# 导航陀螺仪性能计算

И. Б. 切尔班诺夫
〔苏〕 Л. П. 涅兴纽克 著
М. В. 布拉金斯基

任思聪 译

国防工业出版社

## 内容简介

本书阐述和解决了陀螺仪表（陀螺垂直地平仪、陀螺罗盘、惯性导航系统）最佳性能计算和在各种不同条件下精度分析等很多问题。详细描述了随机干扰作用的特性。对能够在静态下保证最小方差的滤波器进行综合时，所用的数学工具是以简化的频谱密度公式为基础，因而能够得到解析解，一般说来，相应的校正装置也是容易实现的。书中也研究了精度分析的非线性问题和提高陀螺仪表可靠性的方法。

本书可供从事导航陀螺仪表设计和计算的科学工作者、工程技术人员、以及有关专业的研究生、高年级大学生参考。


РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК
НАВИГАЦИОННЫХ ГИРОПРИБОРОВ
И. Б. ЧЕЛПАНОВ, Л. П. НЕСЕНЮК,
М. В. БРАГИНСКИЙ
СУДОСТРОЕНИЕ
ЛЕНИНГРАД, 1978

*

**导航陀螺仪性能计算**

И. Б. 切尔班诺夫
〔苏〕 Л. П. 涅兴纽克 著
М. В. 布拉金斯基
任思聪 译

*

国防工业出版社出版
新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售
国防工业出版社印刷厂印装

*

850×1168 1/32　印张 9　229千字
1982年8月第一版　1982年8月第一次印刷　印数：0,001—1,400册
统一书号：15034·2368　定价：1.15元

# 前　言

在近代很多著作中，把以前只作为力学的一部分被研究的陀螺仪理论，在稳定性与过渡过程的研究方面发展了。在这些文献中所提出保证仪表工作能力的问题，现在基本上解决了，而成为主要的则是在运转条件下保证精度的问题。陀螺仪的合理结构和参数的选择就与这些问题有关，选择时要考虑作用在陀螺仪上的内部噪声和外部干扰的特性。

对各种导航陀螺仪来说，除了元件的各种工具误差和不稳定因素（温度、压力、电源电压的波动等）的作用而外，与运载器加速度有关的干扰也是具有代表性的。由舒勒（М.Шулер）所揭示的非干扰条件（相对运动误差的不变性）和已知条件的综合，没有排除研究加速度特性的必要性。这是由于，在仪表中实现对加速度的非干扰原理并没有消除其它干扰对仪表的作用，归根到底，未能保证达到最高的精度。对于舰船导航系统来说，当舰船以等速直线航向运动时，在稳定条件下的精度便具有决定性的意义。在这种运动状态下，缺乏关于加速度特性的资料，就难于选择舰船导航陀螺仪表的动态性能。因此，在本书中很注意对舰船以固定速度和航向运行时所产生加速度的叙述。

用实际经验对导航陀螺仪的校正环节作出了足够稳定的图解，其参数值一般在不太宽的范围内发生变化。实际上，现成的陀螺仪理论只能部分地证明所实现结构和参数值的选择是正确的。因此，作者尽量利用对干扰特性最完整的描述，以确定各种主要导航陀螺仪在精度上最佳的结构和参数。为此目的，从统计最佳化的数学方法出发，进行了工程计算方法的尝试，这些方法不以干扰的复杂性为转移，使其能够得到足够紧凑和明确的结果。

这本书的主要目的，在于为导航陀螺仪表的研制者们提供一些简单的，但是有充分根据的仪表最主要性能的计算方法，还提供一些由研究大量并已解决的问题中所得到的现成建议，因为对这些问题开列了大量的参考文献，所以陀螺仪理论的几何和动力学基础，以及列出方程和简化方程的方法便从分析中删掉了。在该书中陀螺仪运动的微分方程是在进动理论的范围内列出的，并且一开始就是对小角度而言。全部注意力都集中在确定校正装置的形式及其参数值上面。作者希望，这本书有助于导航陀螺仪表研制者们识辨用实际经验作出图解的优点和缺点，以确定影响仪表精度的基本因素，以及最后算出各参数的最佳值和可能达到的精度。

