

高等学校教学参考书

结 构 力 学

第三版[增订本]

第 一 册

金宝楨(主编) 杨式德 朱宝华 合编

朱宝华 主订

高等教育出版社

高等学校教学参考书

结 构 力 学

第三版[增订本]

第 一 册

金宝楨(主编) 杨式德 朱宝华 合编

朱宝华 主订

高等教育出版社

内 容 提 要

本书为第三版(增订本)。第一版于1958年出版,第二版(合订本)于1964年出版。第三版(增订本)内容基本上是按照1980年5月审订的高等工业学校《结构力学教学大纲(草案)》进行修订的。

本书增订后内容丰富,增添了在道桥工程设计中常用的一些内容,例如,“铁路和公路的标准荷载制”,“换算荷载”,“弹性荷载法绘挠度图”,“五弯矩方程”,等等;增加了新的一章“矩阵位移法”;取消了第二版(合订本)中“用近似法计算超静定结构”一章;充实了“结构动力计算”一章内容,以及对其他章节进行了一定的订正和修改。

本书分一、二、三册。第一册为第一章至第十章。主要内容包括:平面体系的机动分析,静定结构的内力计算,弹性体系的基本定理及结构位移的计算,静定结构的影响线等。第二册为第十一章至第十五章。主要内容包括:力法,位移法,渐近法,矩阵位移法等。第三册为第十六章至第十九章。主要内容包括:结构的极限荷载,结构的稳定计算,结构的动力计算,结构力学的应用及发展。全书采用了国际单位制。各章后附有习题和大部分习题的答案。

本书可作为高等工业学校土建、水利、道桥等专业师生教学用书,也可作为工科其他专业及工程技术人员参考用书。

责任编辑 余美茵

通读加工 王小寅

高等学校教学参考书

结 构 力 学

第三版[增订本]第一册

金宝桢(主编) 杨式德 朱宝华 合编

朱宝华 主订

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

河北香河印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/16 印张 10.75 字数 246,000

1986年2月第1版 1986年3月第1次印刷

印数 00,001—6,700

书号 15010·0711 定价 1.85 元

第一册目录

第一章 绪论1	§ 7-3 用结点法及截面法计算桁架的内力.....62
§ 1-1 结构力学的任务.....1	§ 7-4 结点法和截面法的联合应用.....65
§ 1-2 结构力学与其他课程的关系.....1	§ 7-5 桁架内力图的作法.....68
§ 1-3 结构力学的研究方法.....1	§ 7-6 再分式桁架的计算.....70
第二章 基本概念3	§ 7-7 用零载法检查平面桁架的可变性.....74
§ 2-1 结构的计算简图.....3	§ 7-8 各类平面梁式桁架的比较.....75
§ 2-2 结构的结点.....4	§ 7-9 拱式桁架及组合结构的计算.....76
§ 2-3 结构的支座.....6	*第八章 静定空间桁架82
§ 2-4 杆件结构的分类.....8	§ 8-1 概述.....82
§ 2-5 荷载的分类.....9	§ 8-2 固定空间一结点和一刚体的方法.....83
第三章 平面体系的机动分析11	§ 8-3 空间桁架的机动分析.....85
§ 3-1 机动分析的目的.....11	§ 8-4 结点法.....88
§ 3-2 平面体系的自由度.....11	§ 8-5 截面法.....91
§ 3-3 几何组成的分析.....14	§ 8-6 分解成平面桁架法.....92
§ 3-4 机动分析总结.....17	第九章 弹性体系的基本定理及结构位移
第四章 静定结构的一般概念20	的计算.....95
§ 4-1 静力平衡方程和虚位移原理.....20	§ 9-1 总论.....95
§ 4-2 静定结构的定义和基本特征.....23	§ 9-2 基本概念.....96
§ 4-3 静定结构的特性.....26	§ 9-3 线性形变体系的实功.....98
§ 4-4 叠加原理对静定结构的应用.....27	§ 9-4 线性形变体系的互等定理.....104
第五章 多跨静定梁及静定刚架30	§ 9-5 平面结构的虚功方程.....106
§ 5-1 多跨静定梁的组成.....30	§ 9-6 计算位移的一般公式.....109
§ 5-2 关于梁的内力的几点说明.....32	§ 9-7 静定结构由于荷载所产生的位移.....111
§ 5-3 多跨静定梁的数解法.....34	§ 9-8 静定结构由于温度改变及支座移动所产
§ 5-4 多跨静定梁的特点.....36	生的位移.....116
§ 5-5 静定平面刚架内力图的绘制.....37	§ 9-9 形变体系的反力及内力计算与单位位
第六章 实体三铰拱42	移法.....118
§ 6-1 实体三铰拱的形式及其应用.....42	第十章 静定结构的影响线122
§ 6-2 反力及内力的数解法.....43	§ 10-1 前言.....122
§ 6-3 反力及内力的图解法;压力线的绘制	§ 10-2 影响线的概念.....122
及其应用.....48	§ 10-3 用静力法作简支梁的影响线.....123
§ 6-4 合理拱轴的概念.....51	§ 10-4 伸臂梁及多跨静定梁的影响线.....126
第七章 静定平面桁架57	§ 10-5 结点荷载作用下的影响线.....128
§ 7-1 桁架的特点及其应用.....57	§ 10-6 用机动法作静定梁的影响线.....129
§ 7-2 平面桁架的组成及其分类.....59	§ 10-7 实体三铰拱的影响线.....132
	§ 10-8 梁式桁架的影响线.....133

