高等学校教学用书

电磁波理论

无坐标方法

[美] 陈惠青 著

梁昌洪 刘鹏程 李天成 译

电子工业出版社

电磁波理论

——无坐标方法

〔美〕 陈惠青 著

梁昌洪　刘鹏程　李天成　译

电子工业出版社

内 容 提 要

本书用无坐标方法阐述在各向同性和各向异性媒质中电磁波的激励和传播理论，以及在这些媒质界面上引起的波的反射和透射问题．全书共十一章，前三章为数学和电磁及平面波的基础理论，第四～八章分别介绍各向同性媒质、晶体、单轴晶体、等离子体和铁氧体以及运动媒质中的平面波，第九～十一章分别介绍各向同性媒质、单轴晶体和运动媒质中波的辐射问题．每一章末附有一定的习题，其中一部分为课程内容的补充，另一部分为正文的推广．绝大多数习题给出了答案，极适于自学和参考．

无坐标方法基于矢量、并矢及其相应不变量的直接运算，可以免去建立坐标系．它求解方便、表达简洁，使结果具有一般性，物理概念也更加明晰．

本书主要用作电磁学和光学的研究生教材，也可供高校教师和高年级学生以及广大科技工作者参考．

电 磁 波 理 论

——无坐标方法

〔美〕陈惠青 著

梁昌洪 刘鹏程 李天成 译

责任编辑：吴金生

*

电子工业出版社出版（北京海淀区万寿路）

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

中国科学院印刷厂印刷

*

开本：850×1168毫米 1/32 印张：15.875 字数：427千字

1988年10月第一版 1988年10月第一次印刷

印数：1—2100册 定价：3.75元

ISBN 7-5053-0261-2/TN·108

译 者 序

工程电磁学的基本框架一般认为是由 J. A. Stratton 的代表作《电磁理论》(Electromagnetic Theory) 首先形成的. 伺后四十多年时间,所出版的电磁理论著作总数不下百种,其中虽也不乏有特色之作,但不少只是早期经典著作的进一步完善和展开.

这里向读者推荐的 H. C. Chen (陈惠青) 所著《电磁波理论——无坐标方法》一书,则可算是八十年代出版的众多著作中较有特色的一本.

在作者的学术思想中,有很强的创新意识. 与以往的"主系坐标系"和"KDB 系统"不同, 本书所提出的一整套无坐标理论别具特色. 尤其在处理复杂媒质, 复杂界面的问题中显示出它的很大优越性. 书中不少工作是作者长期的研究结晶.

在分析方法上,本书的线性分析部分也令人耳目一新. 作者提出的矢量和并矢直接运算,不仅求解方便、表达简洁, 而且使物理概念更加清晰,读者易于掌握.

电磁理论发展的生命力在于创新和应用. 把国内外的新方法和新成果介绍给读者,无疑是一件十分有意义的工作. 希望本书的出版对此有所裨益.

我们翻译这本著作,得到作者本人的热情关心和支持,王一平教授审阅了全部译文,在此诚表谢意. 由于译者水平所限,谬误与疏漏之处在所难免,谨希读者不吝指正.

译者 1988.3.

于西安电子科技大学.

前　言

本书主要阐述在各向同性和各向异性媒质中电磁波的激励和传播理论．此外，也研究了在这些媒质界面上引起的波的反射和透射．特别值得提出的是，本书试图用无坐标的观点将课题内容统一贯串起来，使读者便于理解．

在应用电磁学中，对各种问题的标准解法是有坐标方法，也就是说，在求解过程中，需建立一个或多个坐标系．事实上，只要把 **Maxwell** 的原始著作和新近出版的电磁论著加以比较即可知道，在过去几十年中，人们在把矢量微积分应用到电磁学方面已经作了极大的努力．尽管如此，这种努力仍主要局限于 **Maxwell** 方程及其某些直接推论，如能量守恒定律、电荷守恒定律、电位等等．在提出基本物理概念或解决具体电磁问题时，我们常常要用到坐标系．例如，在定义各向同性媒质中平面波的极化时，可选择 x, y 轴处于等相位面上的直角坐标系．于是，极化即由 $\mathscr{E}_y/\mathscr{E}_x$ 的比值来确定．其中，$\mathscr{E}_x$, $\mathscr{E}_y$ 分别是电场强度$\mathscr{E}$的 x 和 y 分量．这一比值并不是不变量，它取决于坐标轴的取向，尽管极化椭圆的形状、大小、旋转方向和取向与坐标的选取无关．另一个例子是在各向异性媒质中波的传播问题．在这种媒质中，问题一般是通过介电张量的主轴坐标系来建立并解决的．因为，这种情况下，介电张量有最简单的对角形式．然而，当存在边界面时，问题则变得较为复杂．这时有两种相互矛盾的要求支配坐标的选择：在各向异性媒质内部，最好选取主轴坐标系，而在界面上又最好是选取坐标面与界面相重合的坐标系．采用任一坐标系都会导致求解很多联立方程组并最终得到相当繁复的结果．