# 目 录

# 第一章　随机过程特性的描述和随机讯号变换理论的基本关系

## §1.1　平均值和统计特性

在技术运用中，关于过渡过程随机特性的概念与两种所观测的事实有关：过程明显的不可控性（函数具有“不正确的”复杂形式，而用解析表达式对它们进行描述时也缺乏根据）和重复试验时结果的不可重复性（也就是不可能根据以前的试验，准确地预见以后的试验结果）。

实验中所得具体过程的记录，不管差别多大，照例都要予以统计处理。这种处理一般（并非必要）归结为按已有的很多记录取平均值。例如，确定平均值（按时间或按记录的多少）、均方值等。由具体数据处理所得的特性曲线就叫做统计特性。

随机（或然、偶然）过程的数学理论运用的完全是另一些原始概念。在这种理论中要研究实现的连续集合（总体），在这个连续集合中概率分布认为是给定的话，这也就确定了一个随机过程。由实现所得任何泛函，按总体取平均，就导致了完全确定的（非随机的）概率特性。在形式上，任何概率特性都以数学期望运算的结果来记写（与其它很多地方一样，在该书中，其符号也用字母$M$）。这样，随机过程 $x(t)$ 最简单的概率特性——数学期望 $m_x(t)$ 和方差 $\sigma_x^2(t)$——象征性的表示为：

$$m_x(t)=M\{x(t)\} \tag{1.1}$$

$$\sigma_x^2(t)=M\{[x(t)-m_x(t)]^2\} \tag{1.2}$$

在这里和以后对过程的实现和过程本身都使用同样的符号。

有一种看法认为，在所有技术范畴内，随机过程数学理论的

原始概念完全与实际问题的提出相对应。因此，在专门的技术文献中，把研究概率模型的结果与实际技术系统中所得的（或应当得到的）结果相同看待。很有效的按集合平均的思想，就不得不与实现集合的均匀性和无限性相联系。如果用实验方法实现，并对不断增长的有限时间间隔内实现的总合进行处理，就要求存在统计稳定性：即根据实现有限时间间隔的有限个数，当时间间隔数增加时，取平均所得的任何统计特性，便收敛于一定的有界非随机概率特性。

在数字计算机上所进行的计算实验中，保证振荡实现的统计稳定性不是很复杂的。在单纯的物理试验中，统计稳定性则是分子、原子或基本粒子总合绝对均匀性的直接结果。但对于绝大多数的技术（如象生物的，经济的）应用，统计稳定性很明显是无意义的，因为在一些同样条件下所得实现的集合，按性质则有非常大的区别。如果进行试验的条件完全地或部分地不可操纵和不可控制，试验上所得实现集合的非均匀性就要增加。在这种情况下，当被处理的实现个数增加时，统计特性就不会收敛，从而也就得出不存在概率特性的结论。

如果统计特性与所允许的计算误差值相比，其间的差别不很大，关于存在概率特性的假说就可以被接受。但是，在绝大多数应用中，它们的差别是如此之大，以致必须确定出概率模型与实际条件之间明显的不对应关系。于是，一些从事实际工作的专家们，带着不正确的见解去接受随机概念和相应的术语，根据这些见解就把广泛应用在工程实践中的工具（所有解决随机讯号转换问题的各种方法）与概率模型不加区别地联系起来。实际上，并非这样。按集合平均的建设性和很有效的思想，是容易与连续集合（总体）的概率模型和关于统计稳定性的假说相区别的。对平均运算应赋予更广泛的意义，也就是平均可以按具体的或假定的、有限的或无限的实现集合进行，并且，对均匀的实现集合是这样，对不均匀的实现集合也是这样。重要的只是使平均的意义和条件

在所有的变换阶段都要预先明确地加以说明并保持不变。

进一步将要表明，随机讯号变换理论的定义结构和基本公式的形式完全不取决于平均运算的具体涵义。基本上保持传统术语似乎比较合适。比如说，按以前的说法，把平均运算（其标志仍然用符号$M$）叫做决定数学期望的运算。但是，在所有按实现的有限集合进行平均的情况下，把“概率特性”这个术语将用“统计特性”来代替，就是很自然的。

