

中学数学基础
ZHONGXUE SHUXUE JICHU



几何

米道生 胡 杞 等编
周春荔 陈天然

人民教育出版社

中学数学基础

几 何

米道生 胡 杞 等编
周春荔 陈天然

5.11.12.5/14

人民教育出版社

内 容 提 要

这套《中学数学基础》目前包括《代数》(上、下册)、《几何》、《三角》、《解析几何》和《公式和数表》,以及前五册的习题解答各一本,它们是在一九七五年出版的一套《初等数学》的基础上编写的。

《几何》内容包括:基本知识,三角形,相似形,圆,空间的平面和直线,简单的多面体和旋转体。

这套《中学数学基础》可供广大青年自学相当于中学程度的数学基础知识之用,也可供中小学教师阅读和参考。

中学数学基础

几 何

米道生 胡 杞 等编
周春荔 陈天然

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京印刷一厂印装

*

开本 787×1092 1/32 印张 10.75 字数 224,000

1980年6月第1版 1980年10月第1次印刷

印数 660,001—470,000

书号 7012·0118 定价 0.79 元

前 言

这套《中学数学基础》目前包括《代数》(上、下册)、《几何》、《三角》、《解析几何》和《公式和数表》，以及前五册的习题解答各一本。这套书是在一九七五年出版的一套《初等数学》的基础上编写的。其中代数、几何、三角、解析几何是重新编写的；公式和数表只改正了原书中的错误。

为了更好地帮助广大青年自学相当于中学程度的基础数学知识，在重新编写这套书的过程中，特别注意以下问题：加强基本理论的内容；介绍一些常用的证明方法和计算方法；增加习题数量；注意习、例题的灵活性和综合性；同时引进一些近代数学的初步知识。

目 录

第一章 基本知识	
第一节 直线、线段、射线.....1	
直线.....1	
线段.....2	
射线.....7	
第二节 圆和圆弧.....9	
圆.....9	
弧.....10	
第三节 角.....11	
角.....11	
角的度量和它的比较.....13	
角的作法.....17	
第四节 相交和平行.....21	
相交直线的夹角.....21	
平行线.....27	
第五节 定义、命题、公理、 定理.....36	
定义和命题.....36	
公理和定理.....39	
定理的证明.....41	
证题举例.....44	
小结.....46	
复习题.....47	
第二章 三角形	
第一节 三角形的角和边.....55	
三角形的内角和.....55	
三角形两边的和与差.....61	
第二节 全等三角形.....66	
全等三角形判定定理 1.....67	
全等三角形判定定理 2.....70	
全等三角形判定定理 3.....73	
直角三角形全等的判定.....76	
第三节 等腰三角形.....81	
等腰三角形的对称性.....83	
轨迹.....89	
第四节 三角形的边角不 等关系.....94	
在同一个三角形中的边角 不等关系.....94	
在两个三角形中的边角不 等关系.....100	
第五节 三角形的作图.....105	
三角形的基本作图.....106	
较复杂的三角形作图.....110	
第六节 平行四边形和 梯形.....114	
平行四边形.....114	
几种特殊的平行四边形.....123	
梯形.....128	
小结.....134	
复习题.....136	