因此，本书将旨在提出另一种方法——无坐标法——来解决各种波传播和激励问题．这种方法根据矢量，并矢和它们相应的

不变量(即常矢或常并矢——译者注)的直接运算，可以免去建立坐标系。它求解方便，表达简洁，并且其结果具有一般性。这种方法使物理概念更加明晰且易于掌握。

本书的编排方式与其它一般的电磁学书稍有不同。素材是根据媒质的电磁特性安排的：各向同性媒质，晶体，等离子体，铁氧体，运动媒质等等。这种安排反映出本书的又一目的，即采用一种方法将应用电磁学的各种课题统一起来。因此，本书的内容易教易学。

我们假定读者已具有中级电磁学水平，包括 **Maxwell** 方程和波动方程知识。根据我的经验，一个熟悉矢量和矩阵代数的学生将不会感到掌握无坐标法比有坐标法困难。然而，为使本书自成体系，我们在第一章给出了矢量和并矢分析有关内容的详尽讨论。其目的是对那些不熟悉此课题的读者提供一浏览和复习，而对已掌握的读者则能获知统一的术语和符号。第二章简要阐述了 **Maxwell** 场方程和以后各章必须用到的电磁理论。该章还包括了运动系统的场矢量变换。第三章用无坐标方法研究了单色平面波的一般概念和特性，例如，极化状态，反射和折射定律。

第四章讨论了均匀平面波、非均匀平面波在各向同性媒质中的波传播以及在两种不同各向同性媒质界面上的反射和透射等标准课题。即使在这里，我们也已看到了无坐标方法的优越性。例如，入射波的极化可以是任意的。第五章考察了电磁波在非磁晶体中的传播。我们一步一步地导出了色散方程，极化和场矢量方向。该章还明确表明，能量不再沿着波法线方向传播。最后，给出了各向同性媒质和非磁晶体界面的反射和透射系数。全部结果由无坐标形式得出。第六章把第五章的结果应用到简单的单轴各向异性媒质情况。其中包括了光轴相对于入射面和界面的几种有趣而重要的特殊取向。第七章先导出任意取向偏置恒定磁场时等离子体介电张量和铁氧体的磁导率张量。接着讨论了波在无界等离子体中的传播，以及从半空间等离子体界面上波的反射和透射。第八章进一步推广到波在运动媒质中的传播。这里首次导出了

Minkowski 本构关系，并考察了运动对波传播，反射和透射的影响。

最后三章阐述在各种媒质中的辐射源问题。我们未用通常的标位和矢位法，而采用了 Green 函数法。第九章给出了各向同性媒质中的并矢 Green 函数，并且以计算电磁源辐射为例说明了它的应用。该章还包括了电偶极子和细线天线辐射的讨论。第十章导出了单轴媒质的并矢 Green 函数，给出了某些重要积分的计算细节，还包括了电偶极子的辐射。最后，第十一章研究媒质运动时对电偶极子辐射的影响。这里，再一次给出了在运动媒质中并矢 Green 函数的明显形式，讨论了偶极子相对于媒质运动的两种特定取向。

本书主要用作电磁学或光学的研究生教材。所包含的内容对于半学年的课程来说，显得多了些。不过，这倒使课题选择有一定灵活性。头三章提供了全书所要用的基本概念，原理和数学技巧。在每一章末还附有一定数量的习题：其中一些是为了补充课程内容而设计的，另一些则是正文的重要推广。绝大部分习题给出了答案，这对于自学或参考颇为适宜。

全书采用国际单位（SI）制。对一单色场，我们选择时谐因子为 $\exp(-i\omega t)$。对那些用惯了 $\exp(j\omega t)$ 符号的读者只须将最终表式中的 $-i$ 用 j 代替即可。黑体字母表示矢量，黑体字母上面加一杠表示矩阵或张量。这本书的形成主要依赖于已出版的文献，但某些结果则是首次以书的形式出现。每章后面列出的参考文献和本书末所给的参考书目只是一些典型著作，并不是全部。

