高等学校教材

水文系统识别

（原理与方法）

武汉水利电力学院 叶守泽 夏军 合编

水利电力出版社

前　　言

本书是水文、水资源专业本科生的选修课教材，也可作本专业和其他水利专业研究生的选修课的教材。初稿曾在武汉水利电力学院水文及水资源专业硕士研究生班使用，此次编写，进一步汲取了国内外的新成果和编者的一部分研究成果。

全书由武汉水利电力学院叶守泽、夏军二同志合编。其中第四、六章由叶守泽同志编写，第一、二、三、五章和附录由夏军同志编写，叶守泽同志负责全书的统稿定稿。

全书由河海大学梁瑞驹教授主审。在审稿过程中，梁教授对本书提出了很多有益的修改意见，编者谨在此深表感谢。

由于系统理论和方法在水文模拟技术中的应用处于一个发展阶段，有些观点、概念和方法都有待探讨和完善，限于编者水平，书中错误和不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。

编　者

1988 年 8 月

目　　录

第一章　绪　　论

自然界中的水文现象是一种复杂的过程，促使水文学者和工程师们运用各种有效的途径，来探索水文现象的科学规律，解决生产实践中面临的问题。

水文系统识别，是近十几年来系统理论在水文学领域的应用而发展起来的一门新兴分支学科。它的特色在于运用系统分析的原理和方法建立可以定量描述水文过程的数学模型，研究和处理验前缺乏或部分缺乏水文信息，以及受各种随机性、模糊性等不确定性因素的干扰的水文系统。因此，水文系统识别在降雨径流模拟、水文分析与计算、洪水和枯水预报，以及水资源与水环境系统规划、管理、决策控制等方面，有着广阔的应用前景。

第一节　系统的涵义与系统方法

系统这个词是混乱的反义词，它意味着为实现某个目标而建立起来的秩序、组织、系列、体系、制度、方法等。由于系统有广泛的涵义，在所有的产业领域里，甚至在政治、经济领域里也得到应用。但是从工程观点来说，系统可以是由若干个相互区别、而又相互联系和相互作用的元素所组成，且处在一定的环境中为实现同一目标而存在的有机整体。系统包括两个部分：一个是系统本身；一个是系统所处在的环境。而系统本身又由三个元素所构成，即输入、系统和输出。系统环境就是系统工作的限制条件。这样，系统在特定环境下对输入进行工作，就产生输出。把输入变为输出，这就是系统的功能，如图1-1所示。

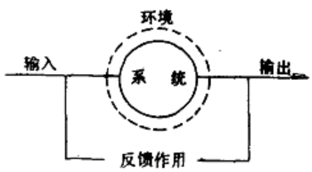

图 1-1 基本系统模型

系统本身又是它所从属的一个更大系统的组成部分。也就是说，系统总是有总系统和分系统（子系统）之分，分系统是总系统的组成部分。总之，系统的概念是相对的，在某种场合下它是总系统，而在另一种场合下它可能又是分系统。

所谓系统方法，就是把对象放在系统中加以考察的一种方法论。它是着眼于从整体与部分（要素）之间，整体与外部环境的相互联系、相互作用、相互制约的关系中综合地、精确地考察对象，以达到最佳地处理问题的一种方法和途径。在技术上，系统方法充分利用运筹学、概率论、信息论以及控制论中丰富的数学语言，定量地描述对象的运动状态和规律。它为运用数理逻辑和电子计算机来解决各种复杂性问题提供了条件，为认识、研究、构想系统的模型，确立了必要的方法论原则，其特点就是整体性、综合性、最佳化。近些年来，系统理论本身也在不断地发展，一些研究大系统、复杂系统的新学说应运而生。如普里高津提出的旨在研究系统从有序到混沌和混沌到有序基本现象的耗散结构理论，哈肯的协同论，查德首创的模糊数学方法，以及我国学者邓聚龙提出的灰色系统理论等。他们

基于不同角度提出的新观念新方法，更加丰富了系统论的内容。

第二节 水文系统的概念

水文系统是指地球大气圈环境内由相互作用和相互依赖的若干水文要素组成的具有水文循环（演变和转换）功能的整体。如一组河网的水体汇集运动，一个流域和一个区域的降雨径流过程等。对全球而言，水文循环包括地球上水的运动、损失和积蓄的各个环节。从图1-2可以看出，这个循环从海洋蒸发开始，上升的水汽被移动气团输送，在适宜条件下，水汽凝结从而导致降水。落到陆地上的降水以各种不同方式消散。一部分降水暂时存留在落点附近的土壤里，然后经蒸发和植物散发返回大气；一部分水流经地表或通过表土到达河槽；而另一部分水则渗入地下成为地下水供水的一部分。在重力作用下，地面径流和地下水向较低处流动，且可能最终宣泄入海，完成整个循环过程。如上所述，水文循环涉及到诸如降水、蒸发、散发、截留、下渗、存蓄和径流等许多复杂的过程。

