

# 几 何

第 一 册

人 民 教 育 出 版 社

## 前 言

当前, 各类业余学校的学生以及广大知识青年, 在党的十一大精神鼓舞下, 决心为在本世纪内把我国建设成为伟大的社会主义强国, 努力学习, 把自己培养成为又红又专的社会主义建设人才。为了适应这些学校的学生和广大知识青年学习数学基础知识的需要, 我们将一九六六年编写的一套没有正式出版的数学教材, 作了一些必要的修改后出版, 供业余学校选作教材, 也可供中等专科学校师生选用和广大知识青年自学之用。

这套书包括《代数》三册、《几何》两册、《三角》一册、《平面解析几何》一册、《微积分初步》一册。

由于这套书编写时间较久, 有些方面可能不适应现在的情况, 也难免有缺点和错误, 希望读者批评指正。

人 民 教 育 出 版 社

一九七八年一月

# 几 何

第 一 册

\*

人民教育出版社编辑出版

辽宁人民出版社重印

新华书店北京发行所发行

沈阳市第二印刷厂印装

\*

1978年3月第1版

1978年8月沈阳第1次印刷

书号 13012·0169 定价 0.62 元

# 目 录

第一章 绪论	1
I 直线	1
II 角	7
III 定义、公理、定理	21
第二章 平行线	32
第三章 三角形	46
I 三角形	46
II 全等三角形	54
III 线段的垂直平分线和角的平分线	73
IV 三角形的边角不等关系	77
第四章 四边形	85
I 平行四边形	85
II 梯形	103
III 多边形的面积	108
IV 测量	115
第五章 圆	123
I 圆的一些重要性质	123
II 直线和圆的位置关系	128
III 与圆有关的角	135
IV 两圆的位置关系	144
第六章 相似形	157
I 成比例的线段	157
II 相似三角形	167
III 相似多边形	184
IV 勾股定理和有关圆的比例线段	193

第七章 锐角三角函数和直角三角形的解法 .....	207
I 锐角三角函数 .....	207
II 直角三角形的解法 .....	215
第八章 正多边形、圆的周长和面积 .....	229
I 正多边形 .....	229
II 圆的周长和面积 .....	239
第九章 柱、锥、台、球的表面积、体积和二视图 .....	252

# 第一章 绪 论

## I 直 线

1.1 几何图形 我们来看图 1.1 所示的纸盒、木块和铁块。这些物体的颜色、重量、硬度以及制造它们的材料各不相同，但是它们的形状都相同，大小也都相同。

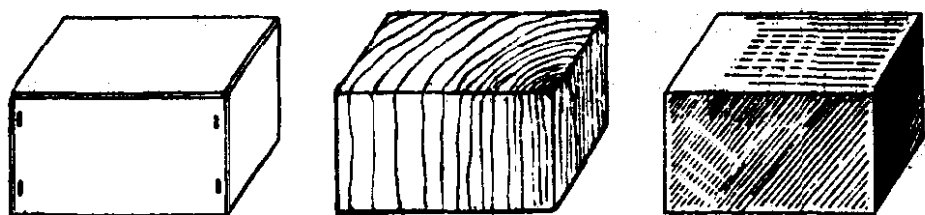


图 1.1

如果只研究一个物体的形状和大小，而不考虑它的其他性质，我们就把这个物体看作一个几何体。几何体简称体。

体是由面包围成的，面可以分为平面和曲面。例如，长方体是由六个平面包围成的，球是由一个曲面包围成的。面和面相交成线，如长方体的相邻的两个面相交于一条线（长方体的棱）。线和线相交得点，如长方体相邻的两条棱相交于一点（长方体的顶点）。

在几何中，用大写字母来表示点。例如，图 1.2 中的三个点用  $A$ 、 $B$ 、 $C$  来表示。

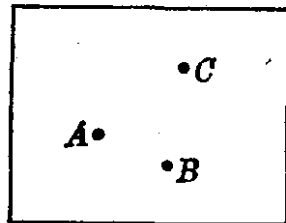


图 1.2

体、面、线、点,或者若干个体、面、线、点组合在一起,叫做几何图形,简称图形.