在广泛的讨论平均运算时，关于集合的均匀性或非均匀程度的问题不应当与计算规则联系起来，也就是不应该把某些统计特性变换为其它形式统计特性（必须在变换的所有阶段都保持平均的意义和条件）的理论联系起来，在具体条件下，统计特性易变性的研究乃是尚未充分研究的独立问题。在某些技术范畴内，如果没有这样的研究结果，就不可能把根据有限数据（根据不很多的实现数）所得的结论推广到更广阔的集合。这种困难是客观存在的。在传统的概率处理方法中，只能用引入关于集合的均匀性假说（对于平稳过程，也就是集合的各态历经假说）对其进行掩饰。甚至在看不出有什么变化的情况下，也不存在保证实现均匀性的自然规律。当条件变化时（随机性正好经常与条件的易变性有关），非均匀性的程度就会增加。通常，利用正式程序校验关于均匀性的假说是无根据的，因为给出的是不肯定的回答，所以，就只能说数据有限，也就有充分理由不允许采纳或放弃这种或那种假说。

为了利用统计特性的换算工具，便无根据地认为必须要有集合的均匀性，这就会使研究者们钻进死胡同（如果要断定非均匀性，不知道怎么办），或者不得不歪曲事实（比如说，利用很不敏感的程序校验假说）。

今后我们承认任意解释平均运算的可能性，它和计算数学期望的运算看作是等同的。在缺乏实验数据，或者事先已经形成关于过程特性要比试验数据处理结果更可信的概念时，就可根据假定

的连续集合进行平均(不管是均匀的,还是不均匀的)。在这些情况下,完全保持概率论的传统符号就很合适,比如说,为了确定数学期望和方差就使用公式(1.1)和(1.2)。如果根据试验数据来建立统计特性,那就必须使用统计处理的计算方法。假定得到了过程$x(t)$实现的$N$个有限段,任意的第$i$个实现就注以标号$i$〔实现以$x^{(i)}(t)$表示〕;通过$T^{(i)}$表示所给定实现的时间间隔长度。在这种情况下,就可以采用确定经验数学期望$M^{(i)}$的运算。比如说,对于任意过程,数学期望和方差就不是公式(1.1)和(1.2),而是公式

$$m_x(t)=M^{(i)}\{x^{(i)}(t)\}=\sum_{i=1}^{N}p^{(i)}x^{(i)}(t) \tag{1.3}$$

$$\left(\sum_{i=1}^{N}p^{(i)}=1\right)$$

$$\sigma_x^2(t)=M^{(i)}\{[x^{(i)}(t)-m_x(t)]^2\}$$
$$=\sum_{i=1}^{N}p^{(i)}[x^{(i)}(t)-m_x(t)]^2 \tag{1.4}$$

在这些公式中,用任意给定的权系数$p^{(i)}$进行平均。如果没有理由较之其他要侧重某些现实的话,就采用$p^{(i)}=1/N$。对于公式(1.3)和(1.4)的使用来说,在以后的计算中允许用其平均,平滑,四舍五入,近似计算等的结果取代经验数学期望。对于用这种方法所得到的统计特性仍然保持数学期望的符号$M$。但是,不应当把它看作是假定概率特性的估值。

当同样过程的统计特性有些是按照一般质量要求来给定,而另外一些要根据试验数据来建立时,通常就利用混合处理的办法。这样,在给定数学期望的条件下,一般利用下述推论:如果$x$的数值不管是正的还是负的,并且正负号的可能性相等时,认为$m_x=0$(当$x$的值是测量的工具误差时,$m_x=0$的条件不一定意味着没有系统性误差,但是,可以预料,对于各套不同的测量工