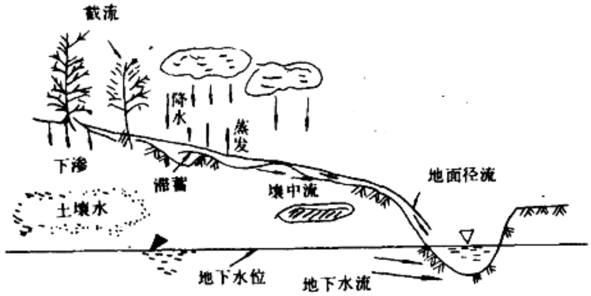

图 1-2　水文循环

从系统观点出发，水文系统包括三个部分，即：输入（降雨）、输出（径流）和系统状况。系统状况是一个综合、复杂的过程。一个流域的降雨径流过程，按水源可以划分为地面径流、壤中流和地下径流三个部分（图1-3）。但是，实际上难以严格划分此三种类型的水源，因此，在系统方法中，往往把降雨分为两个部分：一是净雨，作为系统的输入，能产生直接径流；二是下渗及其他损失，下渗补充地下蓄水，一部分通过散发返回大气，另一部分满足土壤蓄水后的多余下渗补给地下水，形成径流，如图1-4所示。

系统的特性可以从不同的方面加以区分，主要有线性与非线性、时变与非时变、集总参数与分散参数、确定性与不确定性等。

当一个系统的输入与输出之间的关系满足齐次性和叠加性，这个系统就是线性系统。反之，即为非线性系统。从数学观点看，线性系统是服从线性方程的系统。例如，无时间变量的线性系统可用线性代数方程描述；离散时间变量的线性系统则用线性差分方程表征；连续时间变量的线性系统则用线性微分方程模拟。当一个系统具有非线性特征，在数学上就需要用非线性的微分方程（或差分方程或代数方程）描述。

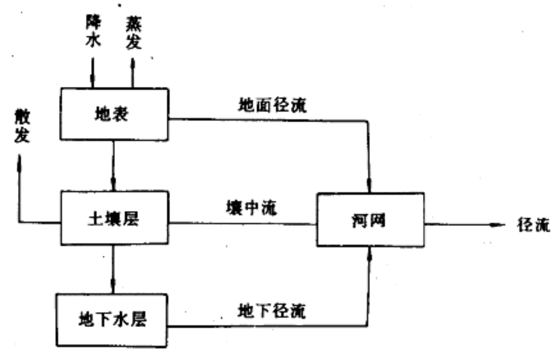

图 1-3　径流的划分

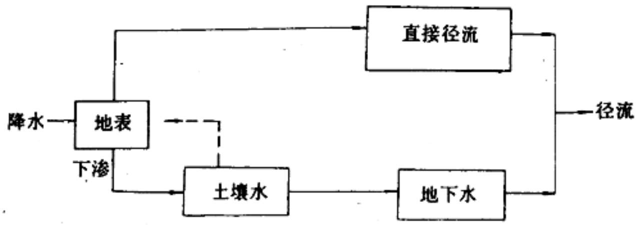

图 1-4　一种简化的降雨径流关系

具有随时间而变的参数的系统称为时变系统。这种系统通常用具有时变系数的微分方程或差分方程来模拟。相反，不随时间而变化的系统是时不变系统，也称定常系统。时不变系统通常用常系数线性微分方程或线性差分方程来模拟。

系统的输入、输出或其参数不存在空间变化的称为集总系统。反之，称为分布系统。分布系统可以看作由许多子系统组成，每个子系统又是一个集总系统。

系统内的某些变量或参数，是由于一些复杂而难于弄清的过程产生的。因此，就有可能存在一些变量分布未知的或取值不确定的参数，如随机变量、模糊量或灰色数等。一个系统若有一个以上的不确定变量或参数，就属于不确定性系统，一般没有完全因果对应关系。相反，如果系统不含有随机或其他不确定性元素（变量与参数），这个系统称为确定性系统。

对于一个真实的流域而言，由于径流过程的形成要受到气象（如降雨、蒸发）、下垫面地形地貌、土壤地质以及人类活动多种因素的制约和影响，水文系统应该多半是非线性、时变、分布参数和带有不确定性干扰的。