在生产劳动中,常常要根据图形的性质来确定物体的形状、大小和相互的位置关系.例如,制造各种生产工具和生活用具,都要根据它们的不同的用途,确定它们的不同的形状和大小;规划耕地、兴修水利、铺设铁路、建筑厂房,都要考虑最合适的位置.在进一步学习数学、物理以及其他各种科学技术的时候,也经常要用到图形的性质.

**1.2 直线、射线、线段** 在墙上钉一根木条,钉一个钉子,这根木条可以绕着钉子转动.钉两个钉子,木条就固定了.这说明一点不能确定一条直线,两点确定一条直线.画直线也是这样,经过两点可以画一条直线,并且只可以画一条直线.

在实践中经常用到上述的性质,例如,在测量时,我们把两根标杆插到地上,这两根标杆着地的两点就确定了一条直线.又如,锯木料时,我们经过木料两端的两点弹出一条墨线,然后沿这条直线来锯开木料.

应用上述性质,还可以检查尺的边直不直.先选两个点,沿尺边经过这两个点画一条线.然后把尺翻转,使同一条尺边经过这两个点,再画一条线.如果两次所画的线重合(图1.3甲),说明尺边是直的;如果不重合(图1.3乙),尺边就不直.

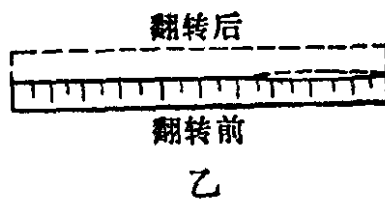
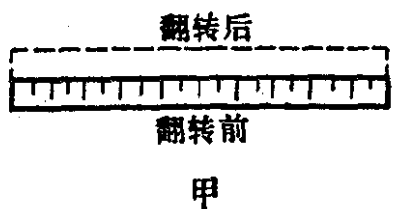


图 1.3

几何中所说的直线,都是向两方无限伸长着的.直线用

两个大写字母来表示,如“直线  $AB$ ”(图 1.4);也可以用小写字母来表示,如“直线  $l$ ”(图 1.5).



图 1.4

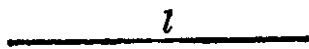


图 1.5

在直线上某一点一旁的部分叫做射线.射线是向一方无限伸长着的.射线通常用表示它的端点和射线上另外一个大写字母来表示,表示端点的字母  $O$  写在前面,如“射线  $OC$ ”(图 1.6).



图 1.6

直线上两点之间的部分叫做线段.线段用表示它的两个端点的大写字母来表示,如“线段  $AB$ ”(图 1.7);也可以用小写字母来表示,如“线段  $a$ ”(图 1.8).

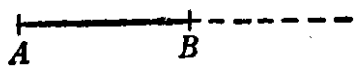


图 1.7

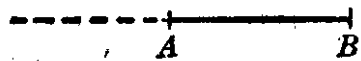


图 1.8

线段和射线都可以延长.如图 1.9 甲,我们说延长线段



甲



乙

图 1.9

$AB$ .如图 1.9 乙,我们说延长线段  $BA$ .如图 1.10,我们说反向延长射线  $OC$ .

