




近代机电控制工程

史维祥 等著

 机械工业出版社

近代机电控制工程

史维祥 唐建中 周福章
李运华 庞全 何洪 著
陆璐



HD40/05



403970



机械工业出版社

本书主要结合液压伺服系统、机械加工控制系统和机器人伺服系统,论述了现代控制理论特别是最近几年才出现的一些较新的控制理论的具体设计与应用方法。书中的主要内容是著者在归纳和总结由著者在西安交通大学所主持的研究梯队和国内一些其他院校近年来从事有关近代控制方法及其在机电控制系统中应用的研究工作的基础上,并参考了国外在这一领域内的最新文献和著作写成的。全书共分9章,分别论述了状态反馈与最优控制、自适应控制、变结构控制、H_∞控制、学习控制以及基于模糊逻辑推理、专家系统、神经网络及遗传算法实现的智能控制等。本书是国内外第一本结合机电系统的控制,系统地论述近代控制理论及其应用的专著。本书内容新颖,注重工程实际。本书可供从事机械工程(特别是液压与机电控制)、自动控制理论及应用和机电一体化领域的工程技术人员参考,也可作为机械电子工程和其他相关专业博士研究生和硕士研究生的教材。

图书在版编目(CIP)数据

近代机电控制工程/史维祥等著. —北京:机械工业出版社, 1998. 8
ISBN 7-111-06757-6

I. 近… II. 史… III. 自动控制 IV. TP273

中国版本图书馆CIP数据核字(98)第24077号

出版人:马九荣(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

责任编辑:王淑芹 李建秀 责任校对:王淑芹 梅仲勤

封面设计:宋晓磊

机械工业出版社京丰印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行

1998年7月第1版第1次印刷

787mm×1092mm^{1/16}·14.75印张·365千字

印数:0 001-1000册

定价:24.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

前 言

机械工程一般是指人类从事设计和制造生产工具完成所规定要求的自然活动的总称。机械科学是技术科学中比较古老的学科之一。早期的机械由于用途单一和功能简单,一般只有原动机、传动机构和作业装置三部分组成。进入70年代以来,以大规模集成电路、微型计算机、高性能机电执行元件和传感器技术为代表的电子技术、材料技术、信息与自动控制技术迅速被应用到机械工程领域中,出现了种类繁多的采用计算机控制的机械、仪器和军械装备,以及具有柔性功能的自动化生产线、车间和工厂,大大提高了机械的综合性能(快速性、精度和可靠性),彻底改变了传统机械中由传动链和传动副来传输功率和调节力与运动的格局,而代之以功率介质传输(PBM, Power by Medium)、高性能伺服控制器和执行元件为主体的机电子系统分散配置和基于总线与信息融合的分布式计算机综合控管系统为特征的机电一体化(Mechanical and electrical integration)机械装置。和传统的机械装置的组成不同,机电一体化机械装置是由原动机、传动机构、控制与调节机构、作业装置、和检/监测与显示等5部分组成,其中控制与调节机构对确保机电一体化机械装置的工作性能起着至关重要的作用。机电控制工程就是研究如何设计控制器并合理构成控制系统使机电系统达到所要求的性能和要求的科学,它是自动控制、机械工程、和信息科学相结合的产物,在机电一体化技术中占有重要的地位。按所采用的控制理论不同,可将机电控制工程分为经典机电控制工程和近代机电控制工程。前者采用经典控制理论(Classical control theory),其特点是单输入/单输出、频域法和列线图法,它在20世纪40年代初建立,到50年代已非常完善。后者采用现代控制理论(Modern control theory)或智能控制理论(Intelligent control theory),更适宜于处理具有多输入/多输出、非线性、变参数的复杂时变机电系统。现代控制理论是20世纪60年代初诞生的,它以卡尔曼的可控性和可观测性理论、贝尔曼动态规划、卡尔曼滤波、庞特里亚金极大值原理为标志,立足于状态变量法,采用李雅普诺夫稳定性理论或超稳定性理论在时域内研究复杂系统,要求系统达到某种最优性能指标。现代控制理论的发展虽然解决了不少经典控制理论难以解决的问题,但它在较大程度或部分程度上依赖被控对象模型的建立,这使它的应用受到一定程度的限制。智能控制的基本思想是模仿人和动物如何根据外部环境调整自身使之适应的机制来构造控制器完成对难以建模或模型具有严重不确定性复杂系统的控制。智能控制的机制有3种类型:符号逻辑机制、联接机制和进化机制。它们的代表是,20世纪60年代中期K. S. Fu提出的专家控制,1964年Widrow采用Adline网络和LMS算法构成的Bang-bang控制器实现小车倒摆系统的神经网络控制,1974年E. H. Mamdani提出的模糊控制,和1975年J. H. Holland提出的遗传算法。随着人工智能、计算机、信息处理、和运筹学等技术的迅速发展,智能控制在20世纪80年代初前后已开始推广应用。此外,在这过程中各种鲁棒控制理论亦有长足的研究和发展。为区别于早期的仅包括状态反馈和最优控制的现代控制理论,本书把早期的现代控制理论,及以自适应控制、变结构控制、H_∞控制为主要内容的后现代控制理论(Post-modern control theory)和智能控制理论统称为近代控制理论(Advanced control theory)。本书是国内外第1本采用此体系的著作,其目的就在于对各种