第三节　水文系统识别问题

系统识别或称系统辨识，是利用系统的观测试验数据和先验知识，建立系统的数学模

型和估计参数的理论和方法。它是水文系统模拟及其应用中最基本的问题之一。

水文系统识别的概念和应用，启蒙于30年代L.K.谢尔曼（Sherman）提出的单位线。在今天，由于数学模型的发展和广泛应用，水文系统识别在运用系统理论建立模型方面已具有深刻的涵义和内容。从系统识别的观点出发，可以把水文模型概括为二类：一类是“黑箱”结构的系统理论模型；一类是“灰箱”结构的概念性水文模型。然而，不管是谁都将面临着一个共同的问题，即自然界的水文规律还不能被完全认识，无论采用哪种水文模拟方式，其验前的水文知识总是不完备的，都存在一些这样或那样的未知部分（结构或参数）。它们需要通过系统观测的数据信息加以判明或予以估计，其处理适当与否不仅直接影响到所建立的模型质量，而且涉及到水文特征的正确分析、水文模型的实际应用及其评价等。因此，60年代以后，水文系统识别业已引起国内外水文学者和生产部门的注意。象国外的J.C.杜格（Dooge）、J.阿莫若契（Amorocho）等人，以及本文作者和葛守西等人，从不同方面研究了水文线性系统或非线性系统的一些识别方法，并应用到水文预报、设计洪水计算等实际中。近些年来，随着概念性水文模型不断涌现，模型的参数识别问题，也普遍引起了重视，象S.索罗希（Sorooshian）等人曾专门讨论了它的重要性。当前的实际情况是，尽管研究仍处在初期阶段，但是，现代科学技术的发展给水文科学的研究带来了新的动力。为了探索水文现象复杂多变的规律和更现实地解决应用中的一系列问题，已有愈来愈多的大学生、研究生、工程师和水文工作者，迫切要求了解系统方法在水文、水资源领域的应用。为此，作者编著了本书。它主要取材于作者自1978年起开展有关该方面科学研究和教学实践的总结，同时引用了一些其他学者提出的若干有价值的方法。本书力图系统地介绍有关水文系统识别的理论与方法，可作为高等院校选修课的教材，以及设计、生产部门的参考用书。

第二章　水文系统识别原理

第一节　水文系统识别概念

人们在认识事物过程中，通过测量和计算来判明其内在的结构和参数称为识别问题。系统识别是通过观测一个系统或一个过程的输入～输出关系，确定该系统或过程的数学模型。水文系统识别是从水文过程的观测中，确定一个能在一定逼近意义下与水文原型过程相匹配的数学模型。具体地说，水文系统识别是依据水文系统的输入～输出 $\{u, Y\}_{t=1}^{T}$ 和其他水文信息 $\{I_n\}$，在指定的水文模型集 $\varphi=\{M_N\}$ 中确定出一个具体的模型 $\overset{*}{M}$，它在数学上与原型的实际观察数据和概念相符合，即

$$\left.\begin{aligned}&\text{条件：}D_a=\{(u, Y)_{t=1}^{T};\ I_n\},\ \varphi=\{M_N\},\\&\text{目标：}E=\|\varepsilon\|\rightarrow\overset{*}{M}_N,\\&\text{要求：}E=\min,\ \text{且}\overset{*}{M}_N\in D_0\end{aligned}\right\}\qquad(2\text{-}1)$$