第三章 相似形

第一节 成比例的线段·····140

平行截割比例线段·····144

三角形内、外角平分线

性质·····148

第二节 相似三角形·····151

相似多边形·····151

相似三角形的判定·····153

勾股定理·····158

位似形·····161

第三节 锐角三角函数·····164

基本概念·····164

三角函数表·····167

解直角三角形·····170

小结·····176

复习题·····177

第四章 圆

第一节 圆的基本性质·····180

三点定圆·····180

弦、弧及弦心距间的

关系·····182

基本作图·····189

第二节 直线与圆的关系·····191

直线与圆的相互位置·····191

切线的性质·····192

圆周角·····198

基本作图·····201

第三节 圆与圆的关系·····205

两圆的相互位置及性质·····205

两圆的公切线·····212

基本作图·····215

直线和圆弧的连接·····219

圆弧和圆弧的连接·····220

第四节 圆的有关角·····225

弦切角·····225

圆内角与圆外角·····228

点对圆的幂·····230

基本作图·····233

第五节 多边形与圆·····235

圆内接与外切四边形·····235

等分圆周与正多边形·····243

正多边形与圆周率·····249

第六节 弧长与弧度制·····251

弧长与扇形面积·····251

弧度制·····254

小结·····260

复习题·····261

第五章 空间的平面和直线

第一节 基本性质·····264

第二节 平行问题·····271

直线与平面平行·····271

平面与平面平行·····276

第三节 直线与平面相交·····278

异面直线所成的角·····278

直线与平面垂直·····281

直线与平面斜交·····286

第四节 平面与平面相交·····291

二面角·····291

垂面·····294

小结.....	300
复习题.....	301

第六章

简单的多面体与旋转体

第一节 简单多面体.....	303
----------------	-----

棱柱	304
棱锥与棱台	310
正多面体	320
第二节 简单的旋转体.....	325
小结.....	334

第一章 基本知识

第一节 直线、线段、射线

初等几何研究的平面图形是由线段、角和圆弧构成的。我们先来学习关于直线、线段和射线的概念。

直 线

在锯木板时所画的墨线，双手拉紧的细绳，这些都给我们直线的形象。我们把直线看作是可以向两方无限伸长的。直线常用两个大写字母来表示，例如“直线 AB ”或者“直线 BA ”；或者用一个小写字母来表示，例如“直线 l ”（图 1-1）。



图 1-1

作直线可以用直尺，把直尺放在纸上，沿着直尺的边就可以画出直线。

经过一点可以画无数条直线，但是经过两点，随便你画多少次，只能画出一条直线。由此，我们得到直线的性质：

经过两点可以作一条直线，并且只可以作一条直线。

根据这个性质，架线工人在立电线杆时，只要定出两根杆的位置，就能定出一行电线杆所在直线的位置；木工师付在木

板上弹墨线时,先定两个点,也是利用了这个基本性质.

根据直线的基本性质,可以推出:

两条直线相交,只有一个交点.

这是因为,如果有两个交点,那么这两条直线就要重合成一条直线.

线 段

建筑工人砌墙时用的标线,农民插秧时拉紧的秧绳等等,都是线段的形象. 直线上任意两点间的部分叫线段. 这两个点叫做线段的端点.



图 1-2

一条线段可以用表示它的两个端点的大写字母来表示,如线段 AB ; 也可以用一个写字母来表示,如线段 a (图 1-2).

连结两点的线段的长度,叫做这两点间的距离.

常用的长度单位是米 (m)、厘米 (cm)、毫米 (mm) 等.

线段的长度,除了用刻度尺直接度量外,还可以用两脚规配合刻度尺来度量(图 1-3).

