

高等学校教材

等离子体中的波

袁敬闵 莫怀德

141135/09



内 容 简 介

本书主要讲述电磁波在等离子体中的传播，全书共分十一章，内容为等离子体的基本理论；波在各向同性等离子体中的传播；波在磁等离子体中的传播；波在不均匀等离子体内和磁等离子体内的射线理论，重点介绍W.K.B解。

本书可供电波传播、等离子体物理、物理电子技术及天线等专业的研究生和大学本科高年级学生作为教材或教学参考书；也可供有关的科技人员及教师作参考书。

高等学校教材
等 离 子 体 中 的 波
袁敬闵 莫怀德

*

电子科技大学出版社出版

(中国成都建设北路二段四号)

电子科技大学出版社印刷厂印刷

四川省新华书店发行

*

开本 850×1168 1/32 印张 9.5625 字数 237千字
版次 1990年11月第一版 印次 1990年11月第一次印刷

印数 1-1300 册

中国标准书号 ISBN 7-81016-247-9/TN·55

(15452·95) 定价：2.30元

出版说明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定，我部承担了全国高等学校、中等专业学校工科电子类专业教材的编审、出版的组织工作。由于各有关院校参与编审工作的广大教师共同努力，有关出版社的紧密配合，从1978年至1985年，已编审、出版了两轮教材，正在陆续供给高等学校和中等专业学校教学使用。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应“三个面向”的需要，贯彻“努力提高教材质量，逐步实现教材多样化，增加不同品种、不同层次、不同学术观点、不同风格、不同改革试验的教材”的精神，我部所属的七个高等学校教材编审委员会和两个中等专业学校教材编审委员会，在总结前两轮教材工作的基础上，结合教育形势的发展和教学改革的需要，制订了1986~1990年的“七五”（第三轮）教材编审出版规划。列入规划的教材、实验教材、教学参考书等近400种选题。这批教材的评选推荐和编写工作由各编委员会直接组织进行。

这批教材的书稿，是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中经院校推荐，由编审委员会（小组）评选择优产生出来的。广大编审者、各编审委员会和有关出版社为保证教材的出版和提高教材的质量，作出了不懈的努力。

限于水平和经验，这批教材的编审、出版工作还会有缺点和不足之处，希望使用教材的单位，广大教师和同学积极提出批评建议，共同为不断提高工科电子类专业教材的质量而努力。

机械电子工业部
电子类教材办公室

前 言

本教材系按电子工业部的工科电子类专业教材1986~1990年编审出版规划,由电磁场与微波技术教材编审委员会,电磁场理论编审小组征稿,推荐出版,责任编委楼仁海教授。

本教材由电子科技大学袁敬阁担任主编,电子科技大学全泽松教授担任主审。

本课程的参考学时数为40学时。全书共分十一章。前四章介绍冷等离子体的性质和传播特性;第五章至第七章系统地阐述均匀磁等离子体内电磁波传播的基本理论;第八章研究电磁波在界面上的反射和透射;第九章至第十一章主要论述不均匀等离子体内的电磁波问题,着重介绍“缓变等离子体”内的电磁波和“W.K.B”近似解。本书最后附有少量习题。

使用本教材时,要求读者具有电磁场与电磁波的基础知识。

本教材由袁敬阁编写第一章至第八章,由莫怀德编写第九章至第十一章和习题,并由袁敬阁统一全稿。北京理工大学楼仁海教授和电子科技大学饶克谨教授对编写工作给予了热情的鼓励和帮助,这里表示诚挚的感谢。