式中　ε ——水文模型与原型间的误差向量；

E ——水文过程模拟的目标函数；

$\|\cdot\|$ ——量度误差“距离”的某种范数；

D_0 ——水文模型的可行域。

基本概念如图 2－1 所示。

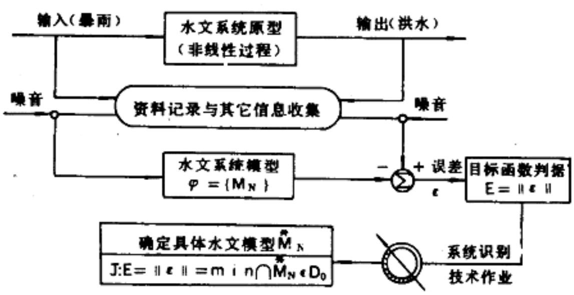

图 2－1　水文系统识别问题的框图

必须指出：

1）水文系统识别有三个基本成份，即水文模型类 $\psi=\{\cdot\}$、观测资料信息 $D_a=\{\cdot\}$ 和系统识别准则

$$J=\{E=\min\cap\overset{*}{M}_N\in D_0\}\qquad(2\text{-}2)$$

它们是描述识别问题的重要部分。只有当三者被确定之后，在数学上才进一步归结为模型或参数的最优化、最优估计等问题。水文系统识别问题的提法应有其整体和前提。

2)水文模型类 $\psi=\{M_N\}$ 是由结构（记 $\phi\{\cdot\}$）加参数（记 $\theta\in R^n$）或函数组成的，一般可写为

$$Y_t=\phi_t\{U;\theta\}+\varepsilon_t \tag{2-3}$$

故识别内容可分为模型的结构识别与参数识别两部分。只有当结构在验前完全设定的情况下，问题才简化为参数识别。这部分内容通常是必不可少的。

3)识别过程主要有三个环节，即确定基本成份（φ, D_a, J）、完成数学求解和检验及应用。基本关系如图 2－2 所示。

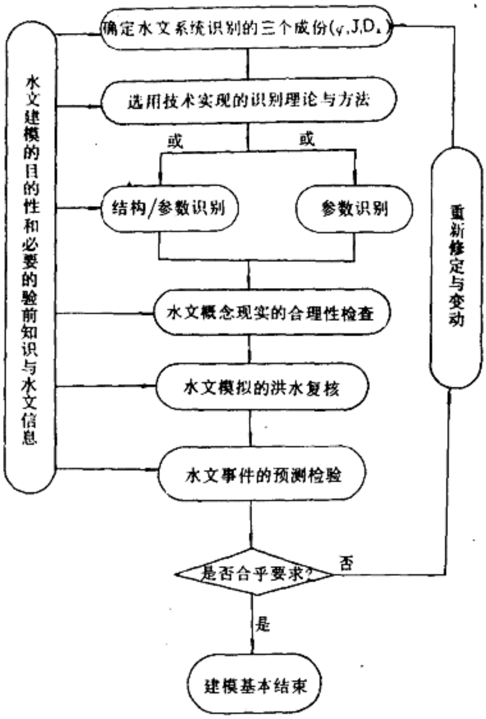

图 2－2　水文系统识别的主要过程

第二节　水文系统模型及识别问题分类

一、水文模型

在水文学科领域内，数学模型是一个基本问题。模型是原型的缩影。水文数学模型（简称水文模型）就是运用数学的语言和方式来描述水文原型的特征和过程。按照不同的研究方法和途径，水文模型可以划分为两大类，即系统理论模型和概念性降雨径流模型。

（一）系统理论模型

主要涉及到建立系统输入～输出关系的数学模型称为系统理论模型。它通常用水文过

程描述的泛函或算子方程来表示。

例如，对于一个非线性的流域系统〔图 2-3（a）〕由沃尔特拉（Volterra）泛函级数表达的模型为

$$
\begin{aligned}
y(t) &= \int_0^t h_1(\tau)u(t-\tau)d\tau + \int_0^t\int_0^t h_2(\tau_1,\tau_2)\,u(t-\tau_1)u(t-\tau_2) \\
&\quad \times d\tau_1 d\tau_2 + \cdots\cdots \\
&= \sum_{n=1}^{\infty}\int_0^t \cdots \int_0^t h_n(\tau_1,\cdots,\tau_n)\prod_{j=1}^{n}u(t-\tau_j)\,d\tau_1\cdots d\tau_n
\end{aligned}
\tag{2-4}
$$

式中　$u(t)$ ——降雨（输入）；

$y(t)$ ——径流（输出）；

$h_n\{\cdot\}$——流域核函数（系统响应）。

非线性系统泛函级数分解〔图 2-3（b）〕。同理，若采用微分算子描述系统的动态关系，就有下列微分方程模型：

$$
\begin{aligned}
&a_0(y,u)\frac{d^n y}{dt^n}+\cdots+a_{n-1}(y,u)\frac{dy}{dt}+a_n(y,u)y \\
&= b_0(y,u)\frac{d^m u}{dt^m}+\cdots+b_{m-1}(y,u)\frac{du}{dt}+b_m(y,u)
\end{aligned}
\tag{2-5}
$$

式中　$a_i(\cdot)$、$b_j(\cdot)$ ——非线性参数。

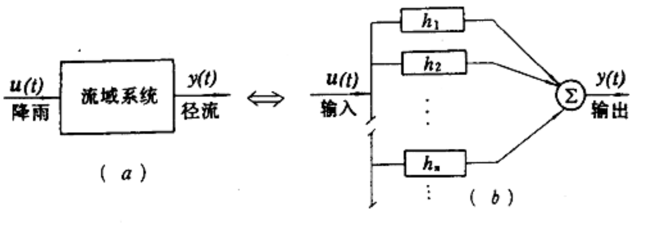

图 2-3　非线性系统泛函级数分解图

如果进一步考虑系统自身状态变化〔记为$X(t)$〕，还可以建立状态空间模型。图2-4的结构为

$$
\begin{aligned}
\frac{dx}{dt} &= F(x,t)\,x(t) + C(t)u(t) + G(t)\,w(t) \\
Y(t) &= H(x,t)X(t) + v(t)
\end{aligned}
\tag{2-6}
$$

式中　$x(t)$ ——系统状态向量（$n\times 1$ 阶）；

$F(\cdot)$ ——系统状态矩阵（$n\times n$阶）；

$H(\cdot)$ ——系统观测矩阵（$1\times n$阶）；

$G(t)$ ——系统噪音矩阵（$n\times p$阶）；

$C(t)$ ——系统输出矩阵（$n\times 1$ 阶）；

$w(t)$ ——系统模型噪音（$p\times 1$ 阶）；

$v(t)$ ——系统观测噪音（1×1 阶）。

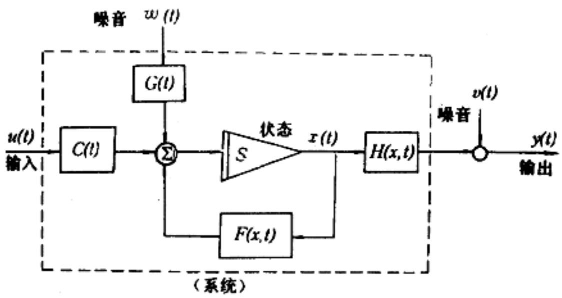

图 2-4　一种非线性系统状态方程描述

系统理论模型的特点是直接描述系统输入～（或状态）～输出之间的因果关系。系统的特征及动态行为主要由系统的功能函数如$h_n(\cdot)$或$F(\cdot)$、$H(\cdot)$ 等表达。这类模型的结构和参数不是验前就假定好了的，而是依据原型的观测信息通过“系统识别”来确定。它不受验前假定的限制、可避开许多复杂中间环节构想，有适应环境变化、便于使用等优点。因而在流域洪水特性分析、实时洪水预报等方面应用较多。就方法而论，系统理论模型属“黑箱”分析范畴。它最适用于一些复杂系统，即内部结构不便直接观测，水文中间环节信息较贫乏（物理机制不太清楚），但可以从外部行为数据去认识的系统。