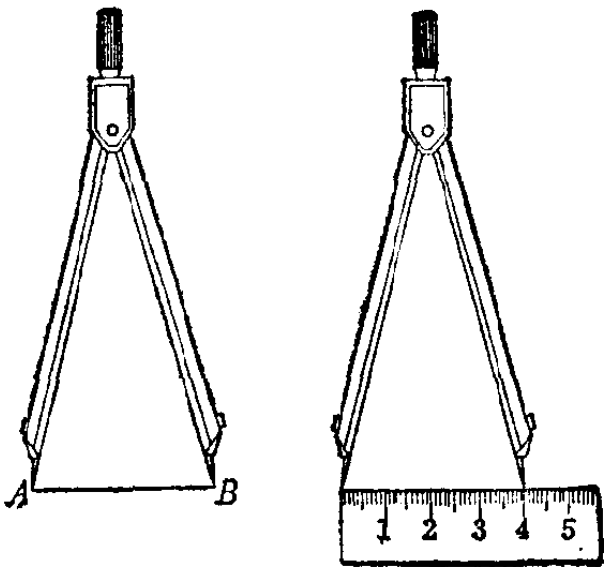


图 1-3

常用的度量长度的工具还有折尺、测绳等(图 1-4)。

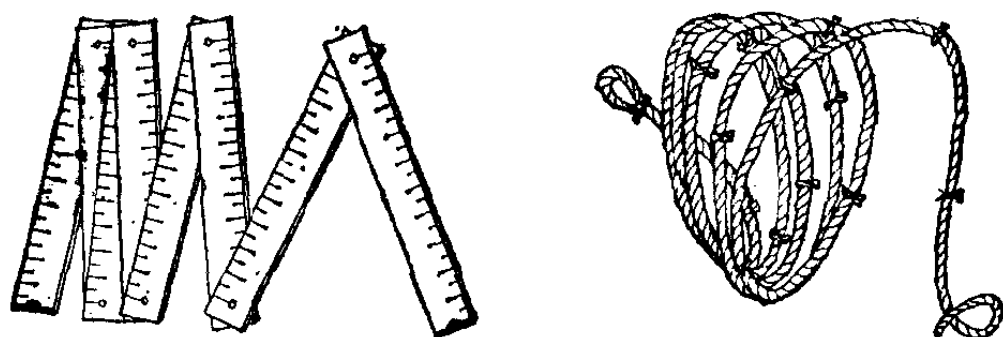
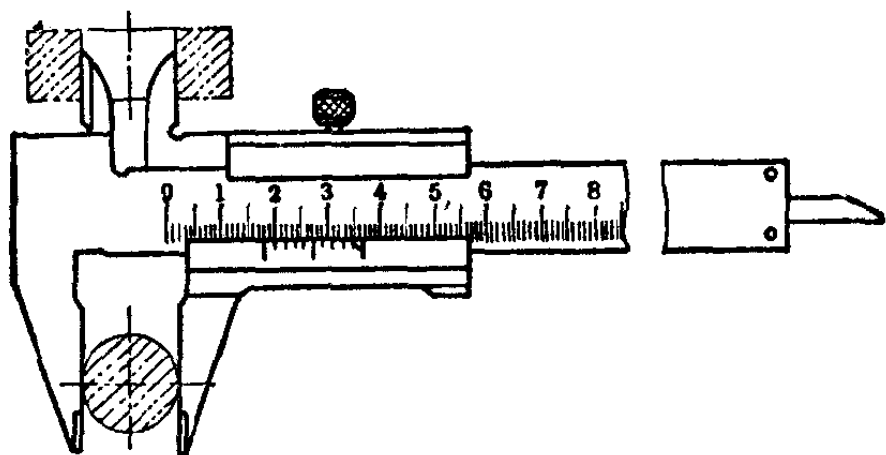
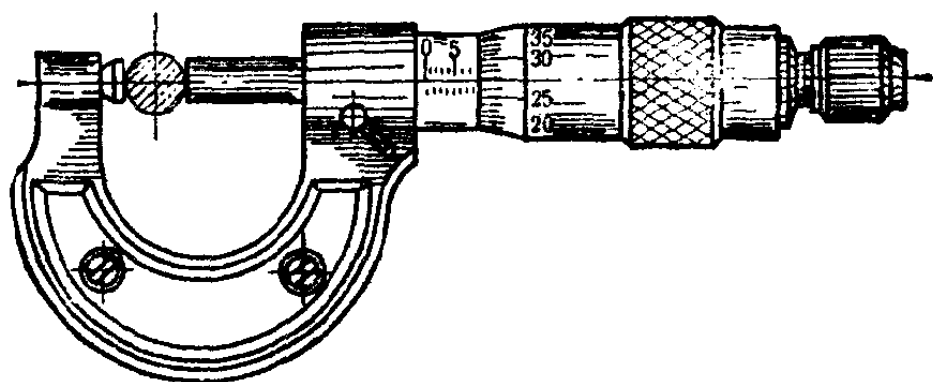


图 1-4

当零件的精度要求较高时，常用游标卡尺(图 1-5(1))，千分尺(图 1-5(2))等来测量。



(1)



(2)

图 1-5

把 A 、 B 两点用不同形状的线连结起来(图 1-6)，可以看

到线段的一个基本性质:

在所有连结两点的线中, 线段最短. 简称两点之间, 线段最短.

利用直尺, 可以把一条线段向两方任意延长. 例如, 我们可以从 B 点把线段 AB 延长(图 1-7), 这

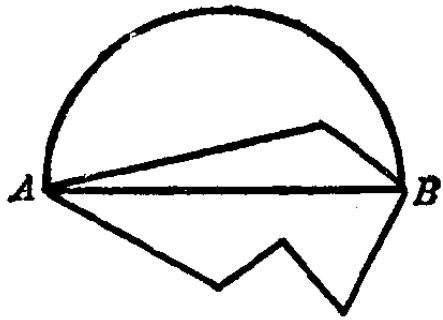


图 1-6

时就说延长 AB ; 也可以从 A 点把线段延长(图 1-8), 这时就说延长 BA , 或者说反向延长 AB . 线段的延长部分叫做原线段的**延长线**. (图 1-7和图 1-8 中用虚线表示的部分.)



