

线性控制系统 引论

〔美〕T. E. 佛特曼 〔澳〕K. L. 海兹 著

73.87221
308
C.2

线性控制系统引论

[美] T.E.佛特曼 [澳] K.L.海兹 著

吕林 郑学坚 等 译 欧天垣 校
吴秋峰 吴澄

机械工业出版社

译者的话

本书是1978年4月在天津召开的高等学校一机部对口专业座谈会审定为工业电气自动化专业研究生用教材及教学参考书。

本书根据1977年美国出版的《An Introduction to Linear Control Systems》第一版译出。书中全面地阐述了线性自动控制系统理论，它把现代的及古典的控制理论作为一个整体来介绍。全书共分十六章，并有两个附录（一是线性代数复习，另一是拉普拉斯变换复习）。第一、二章介绍自动控制理论的历史和数学模型的建立；第三至七章介绍微分方程的各种解法，包括直接解法、拉普拉斯变换解法、稳态瞬态分析、稳态响应与频率响应及计算机解法；第八至十二章介绍了线性控制系统，包括单回路反馈系统及其校正、多变量系统结构、多变量系统反馈控制及状态估值；第十三至十五章是有关专题部分，简要叙述了最优控制、时变系统、离散系统；第十六章是有关发展方向的讨论。

书内理论阐述较为系统、深入，并有相当数量的例题。本书可作为大专院校自动化专业研究生用教材或教学参考书，也可供从事有关专业的科技人员参考。

本书由清华大学自动化系吕林、郑学坚、吴秋峰、吴澄、蔡宣三、戴忠达、夏绍玮、周俊人、高龙、任守渠、陈禹六等同志集体翻译，并请清华大学郑维敏同志审阅。译稿承蒙同济大学欧天垣同志仔细校对，并提出了许多宝贵意见，在此深表感谢。

一九七九年十月

前 言

本书是作为高年级及研究生讲授控制系统导论课的教材，可供两学期课程之用。学习本书的先修课程为微分方程、线性代数和拉普拉斯变换。各部分自成体系，如作适当的删减，本书也适合于学时较少的课程，或用于自学。这本书对工科各科以及数学专业的学生都同样易懂。例如，在澳大利亚新堡大学(University of Newcastle)它是三年级两学期工科课程的基础，学生可选读一学期或两学期；在美国麻州理工学院(M. I. T.)它的初稿正作为四年级以及研究院的教材。

作者之一海兹(K. L. Hitz)把在古典控制系统设计及装备方面的多年经验结合到包括现代控制及最优化理论在内的研究中去。另一作者佛特曼(T. E. Fortmann)在现代控制、最优化、估值及计算机系统方面有较深的理论基础。这本书的诞生是由于对自动控制系统教材有两个共同的观点。

第一、关于现代及古典控制系统的线性理论和许多分析、综合技术的基础，可以也应该作为一个整体结合起来讲授。另外，许多所谓高深的状态空间分析比传统的变换方法在数学上并不更加深奥，从而可以放心地把它包括在导论性课程之中(例如，奈魁斯特定理的严格证明与若当标准形的推导所需要的数学是同样复杂的)。因此，不同的观点——时域及变换方法、状态空间及输入/输出模型，应该并列推演，并尽可能紧密地联系起来。

第二、不论学生的最终目标是实际的硬件设计还是理论研究，或是处于二者之间，在控制系统的导论性课程中，应该使学生对基本的数学原理有一个坚实的理解、对推动理论的物理问题有一个清楚的了解，并熟悉许多重要的分析设计技术。此外，本书还指出了超出导论之外的发展情况、今后的课题及研究领域。

本书的组织及内容反映了上述观点。第一篇主要是关于物理

系统的数学描述。第一章介绍控制系统的简史并举例说明为什么要采用反馈。第二章同时介绍了状态空间及输入/输出形式的微分方程,列举各种例子讨论物理元件和系统的数学模型及其方程,包括非线性模型的线性化。为了说明更多的问题,这些例子还在后面的章节中进一步讨论。

