高等学校教学用书

船舶内燃机扭转振动

上海交通大学 李渤仲 朱孟华 張曉男 顧恆一 編

北京科学教育編輯室

高等学校教学用书

船舶內燃机扭轉振动

上海交通大学 李渤仲 朱孟华 張曉男 顾恒一 編

北京科学教育編輯室

本书引述了船舶内燃机装置中有关扭轉振动的各方面問題。包括扭轉振动的基本概念、計算方法、实驗測量、减振措施、摸拟研究以及其他有关装置运轉中的若干問題。全书共分四編：第一編为基本原理，其中討論了扭摆、多质量系統的自由振动及双质量系統的强制振动等問題。第二編为自由振动計算，討論了当量系統的轉化、頻率計算及其他一些有关問題。第三編为强制振动計算，其中討論了干扰力矩、阻尼力矩、共振及非共振計算等問題。第四編为减振及其他，其中討論了各种减振器的工作原理及設計步驟，扭振測量方法及摸拟研究等問題。

本书供船舶內燃机专业师生使用，也可供其他有关內燃机专业的师生及內燃机設計，制造、使用部門技术人員参考使用。

船舶內燃机扭轉振动

上海交通大学 李渤仲 朱孟华 張曉明 顧恆一 編

北京科学教育編輯室出版

上海市紡織工业局印刷所印刷

新华书店上海发行所发行

开本：850×1168 1/32 印張：15 11/16 字数：373,000

印数：701-1920

1961年8月第1版 1962年1月上海第2次印刷

定价：2.23元

序

本书是根据編者等在上海交通大学所授"船舶內燃机扭轉振动"一課的讲义經过整理而編写的，书的主要对象是船舶內燃机专业的教师和学生，但一般內燃机专业及工程人員也可作为参考之用。

本书內容共分四編。第一編为基本原理。其中討論了扭摆，多质量系統的自由振动及双质量系統的强制振动等問題。扭摆的原理工学院的同学在基础課中一般都学过，但由于它是扭振問題基础的基础，在本书中仍进行了較为詳細的分析，把它作为引入专門問題的出发点。双质量系統的强制振动，乃是发动机实际軸系扭振形态的一个最簡化的縮影。它提供了将来如何进一步探討問題的主要綫索。第二編为自由振动計算，其中討論了当量系統的轉化，頻率計算及其他一些有关問題，为了实际应用的方便，在当量系統一章中列入一定数量的参考数字及公式，在頻率計算中主要的是引用了托列（Tolle）及捷尔斯基（Терских）两种表算法，但考虑到 Holzer 表算法在許多地方常常碰到，本书中对它也作了介紹。第三編为强制振动計算，其中討論了干扰力矩，阻尼力矩，共振及非共振計算等問題。第四編为減振及其他，其中討論了各种減振器的工作原理及設計步驟，扭振測量方法，及扭振模拟等問題。

本书編写的分工如下：

第一章——李渤仲，顾恒一

第二及三章——李渤仲

第四、五及六章——張曉男

第七、八及九章——朱孟华

第十章 § 10-1 至 § 10-11——李渤仲

§ 10-12——顾恒一

第十一章——張曉男

第十二章——朱孟华，李渤仲

本书内容中許多部分参考了苏联专家П. А. 依斯托明（Истомин）同志在本校授課时的有关讲稿，在此特表感謝。

由于編者等水平有限，书中缺点錯誤在所难免，希望讀者提出批評指正。

編者等識

主要符号凡例

A—位移振幅
c—阻尼系数
d—直徑
e—柔度
E—无因次柔度
G—剪彈性模
H—稳度
i—$\sqrt{-1}$
I—轉动慣量
J_p—断面极慣性矩
l—长度
m—放大系数
M—干扰力矩振幅
N—每分钟振动次数
p—自由振动圓頻率
R—阻尼力矩，曲柄半徑，余項
S—慣性力矩
t—时間
T—干扰力矩
U—彈性力矩
W—断面抗扭系数，功
Z—气缸数
α—相对振幅
δ—无因次彈性力矩
Δ—无因次圓頻率的方
ε—位移振幅初相位
θ—复数振幅
ν—无因次轉动慣量，簡諧次数
τ—剪应力
τ—周期
φ—位移
ψ—干扰力矩簡諧初相位
ω—强制振动圓頻率
Ω—曲軸角速度