图 1-7

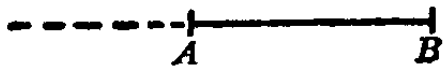


图 1-8

把两条线段 AB 和 CD 迭置在一起, 如果它们的端点 A 和 C 、 B 和 D 分别重合(图 1-9), 这两条线段就叫做**相等的线段**. 显然, 它们具有相同的长度. 上述关系可以表示为:

$$AB=CD \text{ 或 } CD=AB.$$

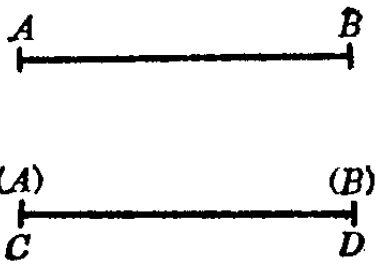


图 1-9

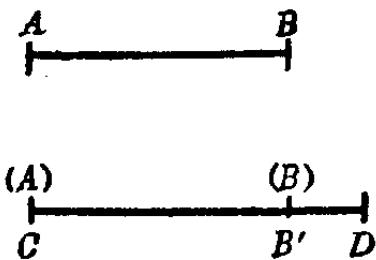


图 1-10

在迭置的时候, 若端点 A 和 C 重合, 而点 B 却落在线段 CD 里面的一点 B' 上(图 1-10), 那么就说线段 AB 小于线段 CD 或线段 CD 大于线段 AB . 这时两条线段的长度不等, 把它们写成:

$$AB<CD \text{ 或 } CD>AB.$$

如果 B 点落在线段 CD 的延长线上的一点 B' (图 1-11), 那么线段 AB 较长. 这个关系可以写成:

$$AB > CD \text{ 或 } CD < AB.$$

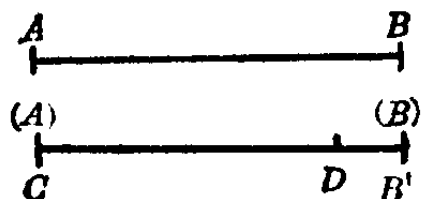


图 1-11

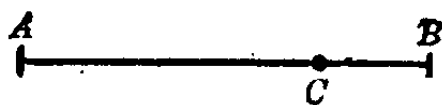


图 1-12

在线段 AB 上取任意一点 C (图 1-12), 就组成两条新的线段 AC 和 CB . 线段 AB 叫做线段 AC 与 CB 的和; 其中的任一条线段 AC (或 CB) 叫做线段 AB 与另一条线段 CB (或 AC) 的差. 这些关系可以写成:

$$AB = AC + CB, \quad AC = AB - CB, \quad CB = AB - AC.$$

这些式子, 其实是表示线段长度的运算. 我们约定, 以后在语言或式子里, 凡涉及线段长度的关系或运算, 都直接说成或看成线段的关系或运算.

在线段 AB 上有一点 M



(图 1-13), 如果使得

图 1-13

$$AM = MB,$$

那么这点 M 就叫做线段 AB 的中点, 或说点 M 等分线段 AB .

显然, 一条线段的中点是唯一的.

线段的和、差、几倍或几分之一, 可以利用刻度尺来作. 先用刻度尺量出已知线段的长度, 计算它们的和、差、几倍或几分之一, 再用刻度尺作出等于所得结果的线段.

现在来说明用直尺和圆规*作线段的方法.

例 作线段等于已知线段.

已知: 线段 a (图 1-14(1)).



图 1-14

求作: 线段 x , 使 $x=a$.

作法:

1. 任意作直线 l (图 1-14(2)).
2. 在 l 上任意取一点 A .
3. 在 l 上截取线段 $AB=a$.

AB 就是所求的线段 x .

例 作线段等于两条已知线段的和或差.

已知: 线段 a 和 b ($a>b$) (图 1-15(1)).

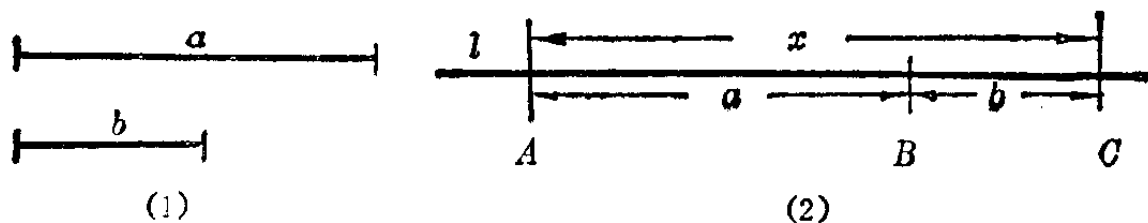


图 1-15

求作: 线段 x, y 使 (1) $x=a+b$; (2) $y=a-b$.