编者水平有限,缺点和错误难免,切望广大读者批评指正。

编 者

1989年12月于成都

目 录

第一章 等离子体的基本理论	(1)
§1.1 等离子体及其主要的特征参数.....	(1)
§1.2 等离子体的流体力学理论.....	(5)
§1.3 等离子体内的波动概况.....	(8)
§1.4 冷等离子体的双流方程.....	(11)
§1.5 带电粒子间碰撞的影响.....	(13)
第二章 麦克斯韦方程组, 等离子体的极化率和 电导率	(16)
§2.1 冷等离子体内的麦克斯韦方程组.....	(16)
§2.2 极化模型和极化率.....	(18)
§2.3 导电模型和导电率.....	(23)
§2.4 介电常数张量的一些重要关系.....	(26)
第三章 平面电磁波	(30)
§3.1 频率域内的麦克斯韦方程.....	(30)
§3.2 均匀平面波.....	(32)
§3.3 各向异性介质内的平面波.....	(35)
§3.4 特征波的极化.....	(38)
§3.5 能流和能速.....	(44)
§3.6 群速和相速.....	(49)
第四章 冷等离子体内的电磁波	(55)
§4.1 均匀冷等离子体的色散特性和折射率.....	(55)
§4.2 碰撞的影响.....	(57)
§4.3 各向同性等离子体内的储能和能流.....	(59)

§4.4	等离子体内的复坡印亭定理	(64)
§4.5	折射率为零的情况	(65)
第五章	磁等离子体内平行于磁化磁场传播的电磁波	(69)
§5.1	磁等离子体内的电磁波	(69)
§5.2	纵向自由振荡	(70)
§5.3	平行于磁场方向传播的电磁波	(72)
§5.4	低频近似, 阿尔文波	(77)
§5.5	射频近似下的折射率	(78)
§5.6	法拉第旋转效应	(79)
§5.7	电子哨声波	(81)
§5.8	平行于磁场传播的波的能量、能流和能速	(82)
第六章	磁等离子体内垂直于磁化磁场传播的电磁波	(88)
§6.1	垂直于磁场传播的电磁波	(88)
§6.2	射频近似和低频近似	(92)
§6.3	x 波的极化特点	(94)
§6.4	x 波传播时的电子和离子运动	(97)
§6.5	低频近似下的磁声波	(99)
第七章	磁等离子体内任意方向传播的电磁波	(104)
§7.1	任意方向传播时的折射率和波的极化	(104)
§7.2	任意方向传播时的射频近似和磁流体近似	(109)
§7.3	射频近似下的阿普顿-哈普里公式	(111)
§7.4	射频近似下的色散曲线的分析	(114)
§7.5	射频近似下的坡印亭矢量	(117)
§7.6	射频近似下的准平行传播	(119)
§7.7	磁流体近似下的折射率	(122)

§7.8	磁流体近似下的群速	(128)
§7.9	“温”磁等离子体的介电张量	(131)
第八章	电磁波在等离子体界面上的反射和透射	(137)
§8.1	反射系数和透射系数的定义	(137)
§8.2	各向同性等离子体的菲涅耳公式	(142)
§8.3	在均匀各向同性等离子体平面边界上的 斜入射	(145)
§8.4	具有平行边界的等离子体平板	(153)
§8.5	在磁等离子体界面上的垂直入射	(156)
§8.6	在磁等离子体界面上的斜入射	(160)
第九章	非均匀等离子体内的电磁波	(168)
§9.1	非均匀介质内的波动方程	(168)
§9.2	缓变介质内的 W.K.B 解	(175)
§9.3	W.K.B 解有效的条件	(179)
§9.4	斜入射情况下的 W.K.B 解	(180)
§9.5	正向波和反向波之间的耦合	(184)
§9.6	返转点和艾利积分函数	(188)
§9.7	斯托克斯现象	(194)
§9.8	不均匀分层等离子体的反射系数	(203)
§9.9	无“返转点”时的部分反射	(213)
第十章	等离子体内的射线理论	(216)
§10.1	各向同性介质内的射线方程	(216)
§10.2	电磁场振幅沿射线的变化	(220)
§10.3	费马原理	(223)
§10.4	射线理论的应用举例	(224)
§10.5	斜入射时的射线方程	(231)
§10.6	各向异性不均匀介质内的射线方程	(235)
§10.7	波垂直入射到磁等离子体的情况	(245)

§10.8 波斜入射到磁等离子体内的情况·····	(251)
第十一章 耦合波方程和 W.K.B 解 ·····	(264)
§11.1 各向异性不均匀磁等离子体内的微分方程·····	(264)
§11.2 微分方程的矩阵形式·····	(268)
§11.3 垂直入射下的法斯托林耦合方程·····	(270)
§11.4 一般情况下的耦合方程·····	(272)
§11.5 垂直入射下的一阶耦合方程及 W.K.B 解·····	(278)
§11.6 耦合方程的应用举例·····	(283)
习 题 ·····	(291)
参考文献 ·····	(297)