第二篇是关于线性时不变微分方程的解法及与控制系统有关解法的一些性质。第三章及第四章分别推导时域解法和拉普拉斯变换解法,并详细说明了它们的等值关系。第五章及第六章是互相补充的:一章是关于稳定性和瞬态解的其它方面,另一章是关于稳态响应及频率响应。第七章介绍用模拟计算机及数字计算机求解微分方程。

第三篇较深入地探讨反馈控制。第八章研究单回路反馈控制:稳态精度、根轨迹分析和奈魁斯特稳定性判据。第九章讨论单回路系统的品质指标,并进而介绍改善品质的校正方法。第十章的主要内容是多变量系统及其结构性质,包括能控性、能观测性、典型形式、可实现性以及零极点对消的意义。第十一章研究多回路控制:用状态反馈来进行极点的配置,稳态准确性及解耦。第十二章介绍观测器,还包括了在反馈控制规律中采用状态估值,作为观测器的特例,简要地讨论了卡尔曼-布什(Kalman-Bucy)滤波器。

第四篇简要地叙述了线性最优控制、时变系统和离散系统(第十三至十五章),第十六章介绍了一些今后的课题和研究领域。本书列出了广泛的参考书目,它包括1977年上半年以前所发表的文献。

对于需要复习或演算一些线性代数或拉普拉斯变换理论的学生,在附录A和B给出了与本教材有关的基本概念和结论,内容简明而完整。

在每章之末,按节附有习题,由一般到复杂,少量习题有意地比较含糊以鼓励自由思考,不少习题要求对教材中的某些内容加以完善或推广。建议读者能阅读或思考这些习题。

目 录

前言

第一篇 动态系统的描述

第一章 引论	1
§ 1.0 引言	1
§ 1.1 历史及其发展	2
第二章 数学模型的建立	19
§ 2.0 引言	19
§ 2.1 系统方程的状态变量形式	20
§ 2.2 系统方程的输入/输出形式	25
§ 2.3 线性系统数学模型的结构	28
§ 2.4 非线性模型的线性化	35
§ 2.5 状态变换	49
§ 2.6 小结	53
习题	54

第二篇 微分方程的解法

第三章 微分方程的直接解法	57
§ 3.0 引言	57
§ 3.1 非强迫方程的解法	57
§ 3.2 矩阵指数的性质	63
§ 3.3 强迫方程的解法	76
§ 3.4 冲激响应与卷积	81
§ 3.5 小结	86
习题	87
第四章 微分方程的拉普拉斯变换解法	89
§ 4.0 引言	89
§ 4.1 输入/输出形式的方程的解法	89
§ 4.2 状态变量形式的方程的解法	100

V

§ 4.3	预解矩阵的性质	107
§ 4.4	小结	113
	习题	113
第五章	稳定性和瞬态分析	117
§ 5.0	引言	117
§ 5.1	线性系统的稳定性	117
§ 5.2	稳定性检验	122
§ 5.3	一阶和二阶系统的响应	131
§ 5.4	李雅普诺夫稳定性理论	140
§ 5.5	小结	145
	习题	145
第六章	稳态响应和频率响应	149
§ 6.0	引言	149
§ 6.1	稳态响应	149
§ 6.2	频率响应	156
§ 6.3	小结	169
	习题	169
第七章	微分方程的计算机解法	173
§ 7.0	引言	173
§ 7.1	模拟算法	174
§ 7.2	数值法	187
§ 7.3	小结	195
	习题	197

第三篇 线性系统的控制

第八章	单回路反馈系统	202
§ 8.0	引言	202
§ 8.1	反馈控制	202
§ 8.2	稳态性能	219
§ 8.3	用根轨迹法进行瞬态分析	225
§ 8.4	奈魁斯特稳定判据	243
§ 8.5	小结	252

