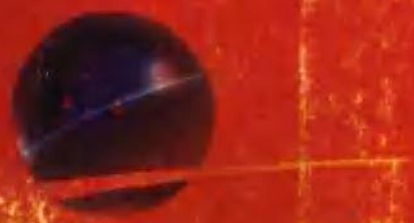
WULIXUEGAILUN

物理学概论



下

祝家清

湖北教育出版社

WULIXUE
GAILUN

物理学概论

祝家清　湖北教育出版社

物理学概论

（下　册）

祝家清

*

湖北教育出版社出版、发行　新华书店湖北发行所经销

湖北省新华印刷厂印刷

850×1168毫米32开本　21.75印张　8插页　540 000字

1990年2月第1版　1990年2月第1次印刷

印数：1—1 500

ISBN 7—5351—0400—2/O·9

定价：7.55元

TJI/6.1/2

目 录

第十四章　带电粒子在电磁场中的运动

首先，我们讨论运动电荷产生磁场，正由于运动电荷产生磁场，才发生运动电荷与磁场之间的相互作用，即磁场对运动电荷的作用力——洛仑兹力．反过来说，洛仑兹力的存在证实了运动电荷产生磁场．其次，讨论带电粒子在电场和磁场中的运动．这里，我们假定粒子间的相互作用忽略不计，同时，带电粒子的运动速度$v \ll c$，否则，还要考虑相对论效应．

§14-1　运动电荷的磁场

电流的磁场，本质上是大量作定向运动的电荷所产生的总磁场．因此，可以根据毕-沙-拉定律导出运动电荷的磁场．

由毕-沙-拉定律可知，电流元Idl在距离r远处所激发的磁感应强度为dB．

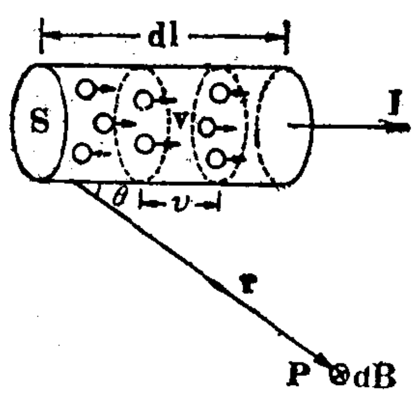


图 14—1　运动电荷的磁场

若选取截面积为S、长为dl的一段电流元(放大示意图)，如图14—1所示．并假定带电粒子以速度v沿dl的方向运动；单位体积内有n个向右运动的带电粒子；每个粒子的带电量为q．若在

dl 内选取长度为 v（带电粒子的速度数值）的一段，此段的体积为vS，其中包含着向右运动的带电粒子数 $N=nvS$，而在每秒钟内，这N个粒子都能通过该横截面S，也就是说，每秒钟内通过横截面积S的电量为$qnvS$，这就是电流元中的电流强度I，所以$I=qnvS$.

将电流I代入毕-沙-拉公式（13—2），则得

$$dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\ \frac{qnvSdl\sin\theta}{r^2}$$

在电流元$I\boldsymbol{dl}$内，以定向速度$\boldsymbol{v}$运动的带电粒子总数为$dN=nSdl$，因此，每个以速度$\boldsymbol{v}$运动的带电粒子（电量为q）在距离r处的磁感应强度$\boldsymbol{B}$的数值为

$$B=\frac{dB}{dN}=\frac{\mu_0}{4\pi}\ \frac{qv\sin\theta}{r^2} \qquad (14\text{—}1)$$

因为$\boldsymbol{dl}$与$\boldsymbol{v}$的方向相同，所以θ角就是带电粒子的速度$\boldsymbol{v}$与矢径$\boldsymbol{r}$之间的夹角．因此，若$\boldsymbol{r}^0$表示矢径的单位矢量，则式(14—1)可写成矢量形式

$$\boldsymbol{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\ \frac{q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{r}^0}{r^2} \qquad (14\text{—}2)$$

此式表明以速度$\boldsymbol{v}$运动的带电粒子在$\boldsymbol{r}$处所产生的磁场$\boldsymbol{B}$，$\boldsymbol{B}$的方向垂直于由$\boldsymbol{v}$和$\boldsymbol{r}$所组成的平面，三者之间的关系满足右手螺旋法则．不过要注意正、负电荷之分．q为正电荷，按右手螺旋