第一章 等离子体的基本理论

§1.1 等离子体及其主要的特征参数

等离子体是一种电离了的气体，其中有大量的电子、离子和未电离的中性粒子混合在一起，在宏观上看近乎是电中性的。

设某一未电离的气体，其粒子数密度为 N ，单个粒子的质量为 m 。又假定电离时每一个粒子只失去一个电子，电离以后，如果电子数密度为 N_e ，电子质量为 m_e ($m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{kg}$)，电子电量为 q_e ($q_e = e = -1.6 \times 10^{-19} \text{C}$)，则离子密度应为 $N_i = N_e$ ，离子质量 $m_i = m - m_e \approx m$ ，而电量 $q_i = -q_e$ ；剩下未电离的中性粒子数密度则为 $N_0 = N - N_i$ 。我们定义电离度 α 来表达气体电离的程度， $\alpha = (N_i/N)$ ， N_i (等于 N_e) 的数值提高， α 便提高；当 $N_i = N_e = N$ ， $N_0 = 0$ 时，则 $\alpha = 1$ ，这是完全电离的状态。

目前，自然的和人工的等离子体非常多。按照气体的粒子密度大小，分为稀薄的和稠密的等离子体两类。例如，地球外层空间的电离层，其 N 值大约在 $10^3 \sim 10^9$ 之间，属于稀薄等离子体，高功率激光器的 N 值高达 $10^{20} \sim 10^{28}$ ，属于稠密等离子体。各类等离子体的电离度 α 也有很大的差别，在一般的温度下，气体的电离度都不大；热核反应下的高温等离子体，其粒子几乎处于完全电离的状态 ($\alpha \approx 1$)。

既然等离子体是带电粒子集合成的电中性气体，那么它与一般的气体究竟有哪些本质上的差别呢？众所周知，理想气体是由大量自由的、无规则热运动的分子所组成的集合体。气体分子间

的平均自由程相当大，除碰撞的瞬间外，分子间的牛顿相互作用力可略去不计。但是等离子体这一种气体却不同，除粒子的热运动外，库仑力是一种长程力，所以带电粒子间的库仑相互作用力起了十分重要的作用。这一点就是等离子体和一般气体本质不同的主要原因。可以这样说，等离子体的许多特性就是由长程的库仑相互作用力所引起的，包括带电粒子集合在一起而又呈现中性或准中性状态在内。

一般因带电粒子的热运动或其它外来扰动，可能使等离子体内出现局部的“偏离”电中性，但带电粒子间的库仑相互作用力，又将使这种“偏离”尽快得以“恢复”。在这种“偏离”和“恢复”过程中，长程库仑力的重要作用可通过下例来说明：假设在一个 $N_e = 10^{20}$ 的均匀等离子体内，由于某种原因，在半径为 1 厘米的球域内有万分之一的电子移至球外，引起等离子体的电中性局部“偏离”，此时球内会出现正电荷过剩。假定正电荷均匀分布在球内，它在球面处产生的场强为

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} (N_e \times 10^{-4}) \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$= 6.7 \times 10^5 \text{ (v/m)}$$

位于球面上的电子所获得的加速度为

$$a = |q_e E / m_e| = 1.18 \times 10^{17} \text{ m/s}^2$$

如此大的加速度使在 1 厘米范围内出现的电荷分离，可以通过电子向球内运动而迅速得到“恢复”。一般在没有外界干扰的情况下，等离子体内部“偏离”电中性的动力来自粒子热运动的能量，在热平衡状态下，热运动能量具有确定的数值，若它与电荷“偏离”而引起的库仑能相等，就可以求得电中性被破坏的空间范围了。计算表明在等离子体内，以

$$\lambda_D = (\epsilon_0 K T / N_e q_e^2)^{1/2} \tag{1-1}$$

为半径的球是产生电荷“偏离”的最大范围，在球以外的区域仍

保持中性的状态。这个球一般称为德拜球，而 λ_D 称为德拜半径或德拜长度。[式(1-1)中 K 为玻尔兹曼常数]