§ 10-9	拱式桁架的影响线.....	139	§ 10-14	集中力系最不利位置的确定.....	152
§ 10-10	位移影响线.....	141	§ 10-15	铁路和公路的标准荷载制.....	154
* § 10-11	弹性荷载法.....	141	§ 10-16	均布荷载最不利位置的确定.....	157
* § 10-12	弹性荷载的实用公式.....	149	§ 10-17	换算荷载.....	158
§ 10-13	集中力系及分布荷载作用下影响量 的计算.....	150	§ 10-18	简支梁的内力包络图及其绝对最大 弯矩.....	161

第一章 绪 论

§1-1. 结构力学的任务

在工程的范畴内,凡由建筑材料按照合理方式组成并能承担预定任务的物体或体系,都可以称为结构。在土木或水利工程中通常所说的结构,是指直接或间接与地基联结的承受荷载的物体或体系,如房屋、桥梁、闸、坝等。

结构力学这门学科的任务是:(1) 研究结构在荷载、温度变化及支座移动等因素作用下的内力和变形的计算,以进行对结构强度和刚度的验算。(2) 研究结构的稳定性和动力荷载作用下的结构反应。(3) 研究结构的组成规律和合理形式,以及结构计算简图的合理选择。计算强度和稳定性的目的,是使结构满足经济与安全的双重要求;计算刚度的目的,是保证结构不致发生过大的形变。结构的强度、刚度和稳定性,不仅在设计新结构时需要进行计算,而且当已建结构需要承受过去设计时未曾考虑的荷载时,也需要进行核算,从而确定是否需要加固和如何加固。

本课程应起以下的作用:第一,使学生能够比较熟练地进行一般杆件结构的计算,为一些有关的专业课程和毕业设计提供必要的力学基本知识和计算能力。第二,为学生进一步钻研结构理论问题打下一定的理论基础。

§1-2. 结构力学与其他课程的关系

理论力学和材料力学都是学生学习结构力学的先修课程。理论力学为结构力学提供基本的力学原理,如平衡方程、力多边形及索多边形、虚位移原理、达朗伯原理等;结构力学则将这些基本原理应用于结构的计算。材料力学和结构力学都利用简化假设讨论变形体系的强度、刚度和稳定性;但材料力学主要是讲述单个杆件的计算,结构力学则讲述杆件体系(如桁架、刚架、拱等)的计算。以上简单说明结构力学与其先修课程的关系。就其后续课程来说,结构力学的知识在钢结构、木结构、钢筋混凝土结构等专业课程中得到应用。结构力学主要是讲述结构计算的原理及方法;而某一专业课程则应用这些原理和方法,并结合相应的设计规范计算结构的内力、选择杆件的截面以及进一步验算结构的应力。

§1-3. 结构力学的研究方法

结构力学的理论和计算方法都是由实践到认识,再由认识到实践,通过总结、研究、提高而得到的。经验证明,所有这些理论和方法都随着人们在实践中对自然规律认识的深入而加以修改或发展,使之更符合于客观的实际情况。正如毛泽东同志所说:“实践、认识、再实践、再认识,这

种形式，循环往复以至无穷，而实践和认识之每一循环的内容，都比较地进到了高一级的程度”。

我们不能把结构力学看成是一种纯粹计算的课程，实验对结构力学的发展有着重要的意义。因为结构力学既然是研究由某种建筑材料做成的实际结构的内力和形变，所以它的结论就应该以材料的实际性质为依据。因此，结构力学必须充分利用已有的实验结果。其次，我们常会遇到一些新型或复杂的结构，在此情况下某些通常可以忽略的因素就可能成为影响较大而需要考虑的因素。因此，结构力学还需要通过实验来分清主要因素和次要因素，然后再作出比较切合实际的假定，以便建立合理的计算方法。此外，为了全面而彻底地校核结构的计算理论以及了解实际结构的工作性能，有时还需要对实际的工程结构进行现场的实验或观测。

第二章 基本概念

§ 2-1. 结构的计算简图

进行结构的内力计算时，我们常用一种简化图形来代替实际结构。这种简化图形称为结构的计算简图。从目前的科学水平来说，要想严格地按照实际结构(特别是较为复杂的结构)所有各部分的相互作用进行十分精确的分析，几乎是不可能的。即使有这种可能，其分析方法也是十分复杂的，没有实用价值。

因此，结构计算简图的选定是结构分析中一个非常重要而必须首先解决的问题。建立结构计算简图应该满足两个基本的要求：第一，从结构本身的工作情况来说，在忽略了一些次要因素以后，计算简图应该基本上正确地反映结构的主要受力状态。第二，从计算工作量来说，计算简图又应该使结构的内力计算得到最大可能的简化。为了适应具体情况，计算同一结构时可在不同设计阶段采用不同的计算简图。这就是说，当初步选定杆件截面时，可用一种较为简单的计算简图；当最后计算时，再用一种较为复杂的计算简图。