习题	253
第九章 单回路系统的校正	259
§ 9.0 引言	259
§ 9.1 性能指标	260
§ 9.2 静态精度的改善	265
§ 9.3 瞬态响应的稳定和改善	272
§ 9.4 滞后-超前校正环节和 PID 控制器	289
§ 9.5 小结	293
习题	294
第十章 多变量系统的结构	302
§ 10.0 引言	302
§ 10.1 能控性	303
§ 10.2 能观测性	318
§ 10.3 状态空间的对偶性和典型分解	327
§ 10.4 实现和典型形式	339
§ 10.5 小结	356
习题	357
第十一章 多变量系统的反馈控制	368
§ 11.0 引言	368
§ 11.1 多变量反馈	369
§ 11.2 闭环极点的位置	375
§ 11.3 稳态特性	387
§ 11.4 解耦	396
§ 11.5 小结	406
习题	407
第十二章 多变量系统中的状态估值	410
§ 12.0 引言	410
§ 12.1 利用观测器的状态估值	410
§ 12.2 降维观测器	415
§ 12.3 应用和推广	422
§ 12.4 卡尔曼-布什滤波器	429
§ 12.5 小结	439

习题	440
----------	-----

第四篇 专 题

第十三章 最优控制	445
§ 13.0 引言	445
§ 13.1 最优线性调节器	445
习题	458
第十四章 时变系统	459
§ 14.0 引言	459
§ 14.1 时变系统	459
习题	466
第十五章 离散时间系统	468
§ 15.0 引言	468
§ 15.1 离散时间系统	469
习题	488
第十六章 后记	492
附录 A 线性代数复习	503
§ A.0 引言	503
§ A.1 线性向量空间	503
§ A.2 线性变换和矩阵	506
§ A.3 谱论 (Spectral theory)	512
§ A.4 几何概念	517
§ A.5 线性变换的结构	520
§ A.6 二次型	524
习题	527
附录 B 拉普拉斯变换复习	535
§ B.0 引言	535
§ B.1 定义和性质	535
§ B.2 拉普拉斯反变换	543
§ B.3 微分方程的解	550
§ B.4 拉普拉斯变换表	552
习题	554
参考文献目录	556

第一篇 动态系统的描述

第一章 引 论

§ 1.0 引 言

近代技术发展的一个基础是人们制造设备的能力，这些设备能自动地控制或调节各种机器和各种过程。这使人们能有效地操纵整套设备，以及制造和使用控制能力大大超出人们体力的机器。可设想运输的情况：一辆马车由马车夫运用简单而直接的控制就能驾驶，虽然动力驾驶及制动已非常普遍，现代汽车的操纵也仍然在大多数人的体力范围之内。但在另一方面，大型飞机如果没有各种装置的协助简直无法飞行，这些装置自动地调节发动机的运行，并把驾驶员的手动控制，转化为需要极大作用力来控制翼面的运动。

对监视及调节这类机器和过程装置的设计称为**控制工程**。象多数工程学科那样，开始是作为一种技艺，由天赋的工艺-工程师掌握了大量的知识及精心设计才付诸实践。然而，在早期的控制装置中，不久就产生了难于简单地用直觉可以解释的问题，从而引起了自动控制系统初期的理论研究。从那时起，在工程科学的发展中，控制工程的历史就是理论与实践相互促进的范例：实际问题要求理论分析，理论分析则提供了更合理的设计方法，并扩大了实践工程师们所能处理控制问题的范围。

简要地回顾这一历史发展是有好处的。我们希望能给读者有关控制科学现状的某些概念，从而使读者较容易地透视本书的内容及目的。有关历史方面更详细的讨论，可参考文献 123 及 227a。