新发展起来的近代控制理论及实施方法作一扼要的基本的介绍,使读者对它们有一较全面的了解。本书各章除叙述各种控制理论外,还都附有实例。实际上,读者一旦掌握了有关内容后,在一般情况下就能解决实际问题。

本书主要结合液压伺服系统、机械加工过程控制和机器人伺服系统,介绍和讨论近代控制理论特别是最近几年才出现的一些较新的控制理论及其具体的设计与应用方法。书中的主要内容是著者在归纳和总结由著者在西安交通大学所主持的研究梯队和国内一些其他院校近年来从事有关近代控制方法及其在机电控制系统中的应用的研究所,并参考了国外在这一领域的最新文献与著作写成的。本书中所涉及的主要研究工作曾先后3次得到国家自然科学基金、2次得到国家教委博士点基金的资助,先后获各种奖励3次,培养博士和硕士20余名。书中的部分研究成果曾在航空发动机地面模拟系统、导弹壳体加载系统和异圆加工系统获得了成功的应用,产生了极大的社会效益。

本书第1、2章介绍了最优控制及自适应控制,这两部分控制理论相对已较成熟。第3、4章介绍了变结构控制与 H_∞ 控制策略,它们是两种典型的鲁棒控制。第5章是属于自学习控制范畴,这种控制策略对重复运动的控制是很有效的。第6、7、8章分别是模糊控制,专家控制系统及神经网络控制的介绍,它们属于新发展起来的智能控制。第9章介绍了遗传算法的基本原理与方法及基于遗传算法的系统控制,使读者对这一新发展起来的控制算法有一初步的了解。

本书由西安交通大学、北京航空航天大学、东北大学及洛阳工学院的有关老师参加撰写。具体分工为:史维祥(前言部分内容、第6章、第7章)、唐建中(第5章、第9章)、周福章(第1章)、李运华(第3章和前言部分内容)、庞全(第2章)、何洪(第8章)及陆璐(第4章),史维祥和李运华负责统稿。张杰为本书出版做了很多工作。在此致以谢意。

由于我们水平有限,书中一些不妥和错误之处敬请读者不吝指正。

史维祥

1998年5月于西安

目 录

前言

第 1 章 状态反馈控制及二次型最优控制

1 概述	(1)
2 输出反馈与状态反馈	(2)
3 状态反馈控制系统的极点配置	(4)
4 线性二次型最优控制	(8)
参考文献	(15)

第 2 章 自适应控制

1 概述	(16)
2 随机自适应控制	(19)
3 模型参考自适应控制	(30)
4 基于超稳定理论的间接自适应控制	(35)
5 应用实例	(38)
参考文献	(41)

第 3 章 变结构控制

1 概述	(42)
2 变结构控制的基本理论	(46)
3 连续时域的变结构控制	(54)
4 连续时域 VSC 的品质分析	(58)
5 连续时域 VSC 的鲁棒性分析	(61)
6 连续时域 VSC 的抖振及减抖措施	(62)
7 应用实例	(66)
参考文献	(70)