为了说明实际结构的简化过程，先举一个桥梁结构的例子。图 2-1, *a* 示一短跨桥梁。直接作用于桥面板的荷载先通过各横梁传到主梁，再由主梁传到桥台。实际上，由横梁支承的桥面板是连续的；每一横梁与桥面板、横梁与主梁以及主梁与支承垫块之间都有一定的接触面积，而且每一接触面积上的压力分布也是不均匀的。但是为了便于计算主梁内由于已知荷载所产生的弯矩和剪力，我们可以作出以下的假定：第一，桥面板简支在横梁上，这样即可求出每一横梁上由于已知荷载作用所产生的总压力。第二，所有接触面积上的压力分布都是均匀的，这样从每一横梁传到主梁，以及从主梁传到支承垫块的合压力都通过相应接触面积的中心。第三，主梁可用其轴线代表。第四，每一桥台可用一适当的铰支座代表。在这些假定下，可以得出主梁的计算简图及其所受外力，如图 2-1, *b* 所示。这个计算简图不仅为计算主梁的反力和内力提供了简便的方法，而且也基本上正确地反映了主梁的工作情况。

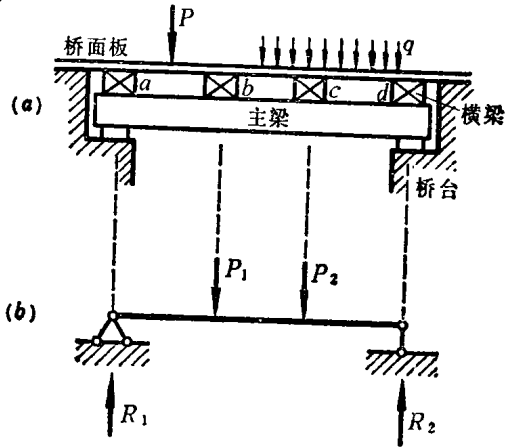


图 2-1

其次，举一个现浇式钢筋混凝土厂房屋架(图 2-2, *a*)的例子。基础部分最先浇筑，接着浇筑柱和梁，使全部屋架成为一个整体。这样，梁和柱可各用其轴线代替；梁和柱的联结处形成为刚结点；柱和基础的联结处形成为固定支座。图 2-2, *b* 示此屋架的计算简图。

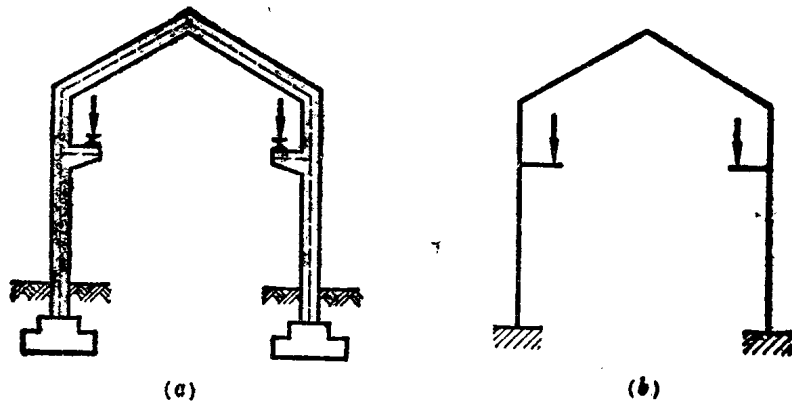


图 2-2

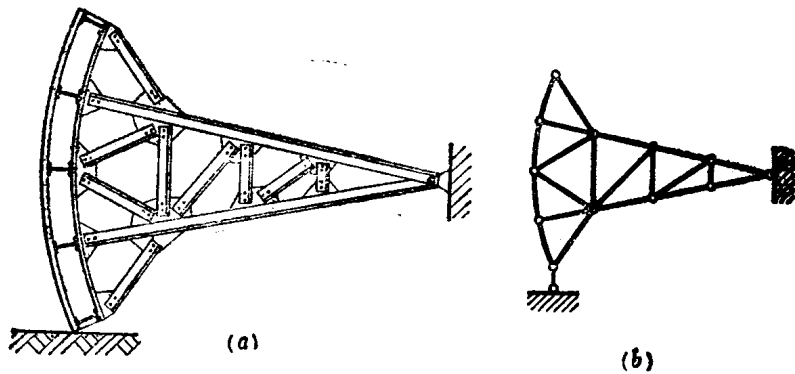


图 2-3

最后举一个水工结构的例子。在图 2-3 中，图 *a* 示弧形闸门支架；图 *b* 示此支架的计算简图。桁架的杆件用其轴线代替；桁架的铆接结点都当作铰结点看待；桁架左端和右端的支座各用可动铰支座和固定铰支座表示。这样，桁架的内力计算将大为简化，而且也体现了桁架中主要只引起轴力的特性。

§ 2-2. 结构的结点

在杆件体系中，两个或多个杆件的共同联结处称为结点。钢木结构和钢筋混凝土结构的结点具有各种不同的构造方案。但是从计算的特点来说，它们可分为铰结点和刚结点两种。这两种结点的基本区别是：联结铰结点的各杆可以绕着结点自由转动；而联结刚结点的各杆则在结点转动时保持相同的转角，即各杆之间的原有夹角保持不变（参看图 2-8）。兹将平面结构和空间结构的结点分述如下：