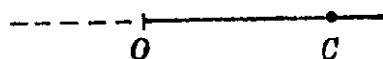


图 1.10

**1.3 线段的度量** 我们知道,可以用刻度尺量线段的长度.要比较精确地量线段的长度,可以利用如图 1.11 所示的分割规(分割规就是两脚都是针尖的圆规).先把分割规的两



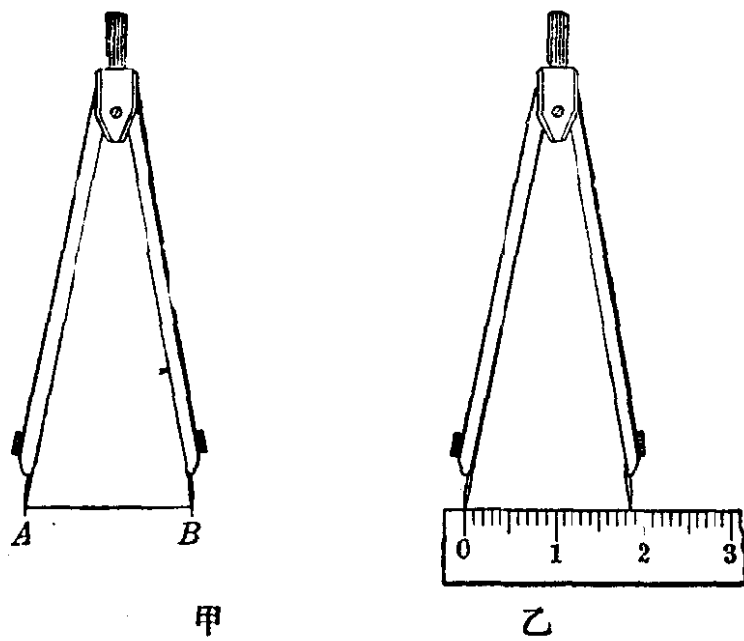


图 1.11

个尖端分别放在线段的两个端点上(图 1.11 甲), 然后不改变分割规张口的大小, 把它移到刻度尺上, 使一个尖端落在刻度尺上记着 0 的刻度上, 这时另一个尖端所指出的刻度线的读数就是所量线段的长度(图 1.11 乙).

工厂中还常常用卡钳来量某些线段的长度. 卡钳有内卡钳和外卡钳两种, 使用方法和分割规相似(图 1.12).

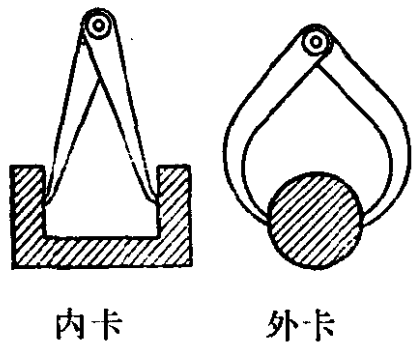


图 1.12

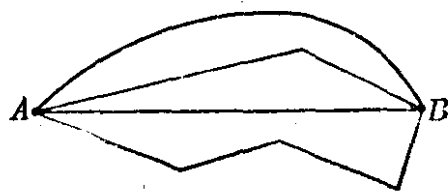


图 1.13

把  $A$ 、 $B$  两点用不同形状的线连结起来(图 1.13), 可以看到: 在所有连结两点的线中, 线段最短.

连结两点的线段的长,叫做这两点间的距离.

**1.4 线段的画法** 在生产上和科学研究上常常要画设计图、施工图等,其中画直线用得最多.画已知长度的线段可以用刻度尺.画已知线段的和、差、几倍也可以不量出已知线段的长度,用直尺\*和圆规来画.

**例** 画线段等于已知线段  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的和.

**画法:** 1. 画一条直线  $l$  (图 1.14). 2. 在  $l$  上取一点  $A$ . 3. 在  $l$  上从  $A$  点起用圆规向一方顺次截取  $AB=a$ ,  $BC=b$ ,  $CD=c$ .  $AD$  就是要画的线段.

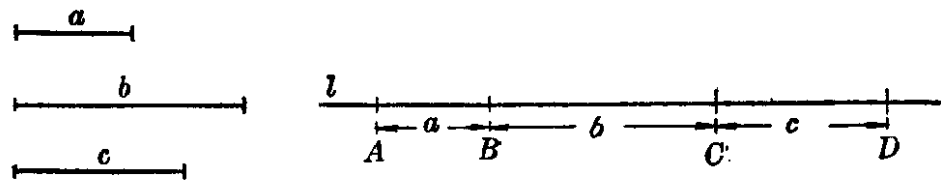


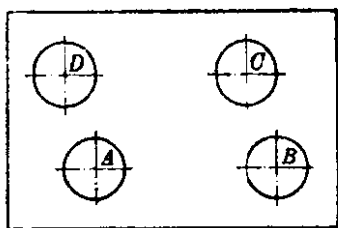
图 1.14

### 习 题 一

1. 应用直线的性质检查一下你用的直尺的边直不直.
2. (口答) 射击瞄准时怎样才能命中目标? 为什么?
3. (口答) 工人在砌墙时, 先在两端竖立两根木桩, 中间拉紧一条细线, 然后沿着细线砌砖. 这是为了什么? 什么道理?
4. 取不在同一条直线上的三个点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ . 连结线段  $AB$ 、 $BC$ 、 $CA$ , 再分别延长  $AB$ 、 $BC$ 、 $CA$ .
5. 以  $O$  点为端点画两条射线  $OA$  和  $OB$ , 再画  $OA$  和  $OB$  的反向延长线.