应当指出，在计算 λ_D 的过程中，认为代表库仑能的电位 $\phi(r)$ 的分布是连续的，并略去了粒子的分立性，这实际上意味着德拜球内必需有大量的正、负粒子，即 $N\lambda_D^3 \gg 1$ 。一般的等离子体是完全满足这个条件的。

由上可知，带电粒子的热运动和库仑相互作用是使等离子体内“偏离”和“恢复”电中性的根源，当“偏离”和“恢复”的矛盾统一时，等离子体在宏观上呈现电中性状态，而在微观上又是非电中性的。德拜长度就是从空间上限定等离子体内“偏离”电中性的范围。

实际上等离子体内的“偏离”和“恢复”电中性的机制也正是产生自由振荡的机制。设想有一等离子体板，若加一外电场，使电子向右移动一小段距离 x ，同时左边出现过剩的离子区，如图1-1所示。左右两端面上出现的电荷面密度分别为 $N_i q_i x$ 和 $N_e q_e x$ ，这样又产生一个库仑电场 $E = N_i q_i x / \epsilon_0$ ，此电场又起着“恢复”电中性的作用。若将原来的外电场去掉，在此恢复力作用下，带电粒子开始运动，其运动方程为

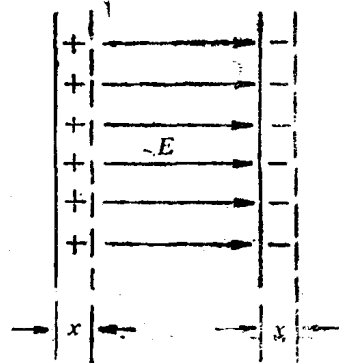


图 1-1 等离子体内自由振荡模型图

$$m_e \frac{d^2 x}{dt^2} = q_e E = (q_e q_i N_i / \epsilon_0) x$$

因为 $N_e = N_i$, $q_e = -q_i$, 故有

$$m_e \frac{d^2 x}{dt^2} = - (q_i^2 N_i x) / \epsilon_0 \tag{1-2}$$

这三个简谐运动方程，其自由振荡角频率为

$$\omega_{pe} = (N_e q_e^2 / m_e \epsilon_0)^{1/2} \quad (1-3)$$

或频率为

$$f_{pe} = \omega_{pe} / 2\pi \approx 10 \sqrt{N_e} \quad (1-4)$$

式(1-3)表示的电子自由振荡频率又称为等离子体频率(ω_p)。等离子体振荡是一种静电的高频振荡，一般它要向外辐射电磁波，例如 $N_e = 10^{14}$ 时，有约为 100MHz 的电磁波向外辐射；在一般的气体放电条件下， $N_e = 10^{13}$ ， $f \approx 10^{10}$ Hz，处于厘米波段；在气体激光器内， $N_e \approx 10^{28}$ ， $f_p = 10^{15}$ Hz，处于可见光波段。一般式(1-4)也常被用来确定等离子体内的电子密度数。

在没有外力作用的情况下，带电粒子的热运动本身就可看成为引起振荡的因素。若将式(1-3)与(1-1)相乘，得

$$\omega_p \lambda_D = (KT/m_e)^{1/2} \approx v_e \quad (1-5)$$

式中 v_e 为电子热运动的平均速度。把式(1-5)改成下面的形式

$$\tau_p = 1/\omega_p = \lambda_D/v_e \quad (1-6)$$

上式的意义为电子以速度 v_e 通过 λ_D 所需要的时间，即等离子体内“偏离”电中性或“恢复”电中性所需要的时间，我们称 τ_p 为等离子体的特征时间。由式(1-4)可知，电子密度 N_e 越大， ω_{pe} 就越高，而 τ_p 越短，即等离子体内“偏离”或“恢复”电中性的时间越短。由此也可得到同样的结论：只有 $r > \lambda_D$ 的范围才是能强烈保持电中性的区域。

在等离子体内，还有一种离子振荡模式，它是一种以电子作静止背景的振荡。可用与上面相类似的方法，求得离子振荡频率为

$$\omega_{pi} = (q_i^2 N_i / n_i \epsilon_0)^{1/2} \quad (1-7)$$

因 $m_i \gg m_e$ ， $q_i^2 = q_e^2$ 和 $N_i = N_e$ ，故 $\omega_{pi} \ll \omega_{pe}$ 。有人考虑了电子和离子作相对运动时，计算得到更为精确的等离子体频率为

$$\omega_p^2 = \omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2 \quad (1-8)$$