(1) 平面结构的结点 从几何观点来看，杆件结构可分为平面结构和空间结构；前者各杆的轴线都在一平面内，后者各杆的轴线则不都在同一平面内。实际上，所有杆件结构都是空间结构，但为了简化计算工作，某些空间结构可分解为平面结构来计算。平面结构的结点构造因拼接方法和结构材料而不同。图 2-4 示一钢桁架的铆接结点构造；图 2-5 示一木桁架的结点构造。由于这两种结点的刚度都比较小，在计算时我们常把它们当作铰结点来看待。图 2-6 及图 2-7 各

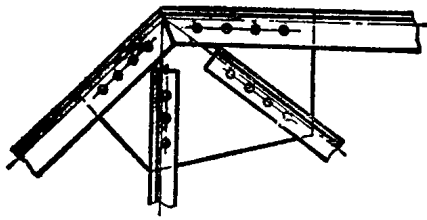


图 2-4

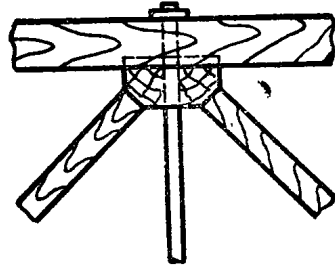


图 2-5

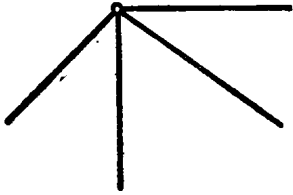


图 2-6

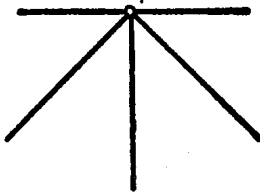


图 2-7

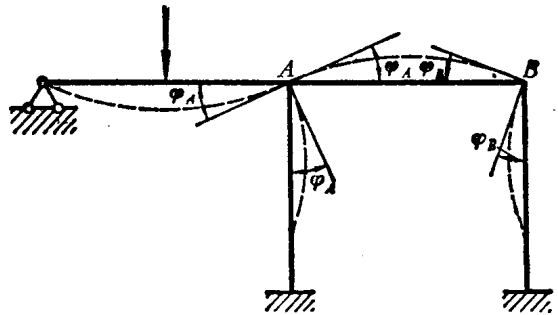


图 2-8

表示图 2-4 及图 2-5 所示结点的计算简图。所谓结点的计算简图是结构的实际结点在计算杆内力时所采取的简化图形，其中联结结点的各杆则各以其轴线代替。图 2-8 示一平面刚架的计算简图，其中结点 A 及 B 都是刚结点。该图清楚地表明，当刚架发生形变时联结刚结点的各杆都转动同一角度。

(2) 空间结构的结点 虽然有不少的空间结构可以分解为平面结构来计算，但还有一些具有明显特征的结构则不能分解为平面结构来考虑。空间结构的结点也分为铰结点和刚结点两种。空间桁架的结点一般都当作铰结点看待。但空间结构的铰结点不同于平面结构的铰结点；后者是一种光滑的圆柱铰，而前者则为光滑的圆球铰。联结圆柱铰的各杆可以绕着通过铰中心而垂直于结构平面的轴线自由转动；而联结圆球铰的各杆则可绕着通过铰中心的任意三个垂直方向自由转动。图 2-9 示一空间桁架的计算简图，其中结点 A 、 B 、 C 、 D 都是铰结点。空间刚架的结点一般都是刚结点。图 2-10 示一空间刚架的计算简图，其中结点 A 及 B 都是刚结点。

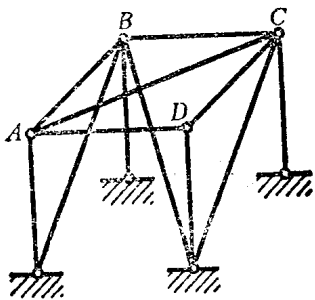


图 2-9

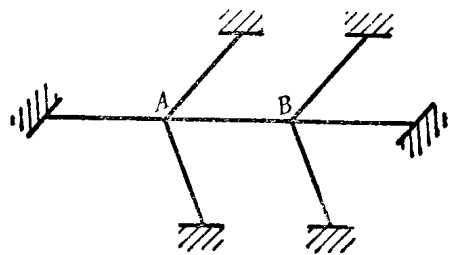


图 2-10

§ 2-3. 结构的支座

我们在讲结构的计算简图时已初步提到结构的支座，本节再作较详细的介绍。结构的支座是联系该结构到地面或其他结构的一种装置，使结构在其支座处容许或避免某些方向的移动或转动。兹将平面结构和空间结构的支座分述如下：

(1) 平面结构的支座 在平面结构中，各杆的轴线和作用于结构上的荷载及支座的反力都在同一平面内。平面结构的支座具有以下四种基本类型：

(a) 可动铰支座 这种支座的构造如图 2-11, *a* 所示，其中上均衡座装在上部结构与铰之间，下均衡座装在铰与辊轴之间，辊轴的下面为垫块及基础。从机动观点来看，可动铰支座既容许结构绕着铰轴转动，又容许结构沿着垫块平面左右移动。如果略去摩阻力的影响，则支座反力 R_y 的作用线将通过铰心并与支座平面垂直。这种支座上的反力只有一个未知量，即 R_y 的量值。在图 2-11, *b* 所示的计算简图中，可动铰支座只用一根支杆 AB 来表示。由此简图可知，结构可绕圆柱铰 A 转动，并可沿着以 B 点为圆心及 BA 为半径所作的圆弧的方向移动。假如移动很小，则其方向可以视为是水平的。