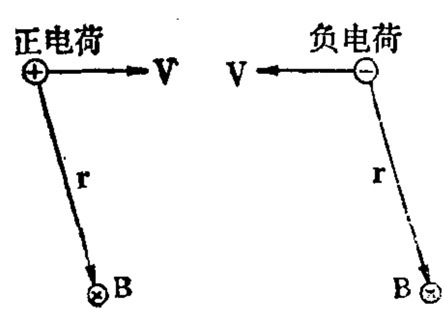


图 14—2　运动电荷产生磁场的方向

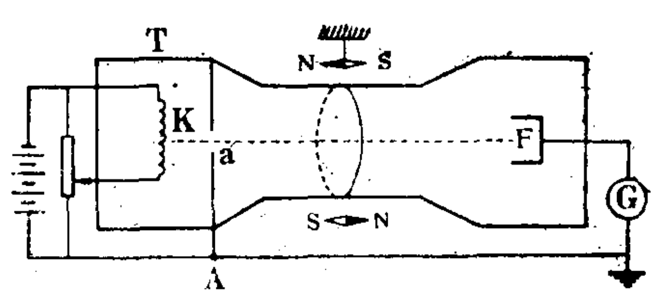


图 14—3　电子流的磁场实验简图

柄的转动方向从v转向r（总是要求转角小于180°），则螺旋前进的方向，就是该点B的方向；如果是负电荷，那么产生磁场的方向与正电荷产生磁场的方向相反，如图14—2所示.

运动电荷产生磁场已被大量的实验所证实.1911年俄国物理学家约菲测定了电子流的磁场，其实验装置如图14—3所示.真空管T中的热阴极K用来发射电子，这些电子经阴极K与阳极A之间的电位差加速后穿过阳极A上的小孔a向前运动. 因为电子离开电场，就在真空中作加速运动，最后由接收器F接收，并把电荷传给F，电子流强度可用电流计G测出.在真空管的中部悬挂两个极性相反的磁针，一个在管上，另一个在管下.当电子流在管中通过时，两磁针转向相反，电子流所产生的磁感应强度可以由磁针组的偏转角来确定.

如果用一根通有电流的导线来代替上述真空管中的电子流，使导线与原来电子流的方向平行并处于同一位置.实验证明，要使磁针组发生同样的偏转时，必须使通过导线的电流强度恰好等于原真空管中的电流强度，这样就定量地证明了电子射线与普通的传导电流所产生的磁场是等效的.因此，式（14—2）适用于任何类型的运动电荷.

【例】 氢原子中的电子，沿半径$r=5.3\times10^{-11}$米、以速度$v=2.2\times10^{6}$米/秒作匀速圆周运动.求电子轨道的中心处所产生的磁感应强度B及磁矩P_m.

解　氢原子中，电子作圆周运动时，由于v与r垂直，则$\sin\theta=1$. 根据式（14—1），有

$$B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{ev}{r^2}=10^{-7}\frac{1.6\times10^{-19}\times2.2\times10^{6}}{(5.3\times10^{-11})^2}$$

$$=13\text{特斯拉}$$

方向如图14—4所示.

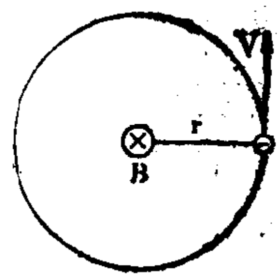


图14-4　氢原子中心处的磁场

作圆周运动的电子，相当于半径为r的圆电流，电流流向与电子运动相反.在1秒内，电子通过轨道上某一点的次数为

$$\nu=\frac{v}{2\pi r}$$

因此，1秒内通过该点的电量就是电流强度I，且为

$$I=e\nu=\frac{ev}{2\pi r}$$

其中e为电子电荷．电子绕核运动，相当于一闭合圆电流，其闭合圆电流的面积$S=\pi r^2$，于是，电子作圆周运动的磁矩P_m的数值为

$$P_m=IS=\frac{ev}{2\pi r}\cdot\pi r^2=\frac{1}{2}evr$$

$$=\frac{1}{2}\times1.6\times10^{-19}\times2.2\times10^{6}\times5.3\times10^{-11}$$

$$=9.3\times10^{-24}\text{安}\cdot\text{米}^2$$

其方向就是线圈平面的正法向方向，即垂直于纸面并指向纸里．

§14-2 洛仑兹力

以上通过实验证明了运动电荷产生磁场．另一方面，从理论上也可这样理解：带电粒子在磁场中运动时，受到了力的作用（§13—1的演示实验），实际上就是运动电荷产生的磁场与磁铁的相互作用．这种相互作用表明了带电粒子在磁场中受到力的作用，这个力称为洛仑兹力．