具，系统性误差既然有一种符号，就同样会有另一种符号)。同时，为了给定方差，必须要有实验数据。在完全没有对测量工具进行精密检验的实验数据时（或不希望利用这些数据时），误差随机分量的均方值，有时就有条件地取其等于技术条件中所写极限允许误差的一部分（从 1 / 6 到 1 / 2 ）。在这种情况下，统计计算的结果将不可避免地要反映出所给原始数据具有很大程度的任意性。

在这本书中使用了有限的一组统计特性。在大多数情况下（除第七章外），对解决实际问题来说，使用数学期望、方差、频谱密度和相关函数就足够了。这时没有必要提出关于充分描述随机过程，引入多元概率密度等问题．只是对那些进行了实际测量，并对其研制出相应统计分析仪的特性进行研究比较合适。

## §1.2 随机过程的模型

在描述、分类和解释试验所得实现的处理结果时，通常就把有限的结果表示为随机过程的简单标准模型。当缺乏实验数据时，这些模型只能以质量要求为基础而得到采用。最常用的有：准确定性随机过程的模型和非确定性平稳随机过程的模型。

1 ）准确定性随机过程模型　取决于 $k$ 个随机系数 $c_i$ 的某种时间函数

$$x(t)=\varphi\quad(t,\ c_1,\ c_2,\ \cdots\cdots,\ c_k) \tag{1.5}$$

被称为准确定性随机过程的模型。最常用的模型形式为

$$x(t)=\sum_{i=1}^{k} c_i f_i(t) \tag{1.6}$$

其中随机系数 $c_i$ 是已知函数 $f_i(t)$ 的线性因数。在某些情况下，函数 $f_i(t)$ 的总合由问题的涵义单值地来确定，但是，一般把公式（1.6）看作近似公式。这样，在足够短的时间间隔上，经常用指数多项式

$$x(t)=\sum_{i=1}^{k} c_i t^{i-1} \tag{1.7}$$

代表平滑函数。

准确定性过程的统计特性是各随机系数的数学期望、相关矩的方差，即：

$$
\begin{aligned}
m_{c_i} &= M\{c_i\} \\
R_{ij} &= M\{[c_i - m_{c_i}][c_j - m_{c_j}]\} \qquad (1.8) \\
R_{ii} &= \sigma_i^2
\end{aligned}
$$

在认为系数 $c_i$ 出现正负号的可能性相等时，取 $m_{c_i}=0$。如果缺乏系数 $c_i$ 互相有关的根据，认为 $R_{ij}=0$（当 $i \neq j$ 时）。在这种情况下，所有 $k$ 个统计特性——方差 $\sigma_i^2$ 应当是给定的。在解决有些课题时，针对讯号的准确定性分量，要加上无偏性的条件（由这些分量所形成的误差应当等于零）。在这些情况下，重要的只是知道函数 $f_i(t)$ 的形式，而不使用关于系数 $c_i$ 数值的知识。

2）非确定性平稳随机过程模型　在实践中，平稳特性属于那样一些过程，它的实现似乎在时间上是均匀的，并且显示不出被确定的振幅或平均频率发生变化的倾向。在引入平稳性假说时，应当从质量要求出发。在随机过程的概率论中，给平稳性所下的严格定义为：在时间任意推移的情况下，所有概率特性都不发生变化的过程认为是平稳的。但应当注意到，当使用数量有限的数据时，关于平稳性的假说，是不可能验证的。一小段具有明显非平稳过程样子的实现〔见图 1.1 上的间隔 $(t_1, t_2)$〕，它可能属于比较长的，但认为是平稳的实现。除此而外，根据一段甚至是相当长的实现，不可能作出任何关于平稳性的结论，因为《平稳性间隔》的长度（表现出包括方差在内的平稳特征稳定性的时间间隔）是独立特性[4]，并且有可能要说多长就有多长。

校验均匀性和平稳性假说的程序[51]，首先以更复杂的和完全没有验证过的假说为基础（比如说，关于对过程的任意截面是多维高斯分布的假说）；其次，一般只要认定原始数据太少，就要放弃这种假说。因此，经常采用以总的质量要求（一般在实际上被