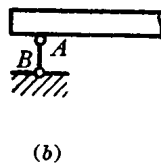
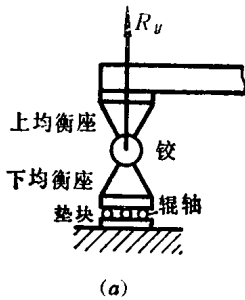


图 2-11

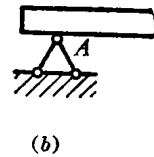
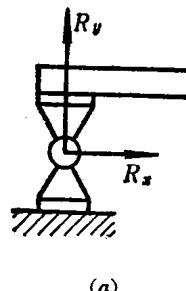


图 2-12

(b) 固定铰支座 这种支座的构造如图 2-12, *a* 所示。因下均衡座固定在基础上，所以结构只能绕着铰轴转动。由图可知，固定铰支座的反力共有两个未知量：即反力的量值及其方向，或水平分反力 R_x 与竖向分反力 R_y 的量值。图 2-12, *b* 示此种支座的计算简图，两根支杆以 A 点为其共同铰。

(c) 定向支座 图 2-13, *a* 示这种支座的构造。定向支座只容许在平行于支座平面方向移动，而不容许发生任何转动。因此，支座反力的方向显然垂直于支座平面。反力的未知量有两个：竖向分反力 R_y 和支座力矩 M 的量值。这种支座的计算简图如图 2-13, *b* 所示，包括两根与

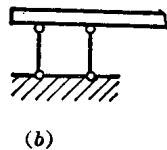
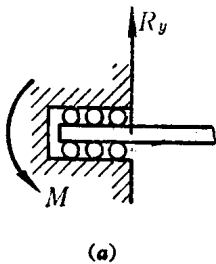


图 2-13

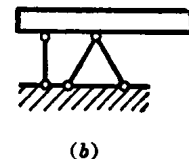
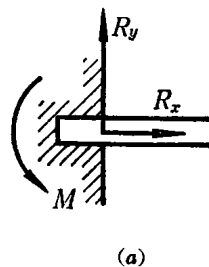


图 2-14

R_y 平行的支杆。

(d) **固定支座** 图 2-14, a 示一最简单的固定支座。这种支座既不容许结构发生转动, 也不容许发生移动, 故其反力共有三个未知量: 即水平分反力 R_x 、竖向分反力 R_y 和支座力矩 M 的量值; 前两个分反力的量值也可以用其合力的量值及其方向来代替。图 2-14, b 示固定支座的计算简图, 三根支杆不全平行, 亦不同交于一点。

由上述可得结论如下: 任意一种支座计算简图中所用的支杆数应等于这种支座反力的未知量数。

(2) **空间结构的支座** 空间结构的支座有下列三种:

(a) **可动圆球支座** 这种支座的构造如图 2-15, a 所示。圆球可在上下两平板之间自由滚动。被支承的结构可绕通过球心的三根轴线转动, 并可沿着 x 、 z 两轴方向移动。反力须通过球心, 沿着 y 轴方向作用。这种支座的计算简图可用一根支杆来表示(图 2-15, b)。因这种支座能使结构沿一平面移动, 故亦称为**面支座**。

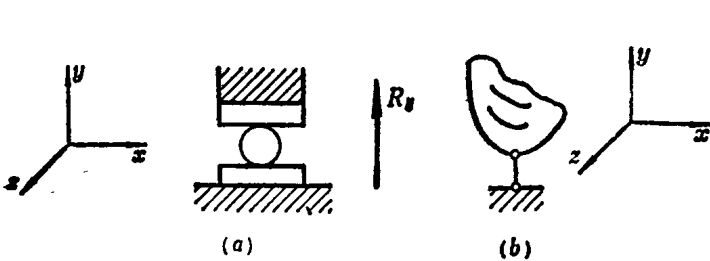


图 2-15

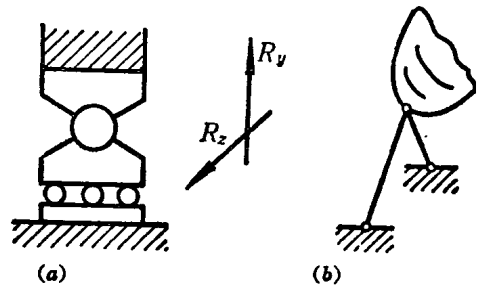


图 2-16

(b) **可动圆柱支座** 这种支座的构造如图 2-16, a 所示。在上下均衡座之间的凹穴内嵌一圆球。下均衡座支于一组圆柱上, 圆柱可在支承垫块上滚动。结构可绕通过球心的三根轴线转动, 并可沿支承垫块在垂直于圆柱轴线方向移动。因反力须通过球心并在与移动方向垂直的平面内, 故可分解为 R_y 与 R_x 两个分力。这种支座的计算简图可用 yz 平面内的两根共点支杆来表示(图 2-16, b)。由于这种支座能使结构沿一直线移动, 故亦称为**线支座**。