目　录

第三編 强制振动計算

第四編　减振及其他

第一編　基本理論

第一章　扭摆

§1-1　无阻尼自由振动

扭摆是扭振系統中最簡单的形式，扭摆的研究，可以引出扭振問題中許多最基本的概念。

所謂扭摆，是由一根軸和一个圓盘所組成的，軸的一端固定在墙上，圓盘則装在軸的自由端，其情形如图1-1，a所示。为了簡单起見，在分析这个系統的扭振运动时，我們假定：(一)軸只有彈性沒有慣性；(二)圓盘只有慣性沒有彈性。

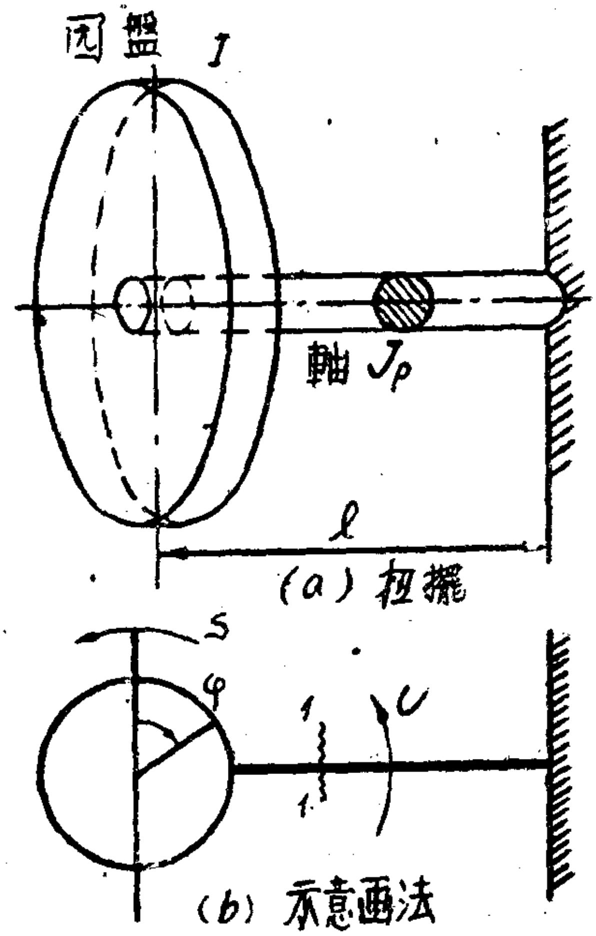

图 1-1

假設我們在圓盘上加一个力偶，使軸扭轉了一定的角度，然后突然把这个力偶取消。由于軸的彈性和圓盘的慣性关系，这个系統就要产生扭振，在任意时刻內，若軸的扭轉角为 φ，由于此扭轉角而产生的彈性力矩为