§ 1.1 历史及其发展

自动控制装置中的关键概念是反馈：用一个机器或过程偏离所期望的运行状态的偏差来推动一个装置，它能使机器或过程回到所期望的状态。自然界有许多反馈系统如：人体温度的调节是由于代谢发热及蒸发冷却的作用，血糖量的自动控制是由于对抗的激素胰岛素和高血糖素的作用，还有人体运动的光学反馈控制，这都是人体生理的一些例子。但是，远在这些自然例子被了解以前，人们对反馈的抽象概念早就有了认识，并利用它创造了一些新装置，这是人类智慧的一项杰作。古老的钟表机构、水轮及风力磨房的速度调节，至少可以追溯到十七世纪的克雷申·赫金(Christiaan Huygens)，然而，它们在工业革命中才起重要作用。其中最著名的例子是由詹姆斯·瓦特(James Watt)所发明的蒸汽机离心调速器。

为解决在负载变化不能预卜的条件下维持汽机恒速的问题，瓦特想到了利用一组飞球或悬挂在杠杆上旋转的重物，使它们随汽机转动并与蒸汽阀联结，当汽机速度增加时，飞球升高，从而减少汽阀的开口(见图 1-1 a)。瓦特的调节系统可以用“方框图”示意如图 1-1 b。各方框表示系统的元件，带箭头的直线表示变量。

不久就发现，如果调速器在飞球套筒及汽阀之间采用直接的机械联结，汽机速度的调节不可能很完善：飞球必须有个偏离正常高度的持续偏差以获得与负载变动相适应的蒸汽流量的变化。这就导致“再调”调速器的发明，并提出了自动控制中的第一个主要问题。在某些条件下，汽机的速度有可能自发地产生剧烈的振荡；当需要减少蒸汽流量时，反馈机械反而使流量增加了。

在 1868 年发表的一篇经典文章[参 25]中，马克斯威尔(J. C. Maxwell)解释了这种不稳定现象，并提出了避免这种现象的调速器的设计规则。他指出，根据力学的基本原理，调速器-汽机-负载系统可以用线性定常微分方程描述，汽机的不稳定就对

应于此方程式的自由解中出现了增长的指数函数项。 Maxwell 研究了如何直接从方程式的系数，也就是从“对象”的已知特性，来推导该增长指数函数的存在，而不必首先求解方程式。这在低阶微分方程式中是成功的，他提出了一个简单的代数判据，这是对象参数为保证稳定所必须满足的判据。1895 年两位数学家，劳斯 (Routh) 及赫尔维茨 (Hurwitz)，把这种思想扩展到用高阶微分方程描述的更为复杂的系统，他们独立地发现了两种著名的

