frac{1}{30}=\frac{1\times5}{60}+\frac{1\times4}{60}+\frac{1\times2}{60}\left[\text{最小公分母为}60\right]$$

$$=\frac{5}{60}+\frac{4}{60}+\frac{2}{60}=\frac{5+4+2}{60}=\frac{11}{60}。$$

3.分数的乘除法

分数乘法的意义和整数相类似。分数乘法的运算方法是：分子和分子相乘作积的分子，分母和分母相乘作积的分母。

例 6 某工程需用钢筋56吨，其中ϕ16占全部钢筋的$\frac{4}{7}$，ϕ 8占$\frac{5}{14}$，ϕ 6占$\frac{1}{14}$。问这几种规格的钢筋各是多少吨？

解 ϕ16钢筋量是$56\times\frac{4}{7}=\frac{56}{1}\times\frac{4}{7}=\frac{56\times4}{1\times7}=\frac{224}{7}=32$（吨）；

ϕ 8钢筋量是$56\times\frac{5}{14}=\frac{56}{1}\times\frac{5}{14}=\frac{280}{14}=20$（吨）；

ϕ 6钢筋量是$56\times\frac{1}{14}=\frac{56}{1}\times\frac{1}{14}=\frac{56}{14}=4$（吨）。

为了简化计算，根据分数的基本性质，可用分子、分母中的公共因数分别除分子和分母（该过程称为约分）。例如，

$$\frac{2}{5}\times1\frac{1}{2}\times1\frac{1}{9}=\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{5}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{2}}}\times\frac{\overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{3}{\cancel{9}}}=\frac{1\times1\times2}{1\times1\times3}=\frac{2}{3}。$$

由此可见，分数的另一个优点是：在运算过程中可通过约分来简化计算。

分数除法的意义和整数相类似。分数除法的运算方法是：先将除数的分子、分母加以颠倒，再和被除数相乘。正如恩格斯所总结的那样“除法在一种情况下，即除数是一个分数时，是把分数颠倒过来相乘❶”。

例 7 某工程项目，厂房面积为49200平方米，占建筑总面积的$\frac{3}{4}$。问该工程建筑总面积是多少？

解 因为建筑总面积$\times\frac{3}{4}=49200$平方米，所以建筑总面积为

❶ 引自恩格斯《自然辩证法》人民出版社1971年8月。

$$49200 \div \frac{3}{4} = \overset{16400}{\cancel{49200}} \times \frac{4}{\underset{1}{\cancel{3}}} = 65600\text{(平方米)}。$$

通常，把分子、分母颠倒后所得的数称为原来数的**倒数**。例如，$\frac{1}{3}$的倒数是3，$\frac{3}{4}$的倒数是$\frac{4}{3}$。有了倒数，乘法运算与除法运算就可互相转化。

例 8 计算繁分数（分子或分母含有分数的分数）

$$\frac{\frac{8}{3}}{4},\quad \frac{\frac{16}{21}}{\frac{8}{7}}。$$

解 繁分数并不繁，它是分数除法的另一种形式。但由于它有几条分数线，计算中必须加以区别。

$$\frac{\frac{8}{3}}{4} = \frac{8}{3} \div 4 = \frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{3} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}} = \frac{2}{3},\quad \frac{\frac{16}{21}}{\frac{8}{7}} = \frac{16}{21} \div \frac{8}{7} = \frac{\overset{2}{\cancel{16}}}{\underset{3}{\cancel{21}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{1}{\cancel{8}}} = \frac{2}{3}。$$

整数的五条基本运算律，对分数也适合。

4.分数的四则混合运算

分数四则混合运算的顺序与整数一样：先乘除，后加减，从左到右进行；有括号，先做括号内的运算。

例 9 一宿舍主体工程，原计划一天做总量$\frac{1}{8}$，经改革施工方案和方法后，每天能做总量的$\frac{1}{4}$。问实际工作天数比计划提前多少天？

解 提前的天数为$\left(1 \div \frac{1}{8}\right) - \left(1 \div \frac{1}{4}\right) = \left(1 \times \frac{8}{1}\right) - \left(1 \times \frac{4}{1}\right) = 4$（天）。

5.百分数

分母是100的分数称为**百分数**。百分数有一种简便的记法：去掉分数线和分母，在分子后面加一个百分号“%”。例如，百分之二十一：$\frac{21}{100}$，可简记为21%。

百分数和小数、分数可以互化。例如，$17\% = \frac{17}{100} = 0.17$，$80\% = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$；$0.625 = \frac{625}{1000} = 62.5\%$，$\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0.75 = 75\%$。

例 10 某公司上半月浇混凝土2800立方米，下半月浇混凝土3200立方米。问：（a）上半月和下半月各完成全月混凝土浇灌量的百分之几？（b）下半月比上半月的生产率提高了百分之几？