(c) **固定圆球支座** 这种支座的构造如图 2-17, a 所示。在上下均衡座之间的凹穴内嵌一圆球, 下均衡座固定于基础。结构可绕通过球心的三根轴线转动, 但不能沿任何方向发生移动。反力必须通过球心, 但方向不定, 故可分解为三个分反力 R_x 、 R_y 、 R_z 。这种支座的计算简图可用三根不共面而共点的支杆来表示(图 2-17, b)。由于这种支座只能使结构绕着一点发生转动, 故亦称为**点支座**。

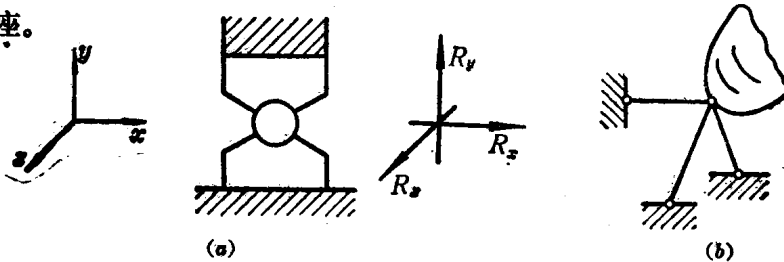


图 2-17

§ 2-4. 杆件结构的分类

在结构力学中,我们总是用计算简图代替实际结构。

杆件结构是结构的一个重要类型,是结构力学的主要研究对象。我们可从不同的观点对杆件结构作不同的分类。首先,从杆件相互联结的特性来看,杆件结构可分为桁架、刚架和混合结构三种。桁架是由许多链杆(两端为铰结的杆件)组成的体系(图 2-18, a);刚架是由许多杆件主要用刚结点联结起来的体系(图 2-18, b);混合结构是由梁件和链杆组成的体系(图 2-18, c),其中有些结点是铰结合,有些结点是刚性结合。

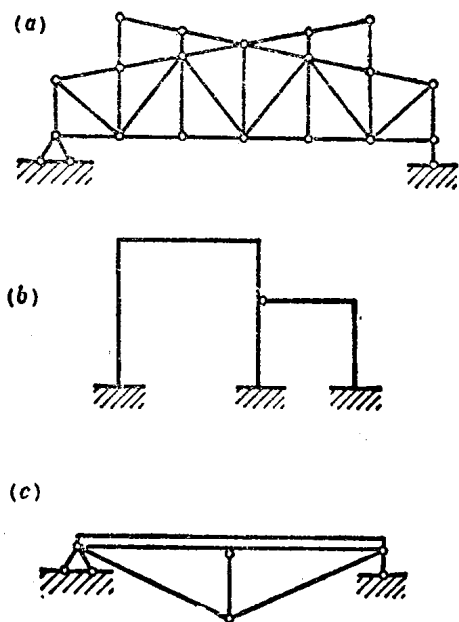


图 2-18

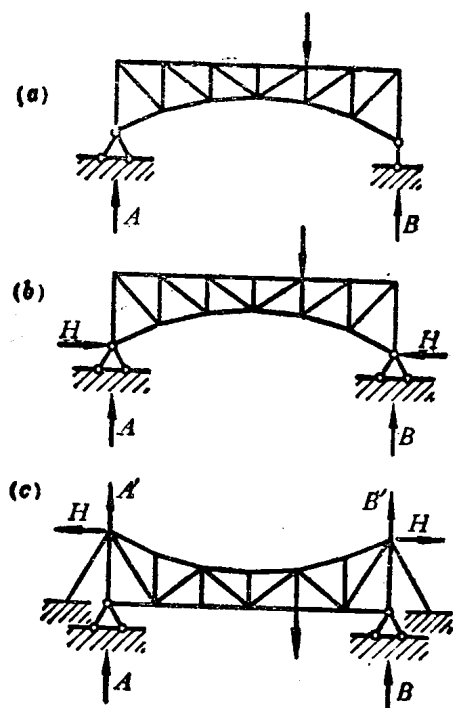


图 2-19

其次,从支座反力的作用情况来看,杆件结构可以分为梁式结构、拱式结构和悬式结构三种。梁式结构的特点是,在竖向荷载作用下只会产生竖向支座反力(图 2-19, a)。拱式结构的特点是,在竖向荷载作用下除产生竖向支座反力外,还产生向内作用的水平反力(图 2-19, b)。悬式结构亦可称为索式结构,它的特点是,在竖向荷载作用下除产生竖向支座反力外,还产生向外作用的水平反力(图 2-19, c)。

此外,从计算的特点来说,杆件结构又可分为静定结构与超静定结构两种。前者是指在一定的假设下所有反力和内力只用静力平衡方程即可确定的结构;后者是指在一定的假设下所有或部分反力和内力除应用静力平衡方程外,还必须考虑结构的形变条件才能确定的结构。这里所说的一定的假设是,在计算结构的反力和内力时可以略去由于荷载所产生的形变对于杆件长度及其位置的影响;换句话说,在荷载作用下结构发生形变以后,我们计算反力及内力时所用的杆件长度及其位置可以假定与它们在结构发生形变以前时相同。在图 2-18 中,图 a 为静定结构;