\* “直尺”指没有刻度的尺.

6. 工人按照图纸进行操作. 量出图中  
A和B、B和C、C和D各圆孔的圆  
心之间的距离(精确到1mm).



(第6题)

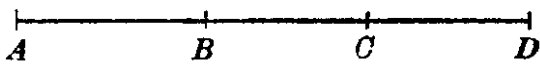
7. 目测教室的长和宽, 然后用皮尺  
(或测绳)量一量. 求出目测结果比  
度量结果多百分之几或少百分之几.

8. 根据图形, 填写下面的空白:

(1)  $AC = BC + ( \quad )$ ;

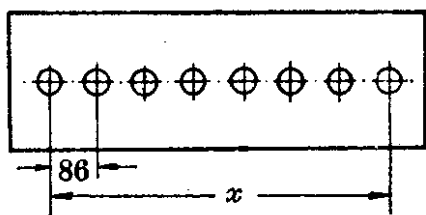
(2)  $CD = AD - ( \quad )$ ;

(3)  $AC + CD = ( \quad ) + BD$ .



(第8题)

9. (口答)要在一条直线上钻8个同样的孔, 如果相邻两个  
孔的中心都相隔86毫米, 那  
么首末两个孔的中心相隔多  
少毫米?



(第9题)

10. 用刻度尺五等分一条已知线  
段\*.

11. 先任意画一条线段AB. 经过度量和计算, 画出线段CD.

使  $CD = \frac{3}{2}AB$ .

12. 用直尺画出一条长约100mm的线段, 用刻度尺量出长  
度然后计算这个长度和100mm相差多少.

13. 画线段AB, 使  $AB = 3.5$  cm. 延长AB到C, 使  $BC = 2.5$   
cm; 再延长BA到D, 使  $AD = 1$  cm.

\* 本书中所有的画图题, 只要求画出正确的图形, 不必写出画法  
步骤等等.

14.  $A$ 、 $B$  两点间的一段电话线路上共有 12 根电线杆( $A$ 、 $B$  两点的也计算在内), 排成一直线, 每两根电杆间的距离是 50 米. 计算  $A$ 、 $B$  两点间的距离. 用 1 毫米表示 5 米的长度, 画出图来.
15. 用直尺和圆规画图:
- (1) 在线段  $AB$  的延长线上取一点  $C$ , 使  $BC = 3AB$ ;
  - (2) 已知线段  $a$  和  $b$  ( $a > b$ ), 画出等于  $a - b$  的线段.

## II 角

**1.5 圆和弧** 我们已经在小学数学里学过圆的一些知识. 知道同圆的半径相等, 直径等于半径的 2 倍.

半径相等的圆叫做**等圆**, 等圆的半径相等, 直径相等.

圆心是  $O$  的圆(图 1.15)记作  $\odot O$  读作“圆  $O$ ”.

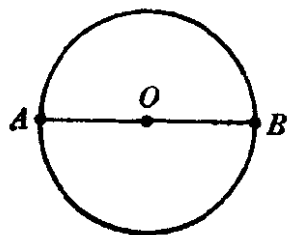


图 1.15

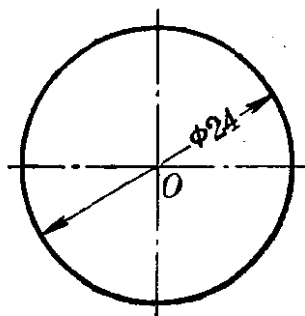


图 1.16

工厂用的图纸里常常用经过圆心的两条点划线(一条水平, 一条竖直)的交点(图 1.16)来表示圆心; 并且在  $\phi$  的后面写数字来表示直径的尺寸, 尺寸单位一般是毫米. 如图 1.16,  $\phi 24$  表示圆的直径是 24 毫米.