下面通过磁场对载流导线的作用力——安培力的公式导出洛仑兹力．

选取一段长为Δl、截面积为S的载流导线，载流导线中有作定向运动的自由电子，其电荷体密度为n，它们都以速度v作定向运动．假定每个电荷走过Δl长需要的时间为Δt，因此，电荷的速度$v=\frac{\Delta l}{\Delta t}$，亦即$\Delta l=v\Delta t$．

根据以上假定可以确定该段载流导体中的电流强度．该段载流导体的体积为ΔlS，其中电荷总数为$n\Delta lS$，而总电量$Q=en\Delta lS=env\Delta tS$，这样，就是这些电荷所带的总电量在$\Delta t$秒内通过该段导体一端的截面积．根据电流强度的定义，导体中的电流强度可写为

$$I=\frac{Q}{\Delta t}=\frac{env\Delta tS}{\Delta t}=envS$$

将电流 I 代入安培力的公式（$\Delta F=I\Delta l\sin\theta B$）得

$$\Delta F=envS\Delta lB\sin\theta$$

由于该段导体中的总电荷数目为 $\Delta N=nS\Delta l$，那么，作用在每个运动电荷上的力为

$$f=\frac{\Delta F}{\Delta N}=\frac{envS\Delta lB\sin\theta}{nS\Delta l}=evB\sin\theta \qquad (14—3)$$

式中 θ 为电荷运动速度 v 的方向与磁场 B 的方向之间的夹角，因此，式（14—3）可以写成矢量式

$$\boldsymbol{f}=e\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B} \qquad (14—4)$$

此式表示磁场对运动电荷的作用力，此力称为洛仑兹力.

在国际单位制中，e 以库仑为单位，v 以米/秒为单位，洛仑兹力 f 以牛顿为单位.

洛仑兹力的方向如图14—5 所示，运动的正电荷满足右手螺旋法则，这是因为式（14—4)是由正电荷导出的，而运动的负电荷受力方向则反向.

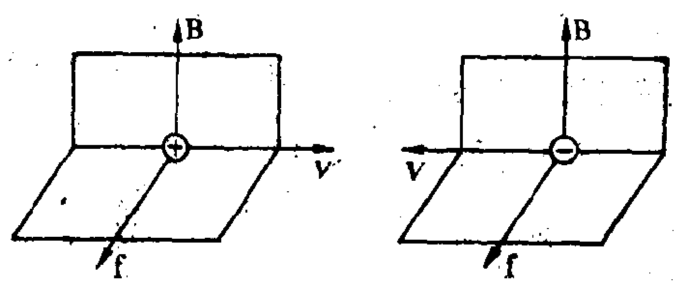


图 14—5　洛仑兹力的方向

洛仑兹力有一个显著的特征，即洛仑兹力的方向总是垂直于 $\boldsymbol{v}$、$\boldsymbol{B}$所在的平面，也就是说$\boldsymbol{f}$既垂直于$\boldsymbol{v}$，又垂直于 $\boldsymbol{B}$. 这就告诉我们洛仑兹力对运动电荷不做功，它不能改变运动电荷速度的大小，但可以改变运动电荷的运动方向.

【例1】 已知地球上空某处的磁感应强度$B=0.4$高斯，方向向北．若宇宙射线中有一速率为$v=5\times10^7$米/秒的质子沿垂直地面的方向由上向下通过该点，求质子所受作用力和获得的加速度．

解 根据洛仑兹力$f=evB\sin\theta$，由于质子的速度方向与磁场方向垂直，即$\sin\theta=1$，所以，质子所受到的作用力为

$$
\begin{aligned}
f&=evB\\
&=(1.6\times10^{-19})(5\times10^7)(0.4\times10^{-4})\\
&=3.2\times10^{-16}(\text{牛顿})
\end{aligned}
$$

根据洛仑兹力的矢量式$\boldsymbol{f}=e\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$可知，$\boldsymbol{f}$的方向向东．

质子的加速度为

$$a=\frac{f}{m}=\frac{3.2\times10^{-16}}{1.67\times10^{-27}}\approx2\times10^{11}(\text{米/秒}^2)\approx2\times10^{10}g$$

其中g为重力加速度．

由此可见，尽管质子所受到地磁场的作用力很小，但由于质子的质量很小，地磁场作用力所产生的加速度比重力加速度大约200亿倍．

【例2】 电量$e=2\times10^{-6}$库仑的电荷，以$\boldsymbol{v}=4\times10^6\boldsymbol{i}$米/秒的速度在$\boldsymbol{B}=(500\boldsymbol{j}+500\boldsymbol{k})$高斯的均匀磁场中运动，求磁场对电荷的作用力$\boldsymbol{f}$．