解 （a）全月混凝土浇灌量为

$$2800 + 3200 = 6000\text{（立方米）},$$

上、下半月各完成全月量的百分数为

$$2800\div 6000=0.467=46.7\%,$$

$$3200\div 6000=0.533=53.3\%。$$

（ b ）下半月比上半月的生产率提高了

$$\frac{3200-2800}{2800}=\frac{400}{2800}=\frac{1}{7}=0.143=14.3\%。$$

习　　题 1-1

1.计算下列各式的值

（ 1 ）$17.08-4.5\times3.3+0.36\div1.44$；　　（ 2 ）$52.22+9.744\div24\times0.15-20$；

（ 3 ）$31.4+0.49\times7.8-2.4\div[(1.2+1.6)\div0.7]$；

（ 4 ）$2.5\div\{7.8+[3.5\div7\times3.8-1.3]-7.9\}$；

（ 5 ）$12\frac{7}{8}+4\frac{1}{2}-13\frac{2}{3}$；　　（ 6 ）$\frac{3}{8}\div3\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}$；

（ 7 ）$104\%+13\div13\%$；　　（ 8 ）$1\frac{1}{4}+0.5\times0.2-\frac{1}{3}\times9\%$。

2.下列计算对吗？如果不对，改正之。

（ 1 ）$1.8\div0.6\times1.5=1.8\div0.9=2$；　　（ 2 ）$1.2\div(4+2)=1.2\div4+1.2\div2=0.3+0.6$；

（ 3 ）$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{1+1}{3+4}=\frac{2}{7}$；　　（ 4 ）$\frac{3}{5}=\frac{3-1}{5-1}=\frac{2}{4}$；

（ 5 ）$\frac{\overset{1}{\cancel{3}}\times4+5\times\overset{1}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{3}}\times\underset{1}{\cancel{6}}}=\frac{1\times4+5\times1}{1\times1}=9$；（ 6 ）$2\frac{3}{4}\div\overset{3}{\cancel{9}}\times\frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}}=2\frac{3}{4}\div3=2\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{4}\times\frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}}=2\frac{1}{4}$。

3.JW-375型混凝土搅拌机3.5小时搅拌43.75立方米混凝土，问6.5小时搅拌多少混凝土？

4.室内刷浆每50平方米需用大白14市斤，莱胶$\frac{5}{8}$市斤，火碱$\frac{3}{16}$市斤。某工程有2000平方米的墙面要刷浆，问三种材料各要多少市斤？

5.通常情况下，钢筋经过冷拉可以提高强度，且增加长度。经测定，某种钢筋冷拉伸长率为4%。如实际需5.2米长钢筋，问考虑拉伸率应下料多少长？

6.某小组计划要生产小预制构件180个，12个工人 6 小时完成计划的60%，其余的由24个工人来做，还需几个小时？

7.某钢筋小组月计划加工钢筋45吨，实际上是上半月加工了$24\frac{3}{4}$吨，下半月比上半月多加工$5\frac{4}{5}$吨。问实际加工量超过计划量的百分之几。

三、正负数及其运算、建筑标高的计算

1.正数与负数、数轴

（ 1 ）具有相反意义的量、正数与负数

实践中，除遇到可用前面讲过的自然数、小数、分数表示它的大小的量外，还会遇到既有大小、又有“方向”的量。例如，某工地填了100方的土和挖了100方的土，虽然大小都是100方，但意义却完全相反。类似的例子在实践中大量存在着：仓库内建筑材料的运进和运出，在建筑物底层室内地面以上和以下的标高，墙面抹灰的凸出和凹进，吊车吊钩的上升和下降，等等，都是同一类型而意义相反的量。通常，把这样的量称为**具有相反意义的量。**

为了刻划这种客观存在的具有相反意义的量，人们引进了“正”和“负”的概念：选其中一种意义的量规定为正，通常把填土、材料运进、底层室内地坪以上的标高、抹灰凸出于设计墙面、吊钩的上升等规定为正；而把另一种意义相反的量规定为负。这样，具有相反意义的量就可清晰地用带有正、负号的数表示出来。例如

填土100方　　　写作＋100方，

挖土30方　　　写作－30方；

水泥运进25吨　　写作＋25吨，

水泥运出18吨　　写作－18吨；

在底层室内地坪以上3.6米　写作＋3.6米，

在底层室内地坪以下2.8米　写作－2.8米；等等。

抽去＋100方、－30方，＋25吨、－18吨，＋3.6米，－2.8米中的具体意义，就得到＋100、－30，＋25、－18，＋3.6、－2.8这样的既有大小又表示“方向”的数。通常，把＋100、＋25、＋3.6等带有正号“＋”的数称为**正数**，把－30、－18、－2.8等带有负号“－”的数称为**负数**。习惯上，正数前面的正号“＋”可以省略，如＋100写成100。我们前面遇到的数，除零以外，都是正数。

正数和负数是用来描述具有相反意义的量的，它们是一对矛盾的两个方面，是相互依存的。但必须注意，反映一个量的数是正数还是负数，是相对于“正”的规定而言的，当“正”的意义的规定发生变化后，反映该量的数是正数还是负数也要发生变化。

至于零，既不是正数也不是负数，正如恩格斯所指出的，它是“作为一切正数和负数之间的界线，作为能够既不是正又不是负的唯一真正的中性数”。但是，数“0”不能单纯地看成“没有”或“无”，如温度0°C就表示一个确定的温度。