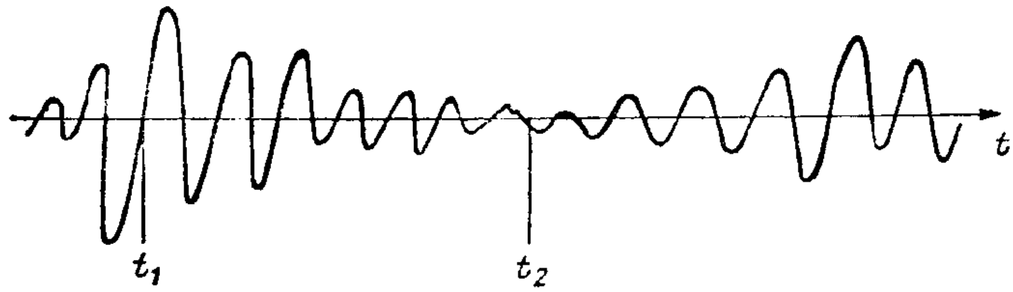


图 1.1

实现的）为基础的平稳性假说，看来才是完全有效的。适应于舰船在随机波浪上振荡有关的运动量，在§3.2中使用这种办法。

看来随便接受或拒绝有关平稳性的假说是非实质性的，因为，与一般意见相反，随机过程频谱理论的基本关系（这本书取材的大部分正是以这些关系为基础）并不和严格确定平稳性的随机条件相关联。频谱密度（也用直接反映物理意义的《功率密度谱》这个术语）是平稳随机过程的基本特性。根据假定无穷实现的连续均匀集合，求随机过程 $x(t)$ 的频谱密度 $S_x(\omega)$ 时，从实现的频谱出发是很方便的。选择一个具体的实现 $x^{(i)}(t)$，在 $t<-T^{(i)}/2$ 或 $t>T^{(i)}/2$ 时，认为 $x^{(i)}(t)=0$，使其以时间间隔 $(-T^{(i)}/2, +T^{(i)}/2)$ 为界限。在这种情况下，存在实现的富里叶（Фурье）变换（综合谱），并且由公式

$$\Phi_x^{(i)}(j\omega)=\int_{-T^{(i)}/2}^{+T^{(i)}/2} x^{(i)}(t)e^{-j\omega t}dt \tag{1.9}$$

所确定。在随机过程的概率论中，频谱密度确定为如下形式：

$$S_x(\omega)=M\left\{\lim_{T^{(i)}\to\infty}\frac{1}{T^{(i)}}|\Phi^{(i)}(j\omega)|^2\right\} \tag{1.10}$$

在这里平均是根据无穷均匀实现的连续集合进行的。

如果假定无穷实现的连续集合不均匀（各态历经假说不正确），频谱密度 $S_x(\omega)$ 就不存在概率意义，但是，按（1.10）所表示的定义还是正确的。

如果实现数有限，但每一实现的持续时间一定〔第 $i$ 个实现

以时间间隔（$-T^{(i)}/2$，$+T^{(i)}/2$）所给定]，那时，实验频谱密度则由下式所决定：

$$S_x(\omega)=\sum_{i=1}^{N} p^{(i)}\frac{1}{T^{(i)}}\left|\int_{-T^{(i)}/2}^{+T^{(i)}/2} x^{(i)}(t)e^{-j\omega t}dt\right|^2 \tag{1.11}$$

式中$p^{(i)}$如在公式（1.3）和（1.4）中一样，是任意给定的权系数。计算频谱密度$S_x(\omega)$一般是用平滑方法由实验频谱密度来得到。

假定过程$x(t)$进入线性平稳动力学系统的输入端，其特性由传递函数$K(j\omega)$决定。如果输入讯号$x^{(i)}(t)$的实现在时间间隔（0，$T^{(i)}$）上被给定，那么，在其上观测输出讯号$z^{(i)}(t)$实现的时间间隔，原则上是没有限制的。$z^{(i)}(t)$实现的复合频谱

$$\Phi_z^{(i)}(j\omega)=\int_0^{\infty} z^{(i)}(t)e^{-j\omega t}dt \tag{1.12}$$

与实现$x^{(i)}(t)$的复合频谱$\Phi_x^{(i)}(j\omega)$有以下关系：

$$\Phi_z^{(i)}(j\omega)=K(j\omega)\Phi_x^{(i)}(j\omega) \tag{1.13}$$

由此可以得到功率谱的下述关系：

$$\frac{1}{T^{(i)}}|\Phi_z^{(i)}(j\omega)|^2=\frac{1}{T^{(i)}}|K(j\omega)|^2|\Phi_x^{(i)}(j\omega)|^2 \tag{1.14}$$