圆上任意两点间的部分叫做**弧**(图 1.17). 弧用符号“ $\frown$ ”来表示, 以  $A$  和  $B$  为端点的弧记作  $\widehat{AB}$ , 读作“弧  $AB$ ”. 圆的

任意一条直径的两个端点把圆分成两条弧(图 1.15), 每一条叫做半圆. 通常说的弧, 都是指小于半圆的弧. 工厂用的图纸里, 在  $R$  后面写数字来表示弧的半径的尺寸, 尺寸单位一般是毫米. 如图 1.17,  $R10$  表示  $\widehat{AB}$  的半径是 10 毫米.

**1.6 角** 我们在小学数学里已经学过角. 航空、航海在确定方向时要量角, 工厂里检查成品时要量角(如量车刀刀口的角度).

角用符号“ $\angle$ ”来表示, 可以用三个大写字母来记角, 把表示顶点的字母写在中间, 如  $\angle AOB$  或  $\angle BOA$ (图 1.18);

也可以用一个数字或一个小写希腊字母(写在角的里面靠近顶点)来记角, 如  $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle \alpha$ 、 $\angle \beta$ (图 1.19).

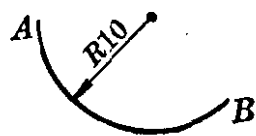


图 1.17

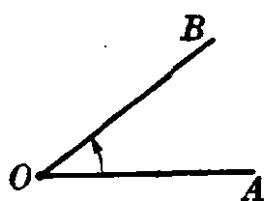


图 1.18

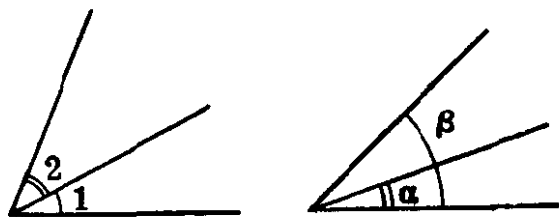


图 1.19

角也可以看成是由射线绕着它的端点旋转而成的. 如图 1.18, 射线由原来的位置  $OA$  绕  $O$  旋转到另一位置  $OB$ ,  $OA$ 、 $OB$  就形成一个角.

把一条射线, 绕着它的端点顺着—个方向继续旋转, 当这条射线转到如图 1.20 甲的位置, 所成的角的两边成—直线, 这样的角叫做平角. 再旋转下去, 转到如图 1.20 乙的位置, 所成的角的两边重合, 这样的角叫做周角. 本书所讲的角, 如果没有特别说明, 都指小于平角的角.

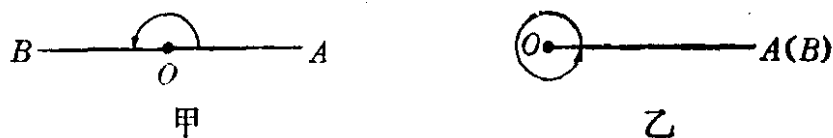


图 1.20

平角的一半就是直角。小于直角的角叫做锐角，大于直角而小于平角的角叫做钝角。

量角的大小，通常用“度”作为度量单位。把一个周角分成 360 等分，每一份叫做一度的角。把一度分成 60 等分，每一份叫做一分；把一分分成 60 等分，每一份叫做一秒。度、分、秒分别用符号“°”“′”“″”来表示，例如，30 度 20 分 15 秒，记作  $30^{\circ}20'15''$ 。

$$1 \text{ 周角} = 360^{\circ}, \quad 1 \text{ 平角} = 180^{\circ}, \quad 1 \text{ 直角} = 90^{\circ},$$

$$1^{\circ} = 60', \quad 1' = 60''.$$

如果两个角的和等于  $90^{\circ}$ ，那么这两个角叫做互为余角。如果两个角的和等于  $180^{\circ}$ ，那么这两个角叫做互为补角。

例 已知  $\angle\alpha = 32^{\circ}18'30''$ ，求  $\angle\alpha$  的余角和补角的大小。

解  $\angle\alpha$  的余角  $= 90^{\circ} - 32^{\circ}18'30'' = 57^{\circ}41'30''$ ;

$$\angle\alpha \text{ 的补角} = 180^{\circ} - 32^{\circ}18'30'' = 147^{\circ}41'30''.$$