（2）绝对值

实践中，对于具有相反意义的量，有时只需要考虑它的大小，而不需要考虑它的相反意义。例如，甲车向仓库运进钢材12吨，通常记作＋12吨；乙车从仓库运出钢材8吨，通常记作－8吨。如果要问哪辆车子运得多？显然，所提的问题不考虑是运进还是运出，只是考虑运的多少。这种不问其相反的意义，仅仅考虑量的大小，就是绝对值概念的实际背景。

我们把一个数的正、负号去掉以后所得的数称为这个数的**绝对值**，并在这个数的两旁各画一条竖线来表示。例如，＋12的绝对值是12，记为$|+12|=12$；－8的绝对值是8，记为$|-8|=8$；0的绝对值仍为0。反之，任何一个正、负数，也可用该数的绝对值前面加一个正、负号来表示。

填土100方（即＋100方）与挖土100方（即－100）是绝对值相等、意义相反的两个数。为了讨论的方便，我们把绝对值相等、意义相反的两个数互称为**相反数**。例如，100的相反数是－100，－100的相反数是100，$-\frac{1}{3}$的相反数$\frac{1}{3}$，－0.5的相反数是0.5。但需注意，相数不同于倒数。

容易知道，正数和零的绝对值就是它自己，负数的绝对值正好是它的相反数。

（3）数轴、正负数大小的比较

实践中，人们常用温度计上的刻度表示温度的高低，用直尺上的刻度表示长度的长

短，用秤杆上的刻度表示重量的多少，等等。抽象上述现象，就可用一条直线上的点来形象地表示正、负数。

画一条直线，在上面取一点O作为计算的起点，表示数“零”，称该点为原点；规定直线的方向，通常规定向右为正，向左为负；取定一个度量单位（图 1-1）。这种规定了原点、方向和度量单位的直线称为**数轴**。有了数轴，任何一个数都可用数轴上的一点表示出来。例如，$+3$可用从原点向右数三个单位的点A表示出来；$-1\frac{1}{2}$可用从原点向左数$1\frac{1}{2}$个单位的点B表示出来。反之，数轴上的任何一点也表示一个数。

有了数轴，可更形象地来认识数的绝对值与相反数的概念。一个数的绝对值就是这个数在数轴上所表示的点到原点的距离。因为距离永远是正的，所以不论正数还是负数的绝对值都是正的。而互为相反数的两个数在数轴所表示的点就是与原点距离相等的两个点，如图1-1中的A与C两点

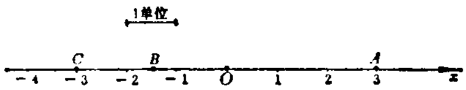

图 1-1

类似于横放着的温度高的一端在右边的温度计，数轴上的点越往右它所表示的数越大，越往左它表示的数越小。用不等号表示出来，如

$$\cdots\cdots<-5<-4<-3<-2<-1<0<1<2<3<4\cdots\cdots。$$ ❶

易于得到：所有正数都大于零，零大于所有负数；在正数里，绝对值大的正数大；在负数里，绝对值大的负数反而小。

2.正负数的加减法、建筑标高的计算

由于正负数不仅有绝对值，而且有正负号，所以它的四则运算较前面已讨论过的数有着新的特点，尤其要注意符号规则。

（1）正负数的加减法

正负数加法的意义与整数加法相类似。正负数加法的运算法则是：同号两数相加，和的符号与加数相同，和的绝对值等于两数绝对值相加；异号两数相加，和的符号与绝对值较大的加数的符号相同，和的绝对值等于两数绝对值相减。

例 11 有一台起重机在土坑边工作。设起重机吊钩以土坑边的地坪为运行起点，并规定向上运行为正，向下运行为负。现知吊钩连续两次运行情况如下表所示。试计算吊钩连续两次运行的结果。

情　　况	吊钩第一次运行	吊钩第二次运行
Ⅰ	向上 2 米	向上 3 米
Ⅱ	向下 2 米	向下 3 米
Ⅲ	向上 6 米	向下 4 米
Ⅳ	向下 5 米	向上 2 米

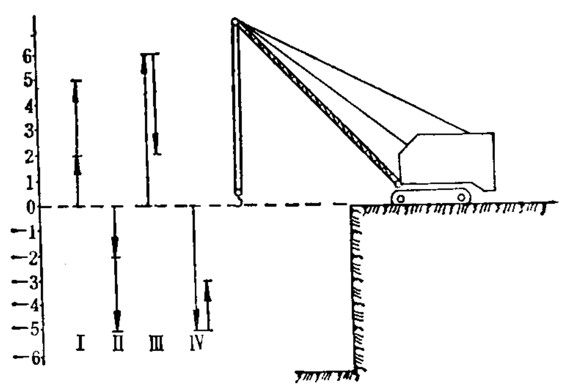

图 1-2

❶ 3<4表示3小于4，其中符号“<”表示“小于”的意思。类似地，符号“>”、“≤”、“≥”分别表示“大于”、“小于或等于”、“大于或等于”的意思。符号>、≥、<、≤总称为不等号。