建立一个实用的系统理论模型，它将涉及到模型结构识别和参数（或核函数）识别。例如，式（2-4）表示的水文非线性系统有泛函级数阶（n）的确定和径流核函数$h_n\{\cdot\}$估计。又如，式(2-5)的微分算子模型也存在结构识别（确定方程阶数n与m）和参数 $\{a_i(\cdot),\ b_j(\cdot)\}$ 估计问题。

（二）概念性降雨径流模型

在降雨径流描述中，将流域内的结构设想为有水文逻辑关系的元素排列，其中各元素有一定的物理概念（或经验关系），这种模型称为概念性降雨径流模型。例如按照土壤水份运动和坡面河槽汇流概念而构想或假定的集总或分散的流域水文模型(国外斯坦福模型、萨克模型；国内新安江模型等）即属此类。基于系统分析观点，若将流域构想为一简单元素的排列，其中各元素具有简单的物理或水文学概念，这样的描述称为简单的概念性水文模型。例如，1981年辛格等人讨论了一种均匀非线性调蓄的梯级结构概念模型(图2-5）。这种模型配合菲利普下渗方程可用来描述流域暴雨洪水关系，其单元调蓄模式为

$$\begin{cases} \dfrac{dS}{dt}=P-Q \\ Q=KS^{x} \end{cases} \qquad (2-7)$$

式中 S——流域蓄水量，L^3；

P——流域降雨量，L^3/T；

Q——径流量，L^3/T；

K——蓄水参数；

x——调蓄指数。

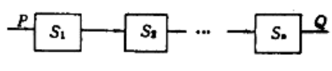

图 2-5　一类典型的非线性梯级结构水文模型

图 2 - 5 表达的梯级结构状态方程与出流方程分别为

$$\left.\begin{aligned}\frac{dS_1}{dt} &= P - K_1 S_1^x \\ \frac{dS_2}{dt} &= K_1 S_1^x - K_2 S_2^x \\ &\vdots \\ \frac{dS_n}{dt} &= K_{n-1} S_{n-1}^x - K_n S_n^x, \quad Q = K_n S_n^x\end{aligned}\right\} \qquad (2-8)$$

式中 n——梯级结构参数。

在研究方法上，概念性水文模型属于“灰箱”的分析范畴，它利用一定的验前知识将流域系统划分为两个部分：确定的概念和假定的结构（如上例的梯级、非线性调蓄关系等），以及有待确定的参数（如上例n，K，x参数）。概念性模型可以对系统内部机制作出部分描述或解释，因而易被水文工作者接受。但是，若子结构划分得愈细，模型就愈复杂，其可用性就降低。另外，由于验前知识不完备，概念性水文模型仍需用观测或试验资料识别参数（也称估计）。基本步骤见图 2 - 6。

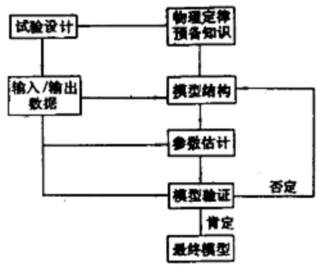

图 2-6 概念性水文模型识别的基本步骤

二、系统识别分类

水文系统可以采用不同的途径模拟，它取决于研究问题的性质、要求和实际条件等。但从建立一个具体的水文模型目标来看，必然要涉及到对原型的基本特性的认识以及认识深入的程度，也涉及到用什么数学形式表达的问题。为了明确建模的概念，我们从这三个基本方面对水文系统识别及其数学问题加以粗略的分类。

按系统识别的程度，可以分为“完全识别”问题和“部分识别”问题。若水文系统建模既有结构识别又有参数估计，称为完全识别问题〔图 2 - 7 (*a*)〕。如系统理论模型的确定等。若系统结构验前作了设定，仅有参数集的识别，即为部分识别问题〔图 2 - 7 (*b*)〕。例如概念性降雨径流模型的确定等。

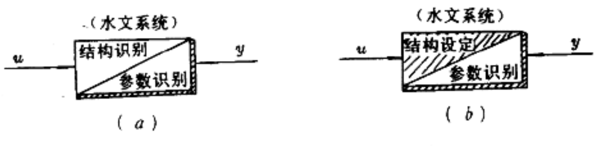

图 2 - 7 水文系统识别的一种分类

(*a*) “完全”识别问题；(*b*) “部分”识别问题

按系统的性质，可分为“确定性”和“不确定性”模型。“确定性”模型，就是输入和输出关系完全对应，系统的动态过程演变仅取决于初始条件、边界条件和输入（图 2 - 8）。反之，则为不确定性的。在一定范围内，具有较强因果律的水文过程可以近似定为确定性关