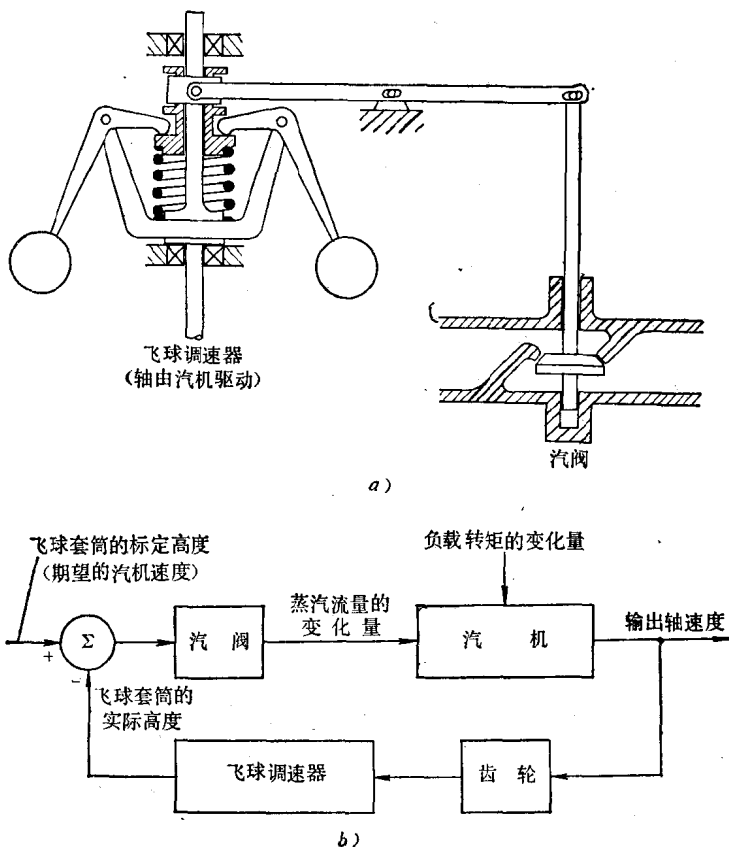


图1-1 瓦特的蒸汽调速器

a) 调速器系统 b) 系统的方框图

代数判据〔参 25〕，以用于判断由任意阶线性定常微分方程所描述的系统的稳定性。

直到 1940 年，这个结果基本满足了控制工程师的需要，当时的自动控制系统都是调节系统如：汽机的速度或水轮机的速度必须准确地维持在某一常数。如果出现了例如负载变化的扰动，速度只要能回到原来的数值就行了，至于返回过程中的确切情况只是第二位的问题。主要的设计准则是静态准确度和防止不稳定，而瞬态响应的平滑性及快慢是次要的。

在第二次世界大战期间，这种情况迅速地改变了。武器的进化，例如，军舰的大炮及高射炮组，迫切需要自动控制系统的全程控制（伺服机械）。对于迅速变化的信号，控制系统的准确跟踪及补偿能力是最重要的。当时发现，设计这种系统所需要的理论已经在通信工程这个与之无关的领域中得到发展。

这种理论是在美国长距离电话网建设中，为解决所遇到的实际问题而发展起来的。在洲际电话线中，为了在经济上合理使用铜导线，因此用了很多中继放大器以补偿传输损失，这就使小量的噪音以及由每个放大器所引起的畸变都足以使通过线路的信号完全失真。因此，这就需要质量很高的放大器。1927 年伯莱克(H. S. Black)发明了负反馈放大器。在“一般”的放大器中，信号电压只通过放大线路一次，产生了一些畸变，并获得放大倍数 α_0 。伯莱克发现如果放大器不是放大输入信号，而是放大输入信号与输出信号的 β 倍之差（见图 1-2），只要放大器具有比以前大得多的放大倍数 $\alpha_f (\alpha_f \gg \alpha_0)$ ，就可以获得同样的总信号放大倍数，但是信号的失真却显著地降低了。实际上，伯莱克发现了反馈系统的一个基本而又重要的性质：一个设计合理的负反馈系统的整体特性对系统中个别元件的准确值是不敏感的。在普通放大器中，放大倍数随输入电压值的不同而稍有变化，并从而产生一个畸变的输出，这种现象在具有反馈结构的放大器中变得很不明显。