不管讯号$x^{(i)}(t)$的特性和传递函数$K(j\omega)$怎么样，这个关系总是正确的。但是，在假定系统平稳和近似稳定的情况下，它实际上只是按频率描述平均功率分布，而时间间隔$T^{(i)}$与过渡过程持续时间相比要长得多。按照（1.10）或（1.11）进行平均，就得到频谱密度之间的下述关系：

$$S_z(\omega)=|K(j\omega)|^2S_x(\omega) \tag{1.15}$$

根据上面所讲的可以看出，在所用频谱密度定义的条件下，不管是对有限的和无限的；平稳的和不平稳的实现；对有穷集合或无穷集合都保持这种关系。应当注意到，输入和输出讯号实验频谱

密度的平滑运算，有可能导致差别很大的结果。

根据巴尔谢瓦定理（Парсеваль）[66]（对具有富里叶变换形式的任何函数都是正确的），对实现 $x^{(i)}(t)$ 和 $z^{(i)}(t)$ 在 $T^{(i)}$ 时间内的均方值我们有下述表达式：

$$\frac{1}{T^{(i)}}\int_0^{T^{(i)}}[x^{(i)}(t)]^2dt=\frac{1}{2\pi T^{(i)}}\int_{-\infty}^{+\infty}|\Phi_x^{(i)}(j\omega)|^2d\omega \tag{1.16}$$

$$\frac{1}{T^{(i)}}\int_0^{\infty}[z^{(i)}(t)]^2dt=\frac{1}{2\pi T^{(i)}}\int_{-\infty}^{+\infty}|\Phi_z^{(i)}(j\omega)|^2d\omega \tag{1.17}$$

对通过其功率谱所表示的某一实现，均方值是独立的统计特性。对关于无穷假定集合或有限集合的均匀值进行平均，导出众所周知的方差表达式，即

$$\sigma_x^2=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}S_x(\omega)d\omega \tag{1.18}$$

$$\sigma_z^2=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}|K(j\omega)|^2S_x(\omega)d\omega \tag{1.19}$$

如果按照假定无穷集合，即利用各态历经和平稳性假说进行平均，频谱密度和方差就不是随机的。在实现不均匀（各态历经假说不正确）和（或）不平稳的情况下，以所选择实现的时间间隔和标志为转移，方差有可能发生实质性的变化，因而也就谈不上统计特性趋近于一定的界限。这一点完全与任何实验数据处理的经验相符合。如果频谱密度是用解析方法计算的，但其参数（或其形式）明显地与一系列因素有关时，也会产生类似情况。这样，在第三章中，将对舰船上仪表安装点的加速度水平分量的频谱密度与波浪、船速和航向的关系要进行详细的研究。

既然，实际上各种条件是不稳定的，而且它们有可能在很宽的范围内发生变化，也就产生了怎样利用以实验方法或计算方法所得频谱密度集合的问题。对于这个问题的回答不可能是唯一的和通用的。最常用的方法有：

1 把过程频谱密度的参数值作为《标准值》给出。在这种情况下，相应的计算就具有特例的性质。没有任何根据认为，计算的结果反映出工作的真实条件（在具体条件下，各参数在很广阔的范围内进行变化）。因此，固定参数计算，或者只能给出数量级的概念，或者只有方法学的价值。

2 把频谱密度的参数值作为各种不同的数值给出。在这种情况下，通常在参数值有可能变化的范围内，以不同组合进行计算。属于这种方法的明显缺点是得出的结果太多，而决定性的优点，则是呈现出全部与条件有关的精度特性变化的情况。