§1.2 等离子体的流体力学理论

等离子体从宏观上可按连续的流体来看待,在宏观分析时,流体的质点或微分体积元的线度 l 要大于德拜长度 ($l > \lambda_D > N^{-1/3}$), 同时又要小于等离子体内波动的波长 ($l < \lambda$)。在满足这些条件下, 诸物理变量(如电场 \vec{E} , 磁感应强度 \vec{B} , 气压 P 以及质点的漂移速度)才有意义。

在不受外界干扰时, 假定等离子体处于热平衡状态。从宏观上看, 流体质点处于静止状态, 即质点的宏观漂移速度 $\vec{v} = 0$ 。当有外界干扰(包括电场、磁场、重力和热气压力等)时, 等离子体才处于运动状态, 即质点的漂移速度 \vec{v} 为空间坐标和时间的函数 $\vec{v}(\vec{r}, t)$, 一般有两种理论来分析等离子体内的运动。

(一) 双流体理论

把电子和离子各作为导电的流体来处理, 带电粒子的各物理变量应满足动量传输方程和连续性方程, 且动量方程为

$$N_a m_a \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_a \cdot \nabla \right) \vec{v}_a = N_a q_a \vec{E} + N_a q_a \vec{v}_a \times \vec{B} + N_a m_a \vec{g} - \nabla p_a \quad \alpha = i, e \quad (1-9)$$

式中 $N_a q_a \vec{E}$ 为库仑力, $N_a q_a \vec{v}_a \times \vec{B}$ 为洛仑兹力, $N_a m_a \vec{g}$ 为重力, p_a 为带电粒子的热气压力。 $\alpha = i, e$ 表示等离子体的两种粒子——离子和电子。

质量连续性方程为

$$m_a \frac{\partial N_a}{\partial t} + m_a \nabla \cdot (N_a \vec{v}_a) = 0 \quad \alpha = i, e \quad (1-10)$$

另外, 对于每一种流体, 需要一个状态或其他一些条件。例如在热平衡下有等温条件, $T_i = T_e$, 这里 T_a 为绝对温度, 于是有 $p_e = N_e k T_e$, $p_i = N_i k T_i$, 在 $N_i = N_e$ 时, $P_e = P_i$ 。

(二) 单流体理论

将离子和电子的密度和速度合并起来，得到单流体理论。单流体理论中物理变量(如总质量密度，质心速度，电流等)的定义如下：

总质量密度为

$$\rho_m(\vec{r}, t) = \sum_a N_a(\vec{r}, t) m_a = N_i m_i + N_e m_e \quad (1-11)$$

电荷密度为

$$\rho_q(\vec{r}, t) = \sum_a N_a(\vec{r}, t) q_a = N_i q_i + N_e q_e \quad (1-12)$$

电流密度为

$$\vec{J}(\vec{r}, t) = \sum_a N_a q_a \vec{v}_a \quad (1-13)$$

表示整个流体的质心速度为

$$\begin{aligned} \vec{v}(\vec{r}, t) &= \sum_a N_a m_a \vec{v}_a / \sum_a N_a m_a \\ &= (N_i m_i \vec{v}_i + N_e m_e \vec{v}_e) / (N_i m_i + N_e m_e) \end{aligned} \quad (1-14)$$

把式(1-9)的两个流体合成起来得到单流体的动量方程

$$\rho_m \frac{\partial}{\partial t} \vec{v} + \rho_m (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = \rho_q \vec{E} + \vec{J} \times \vec{B} + \rho_m \vec{g} - \nabla p \quad (1-15)$$

把式(1-10)的两个流体合并起来得到单流体的质量连续性方程

$$\partial \rho_m / \partial t + \nabla \cdot (\rho_m \vec{v}) = 0 \quad (1-16)$$

虽然两种理论在形式上是等同的，但它们常常代表不同的近似方案。

例1-1 求中性大气在热平衡时的高度分布。

解： 设气压 p 只是高度 z 的函数 [$p(z)$]， T 和 g 都是常数，因此大气的密度 N 也必然是 z 的函数 $N(z)$ ，即 $p(z) = N(z)KT$ 。设 z 轴的正方向由地表面开始指向上空。在热平衡状态下，质点漂移速度应为零。故根据式(1-9)，应有

$$\frac{\partial}{\partial z} p(z) = K T \frac{\partial N(z)}{\partial z} = -N(z)mg$$

上式的解为

$$N(z) = N(0)\exp(-z/H) \quad (1-17)$$

式中 $N(0)$ 为地面上的大气密度数, $H = KT/(mg)$ 称为大气层的标高, 约为 10km 。

例1-2 若设想大气层是一种理想的等离子体, 在热平衡状态时应如何分布?