正象瓦特的可调节汽机的情况一样，不久就发现了，反馈放大器在某些条件下也会不稳定而变成振荡器。因此，在反馈概念

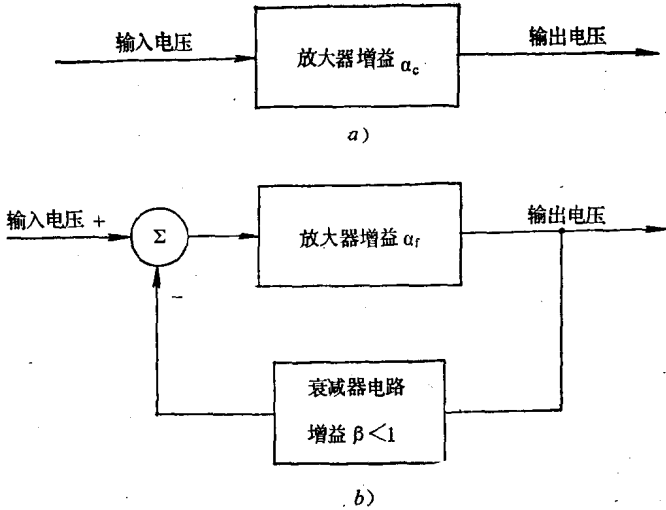


图 1-2

a) 普通的放大器 b) 负反馈放大器

能充分利用以前，必须建立能够保证稳定的设计判据。罗斯及赫尔维茨判据在这些方面的实际意义较少，因为合理描述典型放大器的微分方程式的阶次太高，以致运用这些判据的计算工作量大得不切实际；另一方面，通信工程师早已习惯用“频率响应”，即在正弦电压激励下电路输出的衰减及相移，来描述电路，它可以在实验室测定并很方便地用图解形式来处理。伯莱克放大器所需要的稳定判据已由奈魁斯特(H. Nyquist)于1932年提出〔参25〕。为了保证图1-2b反馈结构的稳定性，他发现了放大器及衰减器的频率响应所应具备的一个很简单的性质。另外，奈魁斯特判据与罗斯及赫尔维茨判据不同，它能够给出一个稳定系统濒于不稳定的程度的一种简单度量方法，并且这种稳定裕量，至少是定性地与反馈系统的过渡过程密切相关。于是，由通信工程师根据奈魁斯特的研究成果而提出的频率响应的理论，就正好为控制工程师提供了设计一个具有高度质量动态品质及静态准确度的国防控制系统所需要的分析工具。

这项工作于战后公开发表。1948年依万斯 (W. R. Evans) 做出了一个理论方面的重要贡献。他的“根轨迹法”提供了从系统的微分方程式模型研究问题的一个简单而有效的方法。这个方法指出如何靠改变系统的某些参数去改造反馈系统过渡过程中所包含的指数函数项。这是控制系统设计方法的基础，它是对奈魁斯特频率法的补充，在某些情况下可以比频率法更简单及直接。由于这项贡献，控制工程发展的第一阶段基本上完成了。建立在奈魁斯特判据及依万斯根轨迹法上的理论，目前通称为**古典控制理论**。

这在反馈控制系统的应用中，迅速引起了几乎是爆炸性的增长。许多工作使设计方法及理论研究更加完善，不少教科书也出版了（在这些古典文献中有 41、124、137 及 168），控制工程被列为大学的正式课程。同时，仪表制造厂开始供应各种为伺服机械和工业过程控制系统所需的标准元件。在战后年代里，控制工程所获得的广泛成就引起了一种希望，以期这些原理能容易地推广到更复杂的系统。那时维纳 (N. Wiener) [参 178] 首创了**控制论**这个名词，他是一位杰出的数学家，他推测到当时所掌握的反馈系统的理论知识可以在短期内促进我们对例如生物控制机理及神经系统那样的高度复杂系统的理解；同时在工业社会中为复杂的经济及社会过程提供更有效的控制方法。

这种设想远未成熟，事实上，古典理论暴露出三个十分严重的局限性，阻碍它直接用于更为复杂的控制问题，这也推动了从那时起的理论上的重要发展。

第一，古典理论局限于线性时不变系统，亦即其部件完全可以用常系数线性常微分方程式描述的系统。甚至是很简单的非线性装置，例如家庭用炉灶、工厂采暖空调中的“开关”式温度控制，也只能排除在外。大量的研究工作曾试图克服这种局限性。对于某些典型的非线性及时变反馈系统已找到了奈魁斯特判据的广义形式。各种各样的最优化技术也曾用来处理这些问题。

古典理论的第二个局限性是它仅限于所谓“标量”或单回路

反馈系统。在这些系统中只有一个叫做输出的变量，它由单输入变量所控制。瓦特的可调节汽机就是一个典型的例子，汽机的速度是由调整汽阀的开度所控制的。然而，在许多重要的工程系统中，必须处理动态耦合的多输入及多输出系统。例如图 1-3 所示的精轧带钢的连轧机组，钢带连续通过几对轧辊，每个轧辊机架都是单独驱动，并且有各自的调整辊缝的机构。为了连轧机的正常运行，不但需要控制带钢出口的速度及厚度，而且还要保持各机架厚度压缩的比例以及控制各机架间钢带的张力，这可通过调整各机架的轧辊速度及辊缝来完成。因此，对于四机架连轧机，需要操纵 8 个不同的输入来同时控制 8 个输出。显然，困难在于 8 个输入中任何一个的变化不仅影响一个，而是影响几个（甚至全部）输出。因此，在开始设计这样一个多变量系统的反馈控制之前，应该确切地知道每个输入将影响哪一些输出；以及各输入之间应怎样改变才能互相抵消或协调。