系。如现行大多数的概念性水文模型属于确定性关系。这种系统识别在数学上往往归结为最优化问题。另一方面，水文系统的各种干扰总是存在的。如果赋予某些水文变量或参数随机性描述，相应的识别问题就表达为如何排除随机干扰，去获得接近真值的某种估计。倘若进一步考虑广义的不确定性，如系统信息的不完善特性（也称灰色性），基本要素在概念上外延的模糊性，以及系统演变从无序（混沌）到有序等，则可归结为灰色系统识别、模糊系统的晰化以及序参量辨识等。但这类系统的识别方法还有待研究。

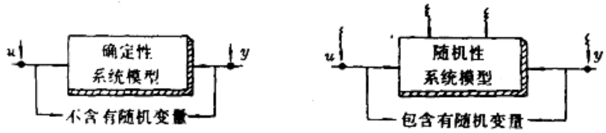

图 2－8　水文系统模型的一种分类

按照模型集识别的数学结构形式，可以区别为“显式”模型识别和“隐式”模型识别问题。显式是显结构的简称。在式（2－3）方程中，相对于待定参数集θ的模型$\Phi\{\cdot\}$是线性的，即

$$Y_t=\Phi_t\{u\}\theta+\varepsilon_t \tag{2-9}$$

例如，某一类非线性过程$u_k\sim y_k$可用下列方程描述：

$$y_k=\theta_1 u_{k-2}+\theta_2 u_{k-1}^2+\theta_3 u_k^3+\varepsilon_k$$

从数学结构上看，模型输出y_k相对待定参数$\{\theta_1,\theta_2,\theta_3\}$却是线性的，我们称为“显式”关系。因为，对离散时间坐标$k=1，2，\cdots，N$，系统方程可列为一矩阵方程

$$\begin{pmatrix} y_1\\ y_2\\ \vdots\\ y_N\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} u_{-1} & u_0^2 & u_1^3\\ u_0 & u_1^2 & u_2^3\\ \vdots & \vdots & \vdots\\ u_{N-2} & u_{N-1}^2 & u_N^3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\theta_1\\ \theta_2\\ \theta_3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \vdots\\ \varepsilon_N\end{pmatrix}$$

它便是式（2－9）的形式。利用最小二乘准则

$$E\{\theta\}=\|y-\Phi\{u\}\theta\|^2=\min$$

很容易由解析法$\dfrac{\partial E\{\theta\}}{\partial\theta_i}=0$，$i=1，2，3$识别出解$\widehat{\theta}$，即

$$\widehat{\theta}=[\Phi^T\Phi]^{-1}[\Phi^T y]$$

我们将式(2-3)与式(2-9)相比较，可看出式(2-3)中模型相对θ是非线性的隐含关系，例如

$$y_k=\theta_1 u_k^2+\theta_2 e^{-\theta_3 k}$$

因为这类模型不能表达为式（2－9）的显式关系。所以，在最小二乘识别准则下，如

$$E\{\theta\}=\sum_{k=1}^{N}[y_k-\theta_1 u_k^2-\theta_2 e^{-\theta_3 k}]^2=\min$$

不能由解析法直接求解$\hat{\theta}$，而只能借助于试验搜寻方法。目前，水文过程描述的系统理论模型容易获得“显式”结构。如式（2－4）的沃尔特拉模型，把它离散化，模型 $y(k)=\Phi\{u_k,\cdot\}$ 相对待定的核函数$H_i(k)$就是线性的显式关系。二阶的非线性模型表达为

$$Y(k)=\sum_{i=1}^{k}H_1(i)u(k-i+1)+\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}H_2(i,j)u(k-i+1)u(k-j+1)$$
$$(k=1,2,\cdots N) \tag{2-10}$$

非线性系统采用显结构方程描述，对系统识别会带来很大好处，读者应注意区别两个概念：水文系统的线性与否是以系统的输入$\{u_t\}$和输出$\{y_t\}$是否满足线性叠加原理来衡量的。另外，从识别未知参数$\{\theta_i\}$而言，“显式”模型与否则是按模型相对待定参数$\{\theta_i\}$（不是输入变量u_t）的线性与否定义的。所以，“显式”数学模型既可以表达某个线性水文系统〔如仅取式（2－10）中一阶项〕，也可以表达某个非线性系统。相反，对概念性水文模型类，一般输入～输出、模型～参数皆为非线性的“隐式”结构。如式（2－8）$P\sim Q$关系以及Q相对(n,k,x)的关系，系统识别的处理比较困难，这是水文系统识别的基本数学特征所造成的。在实际工作中若有可能，应设法通过某种处理（变换）获得“显式”水文模型的数学形式。例如，对隐式方程