图 b 及图 c 都是超静定结构。

§ 2-5. 荷载的分类

荷载有狭义和广义两种意义。狭义荷载是主动作用于结构上的外力；广义荷载是使结构发生内力与形变的任何外部作用因素，如温度变化、基础移动、装配误差、材料收缩等。我们通常讲的荷载是指狭义荷载。

在进行结构计算之前，须对结构应当承受的各项荷载作出合理的确定。有些荷载比较肯定，其确定并不困难；但在很多情况下荷载的合理确定却需要丰富的经验和深入的考察研究。例如，结构上风荷载和雪荷载的确定常牵涉到很多因素，需要对当地长期的气象记录和水文资料进行详细的统计分析。在确定荷载时，常使用或参考有关的“荷载规范”。总之，荷载的合理确定是进行合理设计和结构计算的前提。设计荷载的估计不宜过高或过低；过高将造成浪费，过低将使结构不安全。对于某些荷载，例如作用于公路桥梁或铁路桥梁上的移动荷载，更需要慎重确定；因不仅要考虑当前的需要，还要考虑到移动荷载将来可能的增长。由此可见，荷载的合理确定对结构的设计和使用都有很大的关系。

根据不同的观点，荷载主要有以下的分类：

(1) 分布荷载与集中荷载 根据荷载作用的范围，荷载可分为分布荷载与集中荷载。均布荷载是分布荷载的一个特殊情况。实际上，真正的集中荷载是不存在的，但在计算时常将作用于较小长度上的荷载当作集中荷载看待。

(2) 永久荷载与临时荷载 根据荷载作用时间的久暂，荷载可分为永久荷载与临时荷载。永久荷载是永恒作用的荷载，如结构的自重及其附属部分的重量。临时荷载是暂时作用的荷载，如屋面上的雪荷载和风荷载以及公路桥梁上的行人、车辆等。

(3) 固定荷载与移动荷载 按照荷载位置的是否变化，荷载可分为固定荷载与移动荷载。永久荷载总是固定荷载；临时荷载总是移动荷载。移动荷载又可分为行动荷载与可移荷载，前者如桥梁上的车辆荷载，后者如屋面上的雪荷载。

(4) 静力荷载与动力荷载 根据荷载作用的特性，荷载可分为静力荷载与动力荷载。静力荷载是缓慢地加到结构上的荷载，其大小与位置的变化极为缓慢而可略去惯性力的影响。与此相反，动力荷载的大小与位置都随时间迅速变化着，因而必须考虑惯性力的影响。

(5) 主要荷载、附加荷载与特殊荷载 设计工业与民用建筑时，按照设计规范的规定^①，荷载可分为主要荷载、附加荷载与特殊荷载。主要荷载是结构在正常使用条件下经常作用着的荷载，如结构的自重、雪荷载、行动荷载、土压力、水压力等。附加荷载是临时作用的荷载，如风荷载、不可能长期积雪地区的雪荷载，不正常的动力荷载、安装用吊车的行动荷载等。特殊荷载是在偶然特殊情况下作用的荷载，如地震力、因水灾引起的水压力等。对结构进行核算时，可采用

^① 参看中华人民共和国原建筑工程部颁布的工业与民用建筑结构“荷载规范”TJ9-74(试行)及中华人民共和国交通部颁布的“标准公路桥涵设计规范(试行)”14 页至 31 页。

以下的荷载组合:

- (a) 主要荷载;
- (b) 主要荷载+附加荷载;
- (c) 主要荷载+附加荷载+特殊荷载。

设计时应对上述三种组合采用不同的安全系数;即第一种的安全系数应高一些,第二种组合应低一些,第三种组合应再低一些。

第三章 平面体系的机动分析

§ 3-1. 机动分析的目的

结构受荷载作用后,材料产生应变,因而使结构发生形变。但是结构的这种形变一般是很小的。在不考虑这种微小形变的情况下,如果一个体系的位置和形状是不能改变的,我们把它称为几何不变体系或简称不变体系。图 3-1, a 所示简支梁 AB 就是一个不变体系。荷载作用于一个不变体系时,将立刻受到弹性抵抗,而不能引起刚体运动。如果不考虑材料的应变,而体系的位置或形状可以改变时,我们把它称为几何可变体系,或简称可变体系。可变体系在某些荷载作用下,可以发生刚体运动。图 3-1, b 所示梁 $A'B'$ 就是可变体系,因为它在所示荷载作用下是不能维持平衡的;虚线表示该梁可能发生的刚体位移。

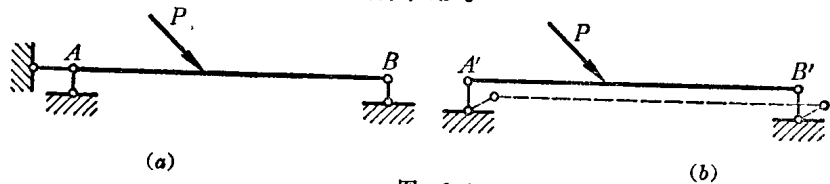


图 3-1

显然,可变体系不能用作建筑结构,因建筑结构必须是不变体系。机动分析的目的有两个:(1) 决定一个体系是否可变;(2) 研究不变体系的组成规律。本章只讨论平面体系的机动分析,空间体系的机动分析将在以后讨论空间桁架时阐述。