Hollis C. Chen

目　录

第一章 线性分析

在本书中，我们将研究各种媒质内电磁波的产生和传播．支配这类现象的基本定律是 Maxwell 方程组，在下一章将对此作一回顾．每个 Maxwell 方程组的良态解表示可能存在于某种媒质中的一种电磁波．因此，我们的主要目标就是在各种媒质和各种条件下求取这类解．

因为电场和磁场是矢量，且这两种场由矢性 Maxwell 方程组相互关联，所以，我们将从矢性方程组直接找出矢量解．为此，要大量应用三维空间的矩阵和线性代数．这里假定读者已熟悉矢量和矩阵代数的基本理论．在这一章，我们将导出所需要的数学方法，同时建立术语和表示法的公共基础．然而，作者并不试图做到完备或数学上的严密．

1.1 指标表示法和直接表示法

一般采用两种表示法：张量分析的指标表示法和矢量与矩阵的直接表示法．本书中将全部采用后一种表示法，因为它不仅可以用单个字母而不是分量形式来表示物理量(例如，电场强度，电导率张量等等)，而且反映了它们与坐标无关的本质．另一方面，我们将利用指标表示法去建立和证明直接表示法所给出的结果．在这一节中，我们将复习两种表示法和它们的转换法则．考虑到以下各章的应用，把对矢量和矩阵的讨论仅限于三维空间．

令 $v_i(i=1,2,3)$ 是三维矢量 $\mathbf{v}$ 的直角坐标分量．一个线性变换可以把这个矢量变成直角坐标分量为 u_i 的新矢量 $\mathbf{u}$．这两个矢量的分量由以下线性方程组联系起来：

$$
\begin{aligned}
a_{11}v_1 + a_{12}v_2 + a_{13}v_3 &= u_1 \\
a_{21}v_1 + a_{22}v_2 + a_{23}v_3 &= u_2 \qquad (1.1)
\end{aligned}
$$

$$a_{31}v_1 + a_{32}v_2 + a_{33}v_3 = u_3$$

式中，$a_{ij}(i, j = 1, 2, 3)$ 为变换系数．采用求和记号，可将其更简洁地写成

$$\sum_{j=1}^{3} a_{ij}v_j = u_i \quad i = 1, 2, 3 \tag{1.2}$$

作为进一步简化，对重复指标采用**求和约定**．也就是说，只要当任一项的指标出现重复，则除非特殊声明，我们即把它认为该指标要从 1 到 3 求和．根据这一约定，方程 (1.2) 成为

$$a_{ij}v_j = u_i \quad \begin{matrix} i = 1, 2, 3 \\ j = 1, 2, 3 \end{matrix} \tag{1.3}$$

在此可理解为对 j 求和．重复指标 j 被称作**哑指标**，因为这个指标究竟用哪个特定字母并不重要，所以 $a_{ij}v_j = a_{ik}v_k$．一个方程的各项中只出现一次的指标，如方程 (1.3) 中的 i，被称作**自由指标**．自由指标取成整数 1，2，或 3，一次取一个．因此，方程(1.3)是 (1.1) 三个方程组的一个缩记．

变换系数构成一方阵，被称作**矩阵**．在直接表示法中可以用 $\bar{\mathbf{A}}$ 写出：

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \tag{1.4}$$

它常简写为 $[a_{ij}]$．在这种表示法中，a_{ij} 表示该矩阵 $\bar{\mathbf{A}}$ 的一个典型元素(或分量)，其位置处于第 i 行和第 j 列上．也可以把 $\bar{\mathbf{A}}$ 看作是将矢量 $\mathbf{v}$ 变换成矢量 $\mathbf{u}$ 的一个线性算子．在直接表示法中，可以把所写的方程 (1.1) 表示为

$$\bar{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{u} \tag{1.5}$$

这种形式与指标法 (1.3) 相比有几条优点．首先，符号 $\mathbf{v}$，$\mathbf{u}$ 和 $\bar{\mathbf{A}}$ 本身(而不是其分量)对应于物理量．例如，$\mathbf{v}$，$\mathbf{u}$ 和 $\bar{\mathbf{A}}$ 可分别表示电场强度，电流密度和媒质的电导率．其次，直接表示法记录一种物理陈述，它清楚地表明各物理量之间的相互关系．如果 $\mathbf{v}$，$\mathbf{u}$ 和 $\bar{\mathbf{A}}$ 表示上列所说明的物理量，则方程 (1.5) 即为欧姆定律的一