作法: (1) $x=a+b$ (图 1-15(2)).

1. 任意作一直线 l .
2. 在 l 上任意取一点 A .
3. 在 l 上从点 A 起向一方依次截取 $AB=a, BC=b$.

* 这里所说的直尺, 系指没有刻度的直尺, 或虽带有刻度, 但作图时并不使用刻度去量. 只用直尺和圆规来作图, 叫做尺规作图.

AC 就是所求的线段 x .

(2) $y = a - b$ (图 1-16).

1. 在 l 上作线段 $AC = a$.

2. 在 AC 上截取 $AB = b$.

BC 就是所求的线段 y .

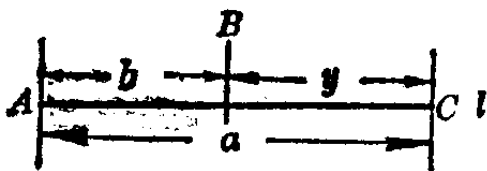


图 1-16

射线

探照灯、手电筒的光线,是由一点向一定方向射出的,这些都给我们射线的形象,在直线的某一点一旁的部分叫做射线,这一点叫做射线的端点,也叫做原点.

射线用表示它的端点和射线上任意一点的大写字母来表示,表示端点的字母写在前面,如射线 OC (图 1-17).

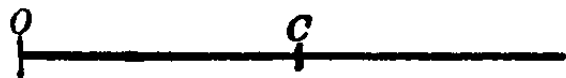
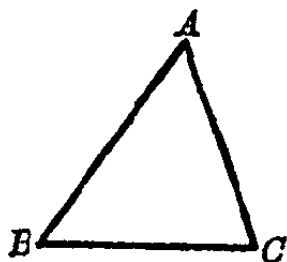


图 1-17

习题

1. 图(1)和(2)中各有几条线段? 并按图中字母表示它们.



(1)



(2)

(第 1 题)

(第 2 题)

2. 根据图形,在括号内填写适当线段:

(1) $AC = BC + (\quad)$;

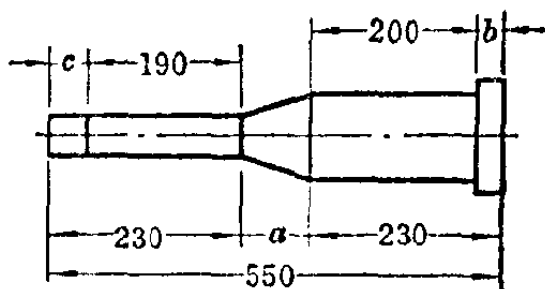
(2) $CD = AD - (\quad)$;

(3) $AC + CD = (\quad) + BD$.

3. 计算图中 a, b, c 的长.

4. 已知线段 $a, b (a > b)$, 用直尺和圆规作两条线段, 其中一条等于 $a - b$, 一条等于 $a + b$.

5. 已知线段 a , 用直尺和圆规作分别等于 $3a, 5a$ 的两条线段.



(第3题)

6. 下列语句是否正确? 如果不正确, 说出理由; 如果正确, 用图形表示出它的意义.

(1) 延长直线 AB 到 C ;

(2) 延长射线 OC 到 D ;

(3) 反向延长射线 OC 到 E ;

(4) 延长线段 EF 到 G .

7. 按照以下语句画出图形:

(1) 任意取不在一条直线上的三个点 A, B, C , 连结线段 AB, BC, CA , 然后分别延长 AB, BC, CA ;

(2) 以 O 点为端点任意作两条射线 OA 和 OB , 再反向延长 OA 和 OB .

8. 用式子表示图中下列线段的大小:

(1) AC 和 AB ;

(2) BC 和 AC .



(第8题)

9. 已知线段 AB , 在 AB 的延长线上取一点 C , 使 $BC = AB$, 再在 BA 的延长线上取一点 D , 使 $DA = 2AB$. (1) 线段 AC 等于线段 AB 的几倍? (2) 线段 AB 等于线段 DB 的几分之几? (3) 线段 DB 等于线段 DC 的几分之几?