U，則根据胡克定律可得

$$\varphi=\frac{Ul}{GJ_p}$$

式中 l＝軸的长度，厘米；

G＝軸的剪彈性模数，公斤/厘米^2；

J_p＝軸的截面极慣性矩，厘米^4；

将U移到等号左方，并令 $e=\frac{\varphi}{U}$ 則，

$$e=\frac{l}{GJ_p}$$

它称为軸的柔度，单位为弧度/公斤厘米，即每一公斤厘米所产生的扭轉角。

如图 1-1，b 所示，将軸在 1-1 处截开，把截面左方看成为一自由体，在无阻尼自由振动的情况下，系統中所作用的外力矩有二：(一)圓盘的慣性力矩

$$S=-I\ddot{\varphi}$$

式中 I 为圓盘的轉动慣量公斤·厘米秒^2

及(二)軸截面处的彈性力矩

$$U=-\frac{\varphi}{e}$$

根据达兰伯尔定理

$$S+U=0$$

即

$$I\ddot{\varphi}+\frac{\varphi}{e}=0 \tag{1-1}$$

或

$$\ddot{\varphi}+\frac{1}{Ie}\varphi=0$$

令

$$p^2=\frac{1}{Ie}。 \tag{1-2}$$

則公式 1-1 最后簡化成

$$\ddot{\varphi}+p^2\varphi=0 \tag{1-3}$$

这个微分方程式的輔助式为

$$x^2+p^2=0$$

其两个根为 $x_1=ip$ 及 $x_2=-ip$ 式中 $i=\sqrt{-1}$。故方程(1-3)式的全解为

$$\varphi=C_1e^{x_1t}+C_2e^{x_2t}=C_1e^{ipt}+C_2e^{-ipt} \tag{1-4}$$

式中 C_1 及 C_2 为两个常数，e 为自然对数底 2.71828，t 为时間，秒。

利用公式(1-4)来表征扭摆的运动形态，并不十分清楚，因为从数学观点来讲，常数 C_1 及 C_2 是什么数都可以，但从物理概念来看，由于 φ 必須是实数，因而 C_1 及 C_2 就必須是虛数。証明如下：

我們知道

$$e^{ipt}=\cos pt+i\sin pt$$

$$e^{-ipt}=\cos pt-i\sin pt$$

将此关系代入公式(1-4)，得到

$$\varphi=(C_1+C_2)\cos pt+(C_1-C_2)i\sin pt$$

如果 φ 为实数，則 C_1+C_2 必須为实数而 C_1-C_2 必須为虛数。同时 C_1 与 C_2 又必須是一对共軛复数，即

$$C_1=a-ib,\ C_2=a+ib$$

如此，則　$C_1+C_2=2a=E$，　$(C_1-C_2)i=+2b=F$

$$\therefore\quad \varphi=E\cos pt+F\sin pt$$

再令

$$A=\sqrt{E^2+F^2}$$

$$\frac{E}{A}=\sin\varepsilon,\quad \frac{F}{A}=\cos\varepsilon$$

即将常数 E 及 F 換成另外两常数 A 及 ε，我們就可以把 cos 与 sin 合并成为一項：

$$\varphi=A\left[\frac{E}{A}\cos pt+\frac{F}{A}\sin pt\right]=A[\sin\varepsilon\cos pt+\cos\varepsilon\sin pt]$$

最后我們得到

$$\varphi = A\sin(pt+\varepsilon) \tag{1-5}$$

这就是扭摆运动形态的基本公式,式中

φ＝圓盘位移,弧度;

A＝圓盘位移振幅,弧度;

$p=\sqrt{\dfrac{1}{eI}}$＝扭摆自然圓頻率,弧度/秒;