种陈述．第三，直接表示法提供了描述与坐标系无关的几何或物理量的自然方法．分量 v_i 或 u_i 是矢量 $\mathbf{v}$ 或 $\mathbf{u}$ 在给定基矢量集上的投影．对于基矢量的不同选择，已知矢量 $\mathbf{v}$ 或 $\mathbf{u}$ 的分量是不同的．换句话说，由矢量表征的一已知物理特性可以因基矢量的选择不同而被表示成数的不同集合．类似地，矩阵 $\bar{\mathbf{A}}$ 的分量 a_{ij} 也依赖于基的选择．在这个意义上，指标形式不能反映一物理量与坐标无关的本质，而直接形式则能做到这一点．最后，矢量和矩阵的运算法则均可用于直接形式中，在不采用分量形式情况下求得解．这种运算常常可证明比分量运算更为简洁．

由直接表示法变换到指标表示法或逆变换时，可采用如下一般法则：

1. 直接表示法中的点积表示为指标表示法的**简缩**，其意义是对相邻重复指标从 1 到 3 求和．例如，这两种方法表示矢量 $\mathbf{u}$ 和 $\mathbf{v}$ 的标量积（或点积）是

$$\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=u_iv_i \tag{1.6}$$

另一个例子是方程 (1.5) 的左边，其含义由方程 (1.3) 左边给出．

2. 由指标法变换到直接法，或逆变换时，哑指标一定要是相邻的．如果在一表达式或方程中有若干对哑指标，则每对必须采用不同的字母，以免混淆．

3. 一个方程中每项出现的自由指标必须相同．例如，在直接法中表示式

$$\bar{\mathbf{D}}=\bar{\mathbf{A}}\cdot\bar{\mathbf{B}}\cdot\bar{\mathbf{C}} \tag{1.7}$$

在指标法中将成为

$$d_{ij}=a_{ik}b_{kl}c_{lj} \tag{1.8}$$

式中，d_{ij}, a_{ik}, b_{kl} 和 c_{lj} 分别是矩阵 $\bar{\mathbf{D}}$, $\bar{\mathbf{A}}$, $\bar{\mathbf{B}}$ 和 $\bar{\mathbf{C}}$ 的典型元素；i, j 是自由指标，而 k, l 是哑指标，哑指标可以用其它任何字母代替．

应用上述法则时，有时要求变换 a_{ij} 的下标．由方程 (1.4) 可看出，一般说来 $a_{ij}\neq a_{ji}$，且交换下标等价于行和列的交换．由矩阵 $\bar{\mathbf{A}}$ 的行和列互换所得的矩阵称为 $\bar{\mathbf{A}}$ 的**转置**，且表示为 $\tilde{\mathbf{A}}$ 或

$\tilde{\mathbf{A}}^{T}$⊖. 根据典型元素 a_{ij}，有

$$\tilde{a}_{ij} = a_{ji} \tag{1.9}$$

按这一定义，显然有 $\tilde{\tilde{\mathbf{A}}} = \mathbf{A}$。 一个三维矢量 $\mathbf{v}$ 可以用一个**列矩阵**(或**列矢量**)表示:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \tag{1.10}$$

它的转置给出一个**行矩阵**(或**行矢量**) $\tilde{\mathbf{v}} = [v_1, v_2, v_3]$. 然而，在指标法中均用 v_i ($\mathbf{v}$ 的第 i 个分量) 表示上述两个矢量. 换句话说，我们将不区分列矢量和行矢量，而认为它们是相同的: $\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{v}$. 由指标法变换到包含有矢量的直接法时，要特别小心. 一个典型例子是

$$a_{ij}v_j = v_j a_{ij} \tag{1.11}$$

它只是说明了数的乘法是可交换的. 若要把方程(1.11)右边表示成直接形式，则先要使哑指标 j 相互邻接，也就是 $v_j a_{ij} = v_j \tilde{a}_{ji}$，然后再变换到直接形式. 因此，恒等式 (1.11) 变成

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{v} \cdot \tilde{\mathbf{A}} \tag{1.12}$$

类似地，由恒等式

$$v_j a_{ji} = a_{ji} v_j = \tilde{a}_{ij} v_j \tag{1.13}$$

可得

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{A} = \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{v} \tag{1.14}$$

关系式 (1.12) 和 (1.14) 对任何矩阵 $\mathbf{A}$ 均成立. 即当一个矢量和一个矩阵相乘时，可以改变矢量和矩阵的次序，只要将矩阵用其转置替代.