§ 3-2. 平面体系的自由度

为了决定一个体系是否可变,首先需要计算该体系运动的自由度。一个体系的自由度就是体系运动时可以独立改变的几何参数的个数,也就是完全确定体系的位置所需要的独立坐标数。

图 3-2 示一点 A , 可以在 xy 平面内自由运动。因为此点运动时可以独立地改变的参数为 x 及 y 两个坐标,所以一点在平面内的自由度是 2。图 3-3 示一几何形状不变的平面体,简称为刚片。先用 x 及 y 二坐标确定刚片内一点 A 的位置,然后用坐标 φ 确定刚片内任一直线 AB 的倾

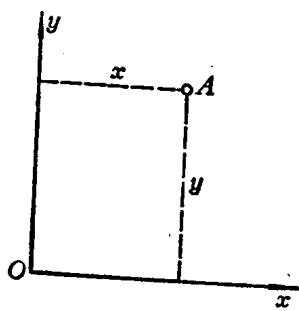


图 3-2

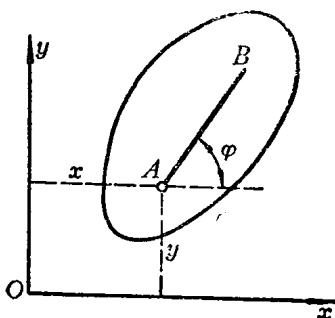


图 3-3

角,这样就完全确定了刚片在平面内的位置。所以,刚片在平面内的自由度是3。

下面将推导常遇到的两种平面体系的自由度公式。

1. 刚片系的自由度

刚片系乃是一组刚片,用铰互相联结着,并用支杆与基础相联(图3-4)。假如铰和支杆都不存在,则每个刚片即可在平面内自由运动,其自由度为3。今以 m 表示刚片数,则体系的总自由度将为 $3m$ 。实际上铰和支杆的存在都使自由度减少。下面我们将分别考虑铰和支杆对自由度的影响。

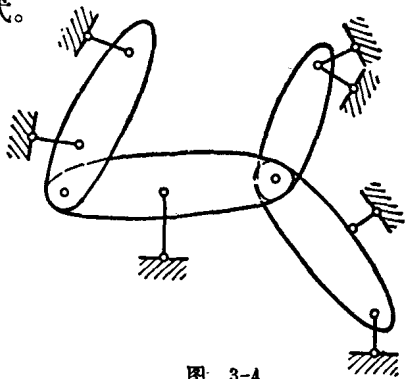


图 3-4

如图3-5, a 所示,联结两个刚片的铰称为简单铰。如果用三个坐标确定了刚片 I 的位置,则刚片 II 便只能绕 A 点转动,因此只要一个坐标便可以确定刚片 II 的位置。由此可见,由于简单铰的存在,刚片 I 和刚片 II 的自由度由6减为4。因此,一个简单铰可以减少2个自由度,其作用相当两个约束。同理,联结三个刚片的铰(图3-5, b)减少4个自由度,相当4个约束,因而可以把它看作两个简单铰。一般说来,从减少自由度的观点来看,联结 n 个刚片的铰可以当作 $n-1$ 个简单铰。

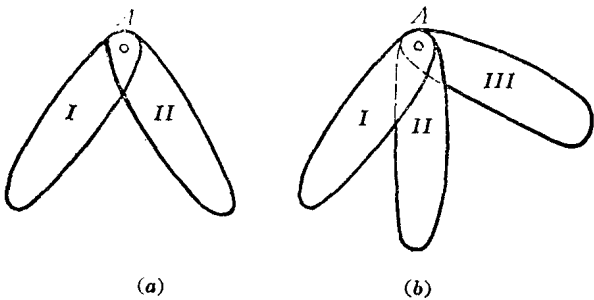


图 3-5

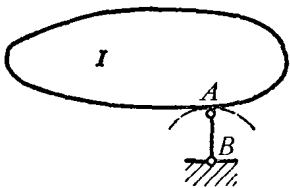


图 3-6

容易看出,每一支杆减少1个自由度,相当1个约束。图3-6示一刚片,用支杆 AB 与基础相联。 A 点只能沿一个中心为 B 及半径为 AB 的圆弧移动; A 点位置确定后,刚片 I 便只能绕 A 点转动。因此,支杆 AB 可使刚片的自由度由3减为2,即一支杆相当1个约束。

总起来说,以 m 表示刚片系的刚片数,以 h 表示其简单铰数,以 r 表示其支杆数,则刚片系的自由度为

$$W = 3m - 2h - r \tag{3-1}$$

应用公式(3-1)时,必须注意:简单铰数 h 只包括刚片与刚片之间互相联结所用的铰,而不包括刚片与支杆相联结所用的铰。

当体系不与基础相联,即支杆不存在时,我们可以把体系的自由度分为两部分:(1)体系作为一个整体在平面内运动的自由度,其数值等于3;(2)体系各部分之间相对运动的自由度,简称为内部可变量,用 V 表示。将 $r=0$, 及 $W=3+V$ 代入式(3-1),则得到刚片系的内部可变