ε＝初相位,弧度。

从公式(1-5)我們看出,扭摆的瞬时位移 φ 随着时間 t 依正弦規律变化,它可以表示为一回轉矢量在垂直坐标軸上的投影,如图 1-2 所示。

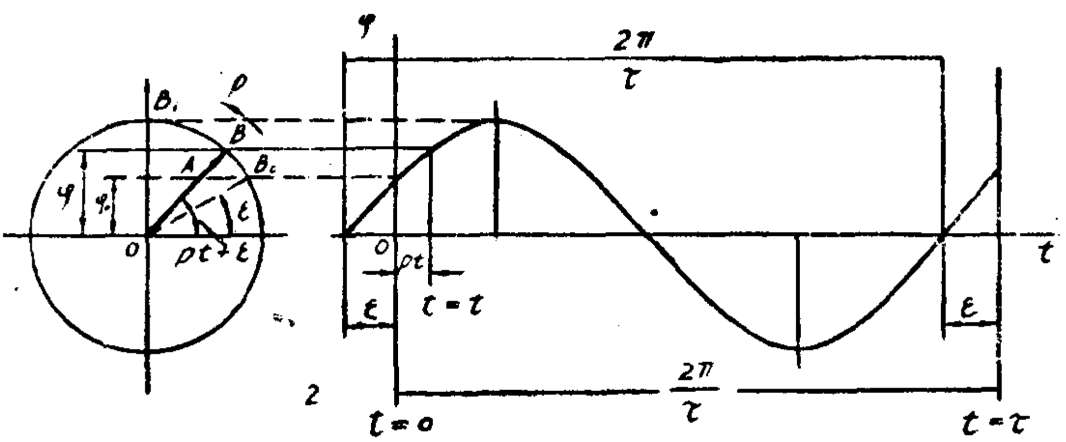

图 1-2

在此图中 $\overline{OB}$ 为該回轉矢量,其長度等于位移振幅 A,其瞬时位置由該矢量与水平坐标軸的夹角决定,令此夹角为 $(pt+\varepsilon)$ 則此矢量在垂直坐标軸上的投影为

$$\varphi = A\sin(pt+\varepsilon)$$

由于 $p=\sqrt{\dfrac{1}{eI}}$＝常数,角度 pt 将与时間 t 成正比增加。因此,随着时間的增長,我們可以想象矢量 $OB=A$ 是依反时針方向作等速回轉,回轉速度为 p 弧度/秒,因此,所謂自然圓頻率,就是回轉矢量的角速度,在扭摆中,只要 e 及 I 为已知,則 p 即为定値。以位移 φ 为纵坐标,时間 t 为横坐标,画出 $\varphi-t$ 曲綫,我們得到

一个正弦波形，当矢量回轉 OB 一圈时，这个波形完成了一个周期 τ，因此

$$\tau=\frac{2\pi}{p}=2\pi\sqrt{eI},\ 秒, \tag{1-6}$$

每分钟的振动次数等于周期的倒数

$$N=\frac{1}{\tau}60=\frac{60}{2\pi}p=\frac{60}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{eI}}\ 次/分 \tag{1-7}$$

因此，圓頻率 p 弧度/秒与每分钟的振动次数 N 次/分的关系为

$$N\cong 9.55p \tag{1-8}$$

在扭振計算中，我們常常用圓頻率 p 比較方便，而在实驗中，我們測出的数据則常常是 N，所以 N 与 p 的这个关系式非常重要。

将公式(1-5)微分一次及二次，我們得出扭摆位移、速度及加速度的公式：

$$\left.\begin{aligned}\varphi&=A\sin(pt+\varepsilon)\\ \dot{\varphi}&=pA\cos(pt+\varepsilon)\\ \ddot{\varphi}&=-p^2A\sin(pt+\varepsilon)\end{aligned}\right\} \tag{1-9}$$

把 $\dot{\varphi}$ 及 $\ddot{\varphi}$ 都表示为正弦函数，我們得到：

$$\left.\begin{aligned}\varphi&=A\sin(pt+\varepsilon)\\ \dot{\varphi}&=pA\sin\left(pt+\varepsilon+\frac{\pi}{2}\right)\\ \ddot{\varphi}&=p^2A\sin(pt+\varepsilon+\pi)\end{aligned}\right\} \tag{1-10}$$

我們看出，速度 $\dot{\varphi}$ 及加速度 $\ddot{\varphi}$ 也都可以表示为一回轉矢量在垂直坐标軸上的投影，它們的长度各为 pA 及 p^2A，它們的回轉速度都等于 p，它們的初相位各为 $\varepsilon+\frac{\tau}{2}$ 及 $\varepsilon+\pi$，其情形如图 1-3 所示，由此可見，速度矢量超前于位移 $\frac{\pi}{2}$，而加速度矢量則又超前于速度 $\frac{\pi}{2}$ 这三个矢量的相差关系对以后的討論是很重要的。这里我們已可看出，扭摆的运动方程式(1-1)中的两个項，可以用两