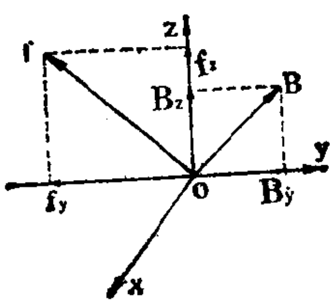


图14—6

解 磁感应强度的大小为

$$B=\sqrt{500^2+500^2}=500\sqrt{2}(\text{高斯})$$

其方位在yz平面内，且与y轴的夹角为45°，如图14—6所示．

运动电荷所受到的洛仑兹力为

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{f}&=e\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}=e(-v_xB_z)\boldsymbol{j}+e(v_xB_y)\boldsymbol{k}\\
&=-(2\times10^{-6})(4\times10^6)(500\times10^{-4})\boldsymbol{j}\\
&\quad+(2\times10^{-6})(4\times10^6)(500\times10^{-4})\boldsymbol{k}\\
&=(-0.4\boldsymbol{j}+0.4\boldsymbol{k})(\text{牛顿})
\end{aligned}
$$

所以 $f=\sqrt{(-0.4)^2+(0.4)^2}=0.4\sqrt{2}(\text{牛顿})$

其方向与y轴负方向的夹角为45°．

§ 14-3 静电场中带电粒子的运动

一、纵向电场作用下的带电粒子

若有一个荷电量为 e 的粒子，放在均匀的电场里，带电粒将受到电场力的作用，即

$$\boldsymbol{F}=e\boldsymbol{E}$$

此处是根据正电荷定义的，如果是负电荷，带电粒子受力的方向与电场的方向相反.

带电粒子受到电场力$\boldsymbol{F}$作用，它必然将沿着力的方向作加速运动.按照牛顿第二定律,假定粒子的质量为m,则粒子的加速度为

$$\boldsymbol{a}=\frac{e}{m}\boldsymbol{E} \tag{14—5}$$

加速度的方向就是电场强度的方向.

经过时间 t 以后，粒子的速度$\boldsymbol{v}$为

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{a}t=\frac{e}{m}\boldsymbol{E}t \tag{14—6}$$

为什么粒子获得这样的速度呢？这是因为电场的能量传递给了粒子.

考虑到电场力和牛顿第二定律，可写为

$$m\boldsymbol{a}=e\boldsymbol{E} \tag{14—7}$$

将该力沿移动距离积分，就能得到粒子所获得的能量W

$$W=\int_1^2 m\boldsymbol{a}\cdot d\boldsymbol{l}=e\int_1^2 \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l} \tag{14—8}$$

现分别计算这个积分.

等式右边的积分$\int_1^2 \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}$ 表示该两点间的电位差,即V. 左边的积分需进行如下的代换: $\boldsymbol{a}=\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$ 而$d\boldsymbol{l}=\boldsymbol{v}dt$，代入式(14—8)，有

$$W=m\int_1^2 \boldsymbol{v}\cdot d\boldsymbol{v}=eV \tag{14—9}$$

或者写成

$$W=\frac{1}{2}m(v_2{}^2-v_1{}^2)=eV \qquad (14—10)$$

其中W表示粒子获得的能量，以焦耳为单位.

如果粒子从静止开始，则

$$W=eV=\frac{1}{2}mv^2 \qquad (14—11)$$

由此可见，原来静止的、带有电荷e的粒子在电场里运动，经过电位差为V的电场力的作用所获得的能量，可以用电荷与电位差的乘积来表示，也可以用粒子的质量与末速度的平方的乘积的一半来表示.

一个电子（$e=1.6\times10^{-19}$库仑）经过电位差为1伏特的“降落”所获得的能量为1.6×10^{-19}焦耳，称1电子伏特.

变换式（14—11），速度为

$$v=\sqrt{\frac{2eV}{m}}\ (米/秒) \qquad (14—12)$$

若电子质量$m=9.1\times10^{-31}$千克，根据式（14—12），得

$$v=5.93\times10^5\sqrt{V}\quad(米/秒) \qquad (14—13)$$

当$V=1$伏特时，电子的速度$v=5.9\times10^5$米/秒；当$V=2500$伏特时，$v=3\times10^7$米/秒，约为光速的十分之一.

以上结论是在粒子的速度远小于光速的情形下导出的，如果粒子的速度接近于光速，那就要考虑相对论效应.

假定电荷为q、静止质量为m_0的一个粒子，在均匀恒定电场E中沿x方向的运动方程为

$$\frac{dp}{dt}\boldsymbol{i}=eE\boldsymbol{i} \qquad (14—14)$$

或者说，粒子在x方向从静止开始加速，我们取$v_y=v_z=0$，则根据$\boldsymbol{P}=m_0\dfrac{V}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$得