10. 已知线段 a 和 $b (a > b)$, 用直尺和圆规作一条线段使它等于

(1) $a + 3b$;

(2) $2a - b$;

(3) $2(a - b)$.

第二节 圆 和 圆 弧

圆

日常见到的车轮、水管的横截口等，都是圆形的。

当一条线段绕着它固定的一端（如图 1-18）在平面内旋转一周时，它的另一端就画出一条封闭的曲线，这条封闭的曲线叫做圆，固定的点叫做这个圆的圆心，连结圆心和圆上任意一点的线段（如 OA 、 OB 、 OC ）叫做圆的半径。

圆用符号“ $\odot$ ”来表示，以 O 为圆心的圆记作“ $\odot O$ ”。

已知一个圆的圆心和半径，我们就可以用圆规作出这个圆。

从圆的形成，可以知道：

同圆的半径相等。

如果两个圆的半径相等，那么把这两个圆的圆心重合在一起时，这两个圆上所有的点彼此完全重合，这样的两个圆叫做等圆。因此，等圆的半径相等。

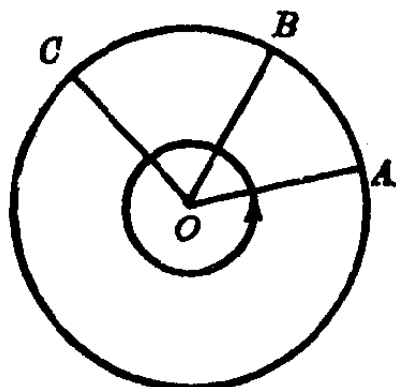


图 1-18

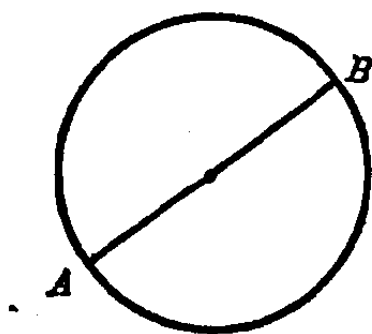


图 1-19

连结圆上任意两点的线段叫做圆的弦。经过圆心的弦叫做圆的直径。如图 1-19 中的 AB 。

一个圆的直径等于它的半径的 2 倍。所以从同圆(或等圆)的半径相等,可以推出:

同圆(或等圆)的直径相等。

弧

圆上任意两点间的部分叫做弧,弧用符号“ $\frown$ ”来表示,以 A 和 B 为端点的弧记作 $\widehat{AB}$,读作“ AB 弧”。

同圆(或者等圆)的两条弧可以象线段那样比较大小。

圆的任意一条直径的两个端点把圆分成两条相等的弧,每一条这样的弧叫做半圆。

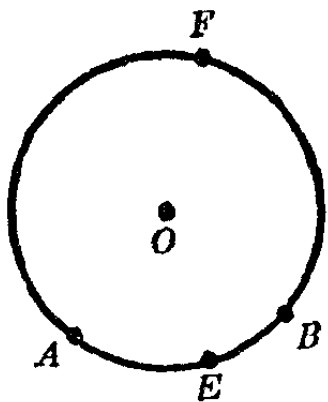
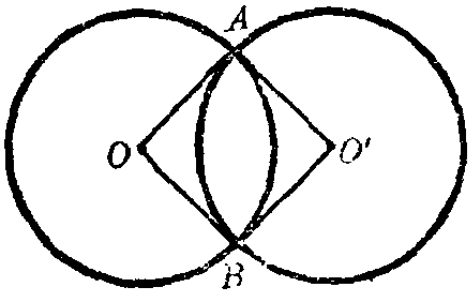


图 1-20

小于半圆的弧,叫做劣弧;大于半圆的弧,叫做优弧。通常所说的弧一般指劣弧。有时为了易于区别起见,可用三个字母来表示弧,如 $\widehat{AEB}$ 和 $\widehat{AFB}$ (图 1-20)。

习 题

1. 分别以三个任意已知点 A, B, C 为圆心, 1.5 cm 为半径作圆。
2. 在线段 AB 上任意取一点 C ,以 A 为圆心,以 AC 为半径作圆,再以 B 为圆心,以 BC 为半径作圆。这样的两个圆有几个公共点?
3. 如图,等圆 O 和 O' 相交于 A, B 两点,在下面括号内注明下列等式的理由:



(第 3 题)

(1) $OA=OB$ (同圆的半径相等);