解: 已知 $N = N_i = N_e$, $T = T_i = T_e$, $m = m_i + m_e$, 以及 $\vec{v}_i = \vec{v}_e = 0$ 。 $p = p_i + p_e$; $p_i = KN_i T_i$, $p_e = KN_e T_e$ 。代入式(1-15)并写成合并的形式

$$N(q_e + q_i)\vec{E} - N(m_e + m_i)g - KT \frac{\partial}{\partial z}(N_e + N_i) = 0$$

注意本问题中没有外加电场和磁场, 而式中的电场 \vec{E} 为在热平衡下, 等离子体内部运动形成的自然极化电场, 在分别考虑电子和离子时, 必然有 $q_e \vec{E}$ 和 $q_i \vec{E}$ 的库仑力。然而因为 $q_e = -q_i$, 在宏观处理时, $N(q_e + q_i)\vec{E}$ 项自动消失, 故有

$$N(z)(m_e + m_i)g - 2KT \frac{\partial N(z)}{\partial z} = 0$$

上式的解为

$$N(z) = N_e(z) = N_i(z) = N(0)\exp(-z/H_{ie}) \quad (1-18)$$

式中

$$H_{ie} = 2KT/[(m_i + m_e)g] = 2KT/(mg)$$

H_{ie} 是所谓的电离层的标高。式(1-18)和(1-17)比较后可知, 理想等离子体的带电粒子密度的减少率大约等于中性大气粒子密度的减少率的一半。主要原因是电子质量远比离子质量轻, 它本身应有较高的标高, 同时离子对它有库仑力的作用, 使电子的标高下降, 又使其只能始终伴随着离子。因此, 综合的结果使等离子体的标高要比中性大气的标高高些。而且在这样的等离子体层内

必然出现一个极化电场。我们可以单独地列出离子(或电子)的动量关系式

$$N_e q_e E - N_e m_e g - K T_e \frac{\partial}{\partial z} N_e = 0$$

把式(1-18)代入并化简后,得

$$q_e E = m_e g - K T_e (m_i + m_e) g / 2 K T \approx -m g / 2$$

故极化电场近似为 $E = -m g / 2 q_e = m g / 2 q_i$ 。

§1.3 等离子体内的波动概况

等离子体内有许多振荡自由度,存在大量可能的振荡模式,并形成向空间传播的波,所以等离子体内的物理现象是非常复杂和多样化的。就波动而言,等离子体内能够传播各种线性的和非线性的波。线性是指对小信号下可能作出的近似,非线性是大信号下的问题。本书所要讨论的只限于小信号下的线性波。为说明问题,简单地介绍两个例子。

(一) 阿尔文波

1942年阿尔文认为在直流强磁场中的理想导电流体可以传播一种波,且在传播时磁场产生恢复力,流体密度提供运动的惯性。

我们可用单流体理论和电磁理论相结合的方法来分析此问题。首先设无扰动时,均匀直流磁场为 \vec{B}_0 的空间内,均匀理想导电流体处于平衡状态,质点的漂移速度 $\vec{v}_1 = 0$; 在小信号微扰动下,流体的主要变量为 \vec{v}_1 , $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1$, 这里的下标 1 表示微扰量,且 $|\vec{B}_1| \ll |\vec{B}_0|$ 。在低频和高导电率情况下,一般可忽略电荷密度 ρ_e 和位移电流密度,于是式(1-15)变化为

$$\rho_m \frac{d\vec{v}_1}{dt} = -\nabla p + \vec{J} \times \vec{B}_0$$

式中的 $\rho_m(\vec{v}_1 \cdot \nabla v_1)$ 已略去二阶非线性项,也未考虑重力的影响。