$$\omega=\frac{a_2x_2+a_3x_1}{a_1x_1x_2}$$

可通过重新定义待定参数$\beta_1=a_2/a_1$，$\beta_2=a_3/a_1$和变量$u_1=1/x_1$，$u_2=1/x_2$，$y=\omega$化上式为显式方程

$$y=\beta_1u_1+\beta_2u_2$$

又如，对下列非线性指数模型

$$\omega=cx_1^{a_1}x_2^{a_2}$$

可应用log变换，即取$a_0=\log c$、$u_1=\log x_1$，$u_2=\log x_2$、$y=\log w$，化成下面显式方程

$$y=a_0+a_1u_1+a_2u_2$$

等等。识别问题的不同分类见表2－1。

表 2－1　　水文系统识别分类及数学问题

分类	识别的问题	定义要点	模型特征	数学问题	
按程度分类	“完全”识别问题	既有结构识别又有参数识别的建模	泛函　算子模型	非线性规划或线性与非线性估计	
	“部分”识别问题	结构验前设定只有参数识别的建模	概念性模型		
按性质分类	“确定性”识别问题	不含随机量的水文系统建模	确定性模型	非线性规划	组合与拓广
	“随机性”识别问题	水文系统含有随机量及概率分布的建模	随机模型	线性　非线性估　　计	

续表

分类	识别的问题	定义要点	模型特征	数学问题
按数学型式分类	“隐式”识别问题	模型对参数是非线性 $y=\phi\{u;\theta\}+\varepsilon$	隐结构模型	非线性规划或线性与非线性估计
	“显式”识别问题	模型对参数是线性 $y=\phi\{u\}\theta+\varepsilon$	显结构模型	

第三节　水文系统识别的误差准则

一、系统与模型的误差

从可观测的系统基本信号意义上讲，原型与模型的误差主要有输出误差、输入误差或二者混合的广义误差。

当一个系统与模型接受相同的输入信号u时，由于各种噪音干扰在输出端观测误差ε_1，称为输出误差〔图2－9（a）〕，即

$$\varepsilon_1=y-y_M=y-M(u) \tag{2-11}$$

式中　y——系统的输出信号；

y_M——模型$M(u)$模拟的信号。

当系统与模型有相同的输出信号y，由于噪音干扰在输入端观测的误差ε_2，称为输入误差〔图2－9（b）〕，即

$$\varepsilon_2=u-u_M=u-M^{-1}(y) \tag{2-12}$$

式中　u_M——模型的逆$M^{-1}(y)$信号。

当系统与模型之间既有输入噪音又有输出噪音的干扰，它们的混合称为广义误差ε_3，一种以图2－9(c)描述的关系为

$$\varepsilon_3=M_2^{-1}(y)-M_1(u) \tag{2-13}$$

由$\{M_1,M_2\}$组成的模型也称广义模型。

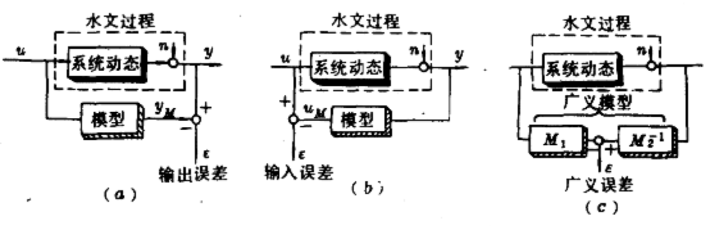

图2－9　系统与模型的几类误差

(a)输出误差；(b)输入误差；(c)广义误差

对水文系统的模型而言，一般存在着输入与输出的观测误差和模型误差。实际中很难区别它们。例如，流域系统的输出是出口断面观测的流量过程，它是系统的降雨（输入）和复杂地形地貌等要素综合反映的结果。因此，在识别水文模型及其参数时，它被用来象征系统原型最重要的一类信息。从这个意义上讲，现行的水文模拟评价，主要以系统输出

值y与模型$M(u)$计算值之间的"距离"即式（2-11）衡量的。不过，在系统理论模型类中，已有描述式（2-13）关系的广义模式。如线性系统的自回归滑动平均模型（ARMA），非线性系统的哈默斯坦（Hammerstein）模型等。

二、系统识别的误差准则

系统识别建立模型要求在数学上应与原型同构，即"相等价"（图2-1）。按量化的观点，所谓等价性是用一个准则（目标函数）定义的。这个准则通常是原型观测值Y和模型计算值Y_M的一个泛函或范数（纯量）

$$E=E\ (Y,\ Y_M)$$

例如，取加权关系的最小二乘准则有

$$E\ (Y,Y_M)=\int_0^T \varepsilon^T\ (t) W \varepsilon(t)\ dt=\min \qquad (2-14)$$

其中 $\varepsilon(t)=Y(t)-Y_M(t)$

上两式中Y、Y_M和ε被看成是定义在区间〔$0,T$〕上的函数，W是权重矩阵。

对两个模型M_1和M_2，如果它们的误差准则值相同，即$E(Y,\ Y_{M1})=E(Y,Y_{M2})$，那么就可以说它们是等价的。由于水文系统与模型之间的误差不可能恒为零。它们的等价性只能建立在误差泛函（或范数）取最小值的优化意义上面，如式（2-14）的情况。