3 认为按其进行平均的频谱密度参数是随机量。这种途径具有明显的共同性，但是，选择平均的方法在很大范围内是随意的，在相当大的程度上要事先决定结果。因此，在本书中侧重于第二种方法。既然用这种方法时，要给定不同的频谱密度参数值，那么，在处理实验结果和分析计算统计特性时，一般利用最简单的近似算法，并且只能正确估计参数值的数量级。但是必须保持频谱密度性状的稳定特性，其中包括当 $\omega\to 0$ 和 $\omega\to\infty$ 时的衰减特性。忽略后面的要求，有时会造成计算精度特性的差别达好几个数量级，这是不允许的。

经常利用频谱密度有理分式的近似算法，即：

$$S(\omega)=\frac{P(\omega)}{Q(\omega)} \tag{1.20}$$

式中 $P(\omega)$ 和 $Q(\omega)$——只包含偶次 $\omega$ 的多项式。以前曾经认为确定平稳过程 $x(t)$ 方差的积分（1.18）不仅存在并且有限。但是，在给定讯号的初始模型和中间结果中，$S(\omega)$ 的这种表达式是允许的，在这种情况下，（1.18）的积分却是发散的，也就是过程不存在有限方差。对于传统的白噪声模型得出

$$S(\omega)=B^2 \tag{1.21}$$

还有其它形式的表达式如：

$$S(\omega)=C^2\omega^{2r}$$

$$S(\omega)=\frac{D^2}{\omega^{2m}} \tag{1.22}$$

$$S(\omega)=\frac{F^2}{(\omega^2-\Omega^2)^2}$$

这些表达式作为频谱密度的部分近似计算方法，被广泛地应用在以后的章节中。应当指出，对应于（1.22）形式频谱密度的讯号可以看作是白噪声通过微分、积分和非阻尼振荡环节传输的结果。很清楚，当平稳讯号经过处于临界稳定或不稳定的平稳环节传输时，输出讯号是非平稳的，其方差也无限增大。因此，针对式(1.22)的第二和第三式在文献[98]中提出了《条件频谱密度》的专门术语。在使用对数比例尺时（在§2.4中，对于用对数坐标纸制作频谱密度曲线和应用它解决综合问题的方法进行了描述），用（1.22）的各式作为频谱密度的部分近似计算是很方便的。

在式（1.18）的积分有限时，为了根据频谱密度 $S_x(\omega)$ 的有理分式计算方差 $\sigma_x^2$，把讯号 $x(t)$ 看作单位强度的白噪声，经过以 $W(j\omega)$ 为传递函数的成形滤波器传输的结果是很恰当的。在表 1.1 中列出了讯号方差的表达式，这些讯号是在不同的成形滤波器传递函数的条件下，当输入讯号是具有式（1.21）频谱密度的白噪声时得到的。

表 1.1

| $K(j\omega)$ | $\sigma^2$ |
|---|---|
| $k\dfrac{1}{T_1 j\omega+1}$ | $B^2k^2\dfrac{1}{2T_1}$ |
| $k\dfrac{\tau_1 j\omega+1}{T_2^2(j\omega)^2+T_1 j\omega+1}$ | $B^2k^2\dfrac{T_2^2+\tau_1^2}{2T_1T_2^2}$ |
| $k\dfrac{\tau_2^2(j\omega)^2+\tau_1 j\omega+1}{T_3^3(j\omega)^3+T_2^2(j\omega)^2+T_1 j\omega+1}$ | $B^2k^2\dfrac{T_1\tau_2^4+T_2^2T_3^2+T_3^3(\tau_1^2-2\tau_2^2)}{2T_3^3(T_1T_2^2-T_3^3)}$ |

为了描述平稳非确定性讯号的特性，有时利用相关函数取代频谱密度则是很方便的。平稳讯号 $x(t)$ 的相关函数 $R_x(\tau)$和频谱密度 $S_x(\omega)$ 是通过正、反向富里叶变换联系起来的，也