个回轉矢量来表示，一个矢量代表惯性力矩，它的长度为 Ip^2A，方向与加速度矢量 p^2A 相反，另一个矢量代表彈性力矩，它的长度为

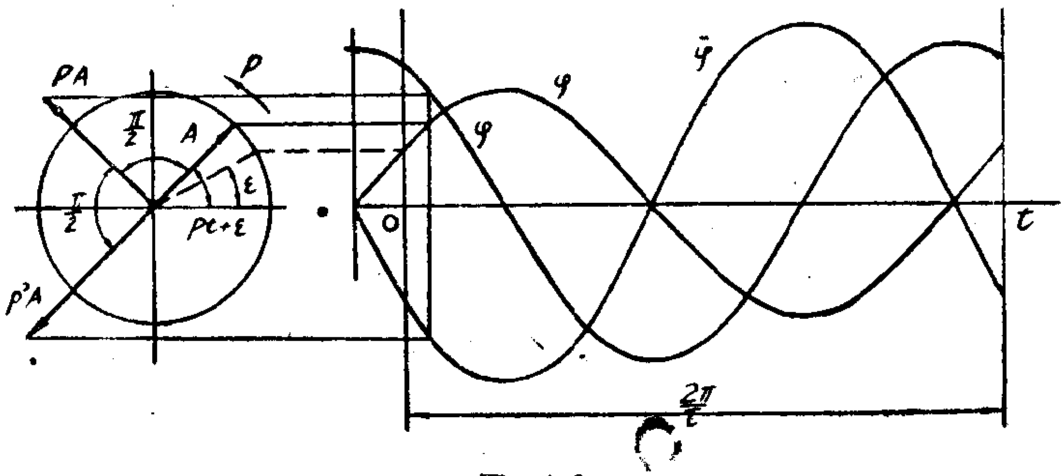

图　1-3

$\frac{A}{e}$，方向与位移矢量 A 相反，其情形如图 1-4 所示。

为了保持动力平衡，显然

$$Ip^2A=\frac{A}{e}$$

从这个关系我們得

$$p=\sqrt{\frac{1}{Ie}}$$

和以前的結果相同。

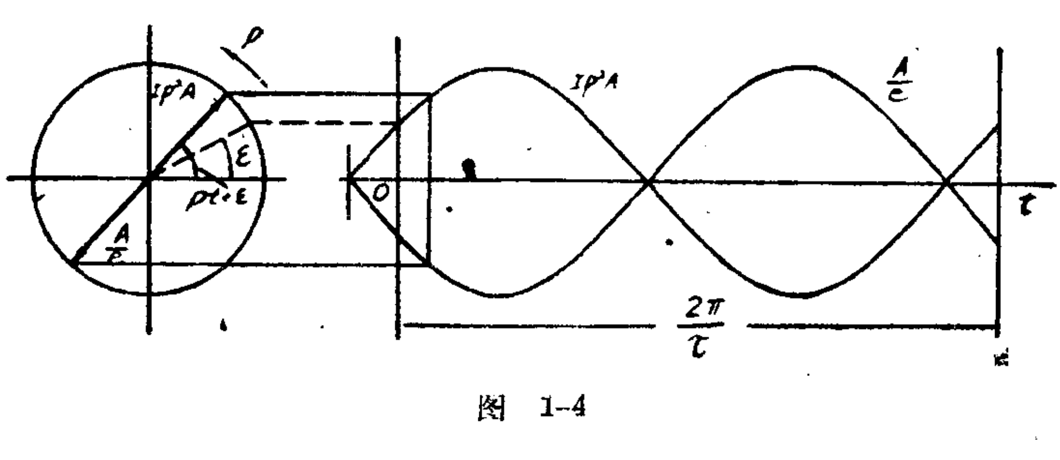

图　1-4

我們再来研究一下振幅 A 与初相位 ε。假設当 $t=0$ 时，$\varphi=\varphi_0$ 及 $\dot{\varphi}=\dot{\varphi}_0$。从公式(1-9)：