1.2 矩 阵 代 数

在这一节中，我们复习一下矩阵的定义和基本运算，将给出定

⊖ 为方便起见，我们将采用波浪号表示单矩阵转置，而把很多矩阵乘积的转置采用上标 T 表示.

义和运算的直接和指标两种表示法．它们的对应形式并排放在一起，且用↔表示．

把两个矩阵 $\bar{\mathbf{A}}=[a_{ij}]$ 与 $\bar{\mathbf{B}}=[b_{ij}]$ 之**和**定义作矩阵 $\bar{\mathbf{C}}=[c_{ij}]$，使

$$\bar{\mathbf{C}}=\bar{\mathbf{A}}+\bar{\mathbf{B}}\longleftrightarrow c_{ij}=a_{ij}+b_{ij} \tag{1.15}$$

类似地，**差**定义为

$$\bar{\mathbf{C}}=\bar{\mathbf{A}}-\bar{\mathbf{B}}\longleftrightarrow c_{ij}=a_{ij}-b_{ij} \tag{1.16}$$

矩阵 $\bar{\mathbf{A}}$ 与一标量 α 相乘是把 α 乘上矩阵的每个元素，即

$$\alpha\bar{\mathbf{A}}\longleftrightarrow \alpha a_{ij} \tag{1.17}$$

方程 (1.5) 中的矢量 $\mathbf{u}$ 与 $\bar{\mathbf{B}}$ 的运算给出

$$\mathbf{w}=\bar{\mathbf{B}}\cdot\mathbf{u}=\bar{\mathbf{B}}\cdot\bar{\mathbf{A}}\cdot\mathbf{v} \tag{1.18}$$

另一方面，还可直接由矢量 $\mathbf{v}$ 通过用矩阵 $\bar{\mathbf{C}}$ 表征的线性变换得到矢量 $\mathbf{w}$，即

$$\mathbf{w}=\bar{\mathbf{C}}\cdot\mathbf{v} \tag{1.19}$$

比较方程 (1.18) 和 (1.19) 且注意到 $\mathbf{v}$ 是一个任意矢量，我们得到

$$\bar{\mathbf{C}}=\bar{\mathbf{B}}\cdot\bar{\mathbf{A}}\longleftrightarrow c_{ij}=b_{ik}a_{kj} \tag{1.20}$$

把它称作矩阵 $\bar{\mathbf{B}}$ 和 $\bar{\mathbf{A}}$ 的**乘积**．换句话说，两个矩阵 $\bar{\mathbf{B}}=[b_{ij}]$ 和 $\bar{\mathbf{A}}=[a_{ij}]$ 的乘积，在直接法中用它们之间加一点表示，并等于矩阵 $\bar{\mathbf{C}}=[c_{ij}]$．乘积矩阵的典型元素 c_{ij} 是由 $\bar{\mathbf{B}}$ 的第 i 行各元素和 $\bar{\mathbf{A}}$ 的第 j 列对应元素相乘之后相加得到．一般说来，矩阵乘积是不可交换的．也即通常 $\bar{\mathbf{B}}\cdot\bar{\mathbf{A}}\neq\bar{\mathbf{A}}\cdot\bar{\mathbf{B}}$．然而，如果 $\bar{\mathbf{A}}\cdot\bar{\mathbf{B}}=\bar{\mathbf{B}}\cdot\bar{\mathbf{A}}$，则可以说 $\bar{\mathbf{A}}$ 和 $\bar{\mathbf{B}}$ 两矩阵可相互交换．从方程 (1.20) 和 (1.8)，可以得到三个或多个矩阵的乘积是可结合的，即

$$(\bar{\mathbf{A}}\cdot\bar{\mathbf{B}})\cdot\bar{\mathbf{C}}=\bar{\mathbf{A}}\cdot(\bar{\mathbf{B}}\cdot\bar{\mathbf{C}}) \tag{1.21}$$

根据方程 (1.15) 和 (1.17)，显然有

$$(\bar{\mathbf{A}}+\bar{\mathbf{B}})^T=\tilde{\bar{\mathbf{A}}}+\tilde{\bar{\mathbf{B}}} \tag{1.22}$$

也即，两个矩阵和的转置等于转置矩阵之和．另外

$$(\alpha\bar{\mathbf{A}})^T=\alpha\tilde{\bar{\mathbf{A}}} \tag{1.23}$$

对方程 (1.20) 两边取转置，可得

$$\tilde{c}_{ij}=c_{ji}=b_{jk}a_{ki}=\tilde{a}_{ik}\tilde{b}_{kj} \tag{1.24}$$