**1.7 角的画法** 在小学里我们学过用量角器来量角的大小。用量角器还可以画已知度数的角。画  $30^{\circ}$ 、 $60^{\circ}$ 、 $90^{\circ}$  的角也可以用三角板。下面来说明用直尺和圆规画角的方法。

**(1) 画角等于已知角  $\angle AOB$**

画法：1. 画射线  $O'A'$  (图 1.21)。2. 以  $O$  为圆心，以任意长为半径画弧，交  $OA$  于  $C$ ，交  $OB$  于  $D$ 。3. 以  $O'$  为圆心，以

$OC$  为半径画  $\widehat{C'E'}$ , 交  $O'A'$  于  $C'$ . 4. 以  $C'$  为圆心, 以  $CD$  的长为半径画弧, 交  $\widehat{C'E'}$  于  $D'$ . 5. 经过  $D'$  画射线  $O'B'$ .  $\angle A'O'B'$  就是要画的角.



图 1.21

### (2) 画角等于已知角 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 的和

画法: 1. 画  $\angle AOB = \angle 1$  (图 1.22). 2. 以  $O$  为顶点, 以  $OB$  为一边, 在  $\angle AOB$  的外面画  $\angle BOC$ , 使  $\angle BOC = \angle 2$ . 3. 以  $O$  为顶点, 以  $OC$  为一边, 在  $\angle AOC$  的外面画  $\angle COD$ , 使  $\angle COD = \angle 3$ .  $\angle AOD$  就是要画的角.

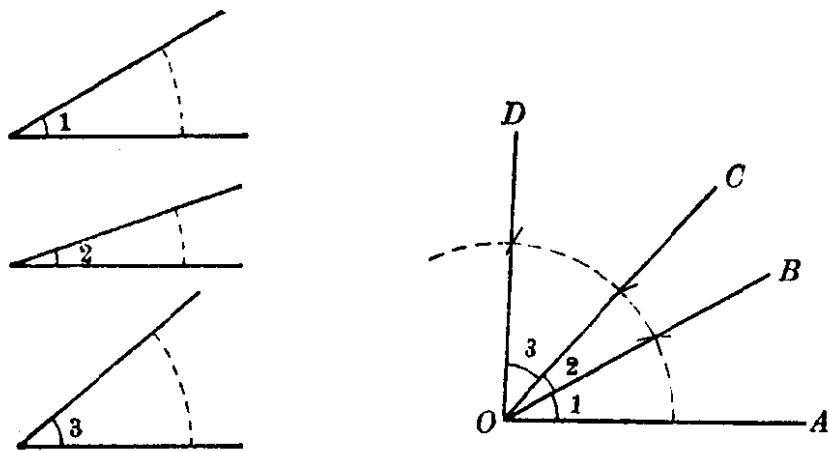


图 1.22

如果  $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$ , 那么  $\angle AOD = 3\angle 1$ . 所以用上面的方法可以画一个角等于已知角的几倍.

### (3) 画一个角等于已知角 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的差 ( $\angle 1 > \angle 2$ )

画法: 1. 画  $\angle AOB = \angle 1$  (图 1.23). 2. 以  $O$  为顶点, 以

$OA$  为一边, 在  $\angle AOB$  的里面画  $\angle AOC = \angle 2$ .  $\angle COB$  就是要画的角.