$$\varphi_0 = A\sin\varepsilon,$$

$$\dot{\varphi}_0 = pA\cos\varepsilon$$

将第一式两边都乘以 p，两式平方再相加，得到

$$A=\sqrt{\varphi_0^2+\left(\frac{\dot{\varphi}_0}{p}\right)^2}$$

将两式相除，得到

$$\varepsilon=\text{arc tg}\,\frac{\dot{\varphi}_0}{p\varphi_0}$$

由此可見 A 及 ε 皆决定于初始情况（φ_0 及 $\dot{\varphi}_0$）如果我們在扭摆的圓盘上加一个靜力偶 T，然后将此力偶突然取消，并且立刻开始計算时間，则

$$\varphi_0=\frac{Tl}{GJ_p}$$

及

$$\dot{\varphi}_0=0$$

∴

$$A=\frac{Tl}{GJ_p}$$

即振幅大小决定于初始扰动。至于初相位 ε，它完全决定于我們什么时候来开始計算时間，如果以 $\varphi_0=0$ 时作为时間起点，则 $\varepsilon=0$，如果以 $\varphi_0=A$ 时作为时間起点，则 $\varepsilon=\frac{\pi}{2}$ 如果以 $\varphi_0=-A$ 时作为时間起点，则 $\varepsilon=-\frac{\pi}{2}$ 或 $\varepsilon=\frac{3}{2}\pi$ 等等，总之 ε 可以是 $0\to2\pi$ 中任一值，正負皆可。事实上，在扭摆的无阻尼自由振动問題中，这个初相位对其运动形态的特性可以說沒有关系，因为它对其他参数并无影响。

§1-2 无阻尼强制振动

在上一节的討論中我們知道，扭摆的自由振动，是由一个加在圓盘上的靜力矩突然取消之后而产生的，在实际的系統中，这种情况并不多見，如果說到发动机的系統，则在正常运轉下根本不会有

这种情况出現，实际系統中的振动，多数是一种强制振动，这种振动是由于周期变化的干扰而产生的，对于扭摆来讲，我們可以假想在圓盘上有一个外加的简諧干扰力矩

$$T=M\sin\omega t$$

式中 M = 干扰力矩振幅，公斤·厘米；

ω = 干扰力矩圓頻率或简称强制振动頻率，弧度/秒，

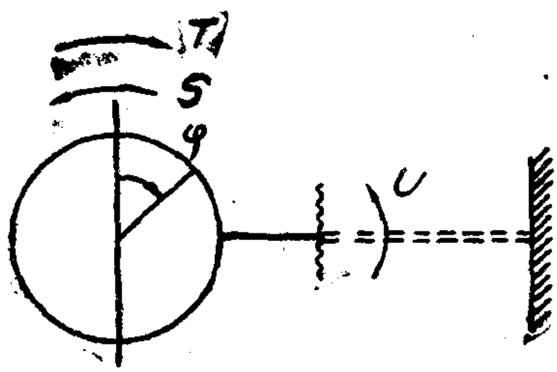

图 1-5

于是，在无阻尼的情况下，扭摆的力系将如图 1-5 所示。

按达兰伯尔定理，

$$S+U+T=0,$$

卽 $-I\ddot{\varphi}-\frac{\varphi}{e}+M\sin\omega t=0$

亦卽

$$I\ddot{\varphi}+\frac{\varphi}{e}=M\sin\omega t \tag{1-11}$$

亦卽 $$\ddot{\varphi}+\frac{1}{Ie}\varphi=\frac{M}{I}\sin\omega t$$

令 $$p^2=\frac{1}{Ie},\quad h=\frac{M}{I}$$

則公式(1-11)最后简化成

$$\ddot{\varphi}+p^2\varphi=h\sin\omega t \tag{1-12}$$

这个微分方程式的通解应为公式(1-3)的解，卽

$$A\sin(pt+\varepsilon)$$

其特解可假定为一与干扰力矩同頻率同相位的简諧

$$\varphi=A_1\sin\omega t$$

代入公式(1-12)得到

$$-\omega^2A_1\sin\omega t+p^2A_1\sin\omega t=h\sin\omega t$$

所以