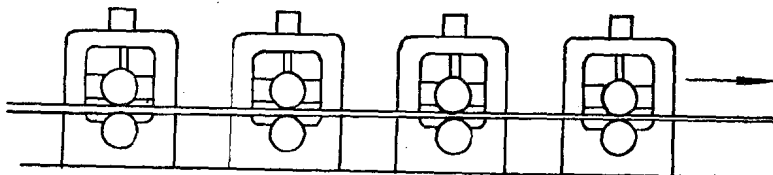


图1-3 多机架连轧机

这类复杂问题，即便系统是线性的，用古典反馈理论所提供的方法也是不能满意地解决的。这些方法都采用了系统的“输入/输出”描述，它在本质上忽视了系统结构的内在特性，从而不能同时有效地处理多于一对的输入/输出。为了处理非线性、时变及多变量系统，至少在开始时应对输入/输出法补充这样一种理论，它能够明显地考虑系统的内在特性。六十年代迅速发展起来的现代控制理论是建立在线性代数的数学基础上的，并在一定程度上与函数分析有关。由此而引起的许多分析及设计步骤包含广泛的、耗费时间的计算及运算。控制理论的这些新发展恰好发生在大型通用数字计算机已相当普遍的时候，这并非偶然。最近，

又重新出现了这样一种兴趣，就是把输入/输出理论扩展于处理多变量（仍然是线性及时不变的）系统。

古典反馈理论的第三个局限性是多数问题的处理方法较适合于理论工作者而不是工程师，至少开始时是这样的。一般说来，古典理论只提供分析方法而不是综合方法：给定一个具体系统，可以检验所有的品质指标是否都能满足；假如不满足，古典理论可以建议应该怎样改造系统以改善品质指标。通常，设计是用尝试法进行的：最初根据经验选用较为合适的、最简单的结构，然后逐步改进系统并进行分析，直到找到一个足够好的设计为止。虽然多数工程设计都采用这种程序，但是在推理上是不能令人满意的。人们自然会问，对一个特定的应用课题，是否有个最好的设计。

例如，考察一下钢厂初轧机的运行，它把厚钢锭轧成细长的钢坯，以便在精轧机中轧成型材。在初轧机中，矩形钢锭在单组轧辊的辊缝中来回轧制。在每道轧次中，轧辊都要制动、反转并减小辊缝。所希望获得的速度及辊缝尺寸是由轧制工调节远距离操纵的控制系统。在这种控制系统的古典设计方法中，可以规定辊速及辊缝无稳态误差地达到新的数值，并指定这种改变应是快速及平滑的，即没有可察觉到的振荡。另一方面，人们很自然地（这是有经济意义的）将要求控制系统能在拖动电动机功率允许的条件下，在尽可能短的时间里调整这些变量。

这些问题导致了目前所谓**最优控制理论**的发展。它是控制工程，同时也是应用数学的一个分支：设计最优控制系统的方法需要更深的数学工具，其中许多工具是在这类课题的发展过程中发明的。除了第十三章将要讨论的一个重要例外，最优控制系统都是典型非线性的，它们只能用数字计算机实现，而不能象古典方法设计的线性反馈系统那样，可以只用简单的硬件。在非国防领域内，最优控制思想首先获得广泛实际应用的是六十年代出现的各种空间技术。这些任务的成功在相当程度上依赖于最优控制问题的解决，例如，把空间运载工具送入新轨道或者用最少的燃料