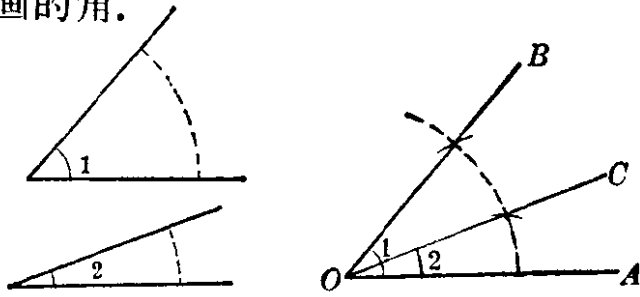


图 1.23

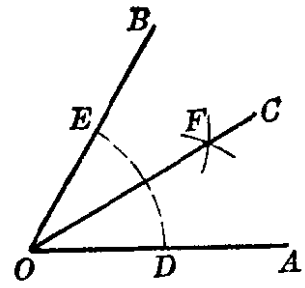


图 1.24

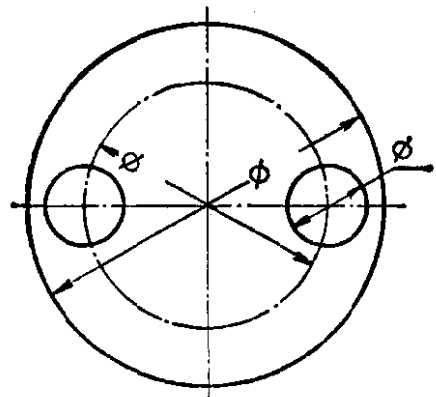
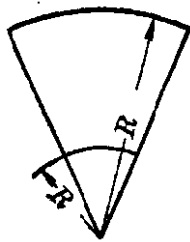
#### (4) 平分已知角 $\angle AOB$

画法: 1. 以  $O$  为圆心, 以任意长为半径画弧, 交  $OA$  于  $D$ , 交  $OB$  于  $E$  (图 1.24). 2. 分别以  $D$ 、 $E$  为圆心, 以大于  $\frac{1}{2}DE$  的同样的长为半径画两条弧, 相交于  $F$ . 3. 经过  $F$  画射线  $OC$ .  $OC$  就平分  $\angle AOB$ .

从一个角的顶点出发的一条射线, 如果把这个角分成两个相等的角, 这条射线叫做这个角的平分线. 如图 1.24 的  $OC$  是  $\angle AOB$  的平分线.

### 习 题 二

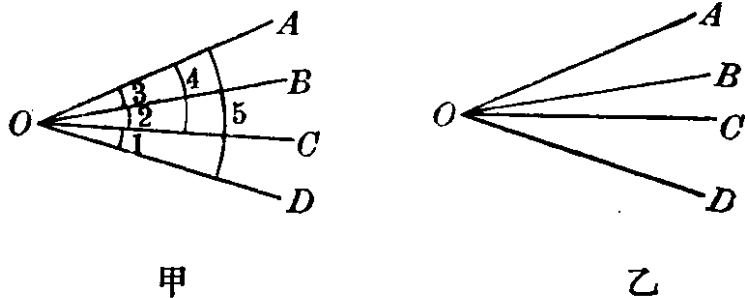
1. 照附图的样子画图, 并标明有关的尺寸 (单位用毫米).



(第 1 题)



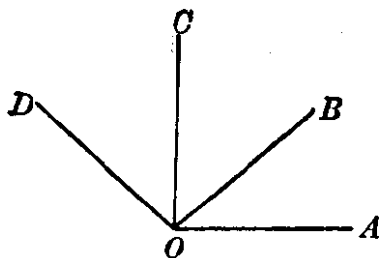
2. (1) 用三个大写字母读出图甲中的  $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 、 $\angle 5$ 。如果把  $\angle 4$  读作  $\angle O$  对不对？为什么？  
 (2) 图乙中一共有几个角？把它们读出来。



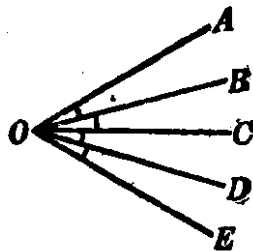
(第 2 题)

3. (口答) 根据图形填充空白：

- (1)  $\angle AOC = ( \quad ) + ( \quad )$ ;  
 (2)  $\angle AOC + \angle AOB = ( \quad )$ ;  
 (3)  $\angle BOC = ( \quad ) - \angle COD$ ;  
 (4) 如果  $OC$  平分  $\angle BOD$ , 那么  $\angle BOC = \frac{1}{2} ( \quad )$ ,  
 $\angle BOD = ( \quad ) \angle COD$ .



(第 3 题)



(第 4 题)

4. (口答) 图中  $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOE$ , 哪一个角等于  $\angle AOB$  的 4 倍？哪些角等于  $\angle BOC$  的 3 倍？  
 5. (口答) 东和西两个方向所成的角是多少度？南和西南呢？