在实际工作中，合理选择系统识别的误差准则十分重要，它取决于识别过程目标、数学模型中的函数关系、参数的性质、以及可得的数据。基于前节所述的水文系统识别问题划分，目前主要有两类准则。一类是确定性模型识别的最优化准则，另一类是不确定性模型（有随机干扰）识别的最优估计准则。二者相互有联系。在许多概率统计情况下，参数的估计可以归结为最优化问题（但目标函数是由概率统计的假定给出的）。相反，对一个给定的目标函数，如式（2-14）最小二乘准则，找一个概率统计的解释通常也是可能的，象马尔可夫估计等。

对水文系统识别，需要强调定解的可行性问题。单依靠误差准则取极小，一般来说可满足"过程模拟"最优的要求，但它并不一定保证所获的解符合水文物理概念。要达到这两个目的，水文系统识别的准则应该归结为某种有水文概念制约（解集在可行域上）的泛函（或范数）极值问题，也即式（2-1）的表达。

第四节 水文系统识别的技术实现

一、技术实现原理与一般问题

水文系统识别的程序是：首先依据研究的问题（水文分析、预报或水库调度、水资源评价等），由水文学原理和系统方法确认模型类。然后，选择适当的系统识别准则，利用可以观测到的原型信息（即水文资料）去估计模型中未知部分，并作出必要的检验。最后应用于实际或反馈作再次改进。至于在技术上，允许采用各种行之有效的方法，包括一些边缘学科领域的新方法。根据系统识别的性质，可概括为三类技术问题：

1）"确定性"识别问题的"优化"技术；

2）“随机性”识别问题的“估计”技术；

3）“灰色性”识别问题的“白化”技术。

上述三者构成水文系统识别方法的基础。目前，最优化理论和估计理论应用最为广泛。

本节仅讨论这两类问题。

二、“确定性”识别问题的最优化方法

（一）最优化准则

现行的许多水文模型（尤其是概念性水文模型）多属于参数未知的确定性结构。至于确定性水文模型识别，又都力求使某一个被适当定义的目标函数（误差准则）在可行域D_0内达极值，简记为

$$\left.\begin{array}{ll}\text{目标函数} & E\{\theta\}=\|Y-\Phi\{U;\ \theta\}\|_{\Gamma}^{p}=\|\varepsilon\|_{\Gamma}^{p}=\min,\theta\in D_0\\ \text{约束条件} & D_0=\{\theta\mid G_i(\theta)\geqslant 0,\ H_j(\theta)=0,\ i\in I,\ j\in J\}\end{array}\right\}\qquad(2-15)$$

式中　$\Phi\{\cdot\}$——水文结构函数；

$H_j\ \theta$——待识别的n维模型参数；

$\|\cdot\|^p$——量度误差e的L_p范数，$P=1$，2或∞；

Γ——权重分配矩阵；

$H_j(\theta)$——反映参数间物理关系的等式约束方程，$j=1,2,\cdots,J$；

$G_i(\theta)$——反映参数在水文概念合理性的不等式约束方程，$i=1,2,\cdots,I$。

我们称式（2-16）为确定性模型识别的最优化准则。按模型优化的要求，识别问题实质是非线性规划（N.L.P）。所谓非线性规划指的是在目标函数或约束条件中，有一个或多个待定量θ的非线性函数的数学规划。利用该技术识别水文模型的目的是：按拟定的“有效性”和“可行性”准则，在多个解集$\{\theta\}$中找到一个最好的解$\overset{*}{\theta}$。下面介绍准则中几个有关内容。

1.目标函数的结构

式（2-15）的目标函数，是用水文模型$Y_M=\Phi\{u;\theta\}$的计算值序列$Y_M=[y_M(1)y_M(2)\cdots y_M(N)]^T$与系统实测值序列$Y=[y(1)y(2)\cdots y(N)]^T$之间误差的“范数”构成的。如果记第$i$个$\Delta t$时间序列的误差为$\varepsilon(i)=y_M(i)-y(i)$、误差向量$\varepsilon=[\varepsilon(1)\varepsilon(2)\cdots\varepsilon(N)]^T$的$L_p$范数定义为

$$\|\varepsilon\|^p=\sum_{i=1}^{N}|\varepsilon(i)|^p,\ p\geqslant 1$$

在识别水文模型参数时，当$p=1$就是以误差绝对值量度的目标函数：

$$E\{\theta\}=\|\varepsilon\|^1=\sum_{i=1}^{N}|y_M(i)-y(M)|=\min$$

目前在率定产流模型参数中有人习惯用该准则。

另外，当取$p=2$就是欧氏范数。它是水文模型识别中使用最广泛的最小二乘准则，并以误差的平方和量度表达为

$$E\{\theta\}=\|\varepsilon\|^2=\sum_{i=1}^{N}[y_M(i)-y(M)]^2=\min$$