第 4 章 H_{∞} 控制

1 概述	(72)
2 标准 H_{∞} 控制问题	(73)
3 Hankel 算子与标量模型匹配问题的求解	(83)
4 状态空间 H_{∞} 控制方法	(87)
参考文献	(94)

第 5 章 学习控制

1 概述	(95)
2 连续时间系统的迭代学习控制	(95)
3 离散时间系统的迭代学习控制	(106)
4 重复控制	(113)
5 学习控制在机电伺服系统中的应用	(117)
参考文献	(123)

第 6 章 模糊控制系统

1 概述	(124)
------------	-------

2 模糊关系及模糊控制原理	(125)
3 模糊控制器的设计	(131)
4 模糊控制输出的非模糊化推理方法	(143)
5 模糊控制与其他控制方式相结合的系统	(150)
参考文献	(153)
第 7 章 专家控制及基于知识的控制系统	
1 专家控制系统的特性	(154)
2 直接专家控制与间接专家控制系统	(161)
3 基于知识的机器人控制	(168)
参考文献	(176)
第 8 章 神经网络控制理论与应用	
1 概述	(177)
2 神经网络及其控制的基本原理	(178)
3 多层感知器及其在控制中的应用	(188)
4 Hopfield 网络原理及其在控制中的应用	(196)
5 小脑模型连接控制器 (CMAC) 基本原理及其在控制中的应用	(201)
6 径向基函数网络 (RBFN) 原理及其在控制中的应用	(207)
参考文献	(212)
第 9 章 遗传算法及其在机电控制中的应用	
1 概述	(214)
2 简单遗传算法及遗传算法的设计与实现技术	(215)
3 基于 GA 的迭代学习控制和神经网络控制	(221)
4 遗传算法在最优控制中的应用	(224)
参考文献	(228)

第1章 状态反馈控制及二次型最优控制

1 概述

控制系统有线性的，也有非线性的。严格来讲，纯粹的线性控制系统是不存在的。实际的控制系统或多或少都存在一定的非线性，但是在一定条件下，将某些系统近似地按线性化的方法处理，并不会带来太大的误差，应用线性控制理论设计，基本可以满足工程要求。线性控制理论已发展为现代控制理论的一个非常重要的独立分支，其本质是一种时域分析法，即所谓状态空间法，它分析和综合控制系统的目标是要揭示系统的内在规律，实现系统在一定意义下控制的最佳化。

状态反馈控制系统主要以线性控制理论为基础，是线性控制理论综合应用最成熟、最实用的部分之一。状态反馈控制系统的分析和综合，既涉及系统的稳定性，可控性与可观性，状态反馈与状态估计等基本概念，又包括极点配置、状态观测器的理论与设计等基本内容，而这些都是现代控制理论的重要基础。

应用状态反馈方法，可以实现系统在二次性能指标函数意义下的控制的最优化，即二次型最优控制，它的优点是在数学处理上较简单，是对线性控制系统进行最优设计的重要方法。

系统的可控性与可观性是现代控制理论中两个非常重要的基本概念。

可控性与可观性是卡尔曼 (Kalman) 在 60 年代初提出来的。可控性研究的是系统的输入变量 U 对系统的状态变量 X 的控制作用；可观性则研究的是系统的输出变量 Y 对系统的状态变量 X 的观测能力；二者都是探讨外部与内部之间的关系，如图 1-1 所示。

为了使控制系统能够获得良好的性能，必须采用状态反馈，而采用状态反馈的前提是要求系统的状态变量可被控和可被观测，因此就需要研究系统的可控性与可观性。现代控制理论中的最优控制和最优估计也都是以系统具有可控性与可观性为先决条件的。

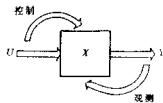


图 1-1 可控性与可观性

1.1 可控性的概念 (Controllable)

从物理意义上讲，可控性是指人为地改变系统的输入量（控制量） U ，如果能引起系统状态变量 X 的变化，则该系统是可控性的，如果改变 U 对 X 毫无作用，则该系统是不可控的。

用数学的语言来讲，可控性的定义是：“在有限的时间内 ($t_0 \rightarrow t_1$)，通过改变系统的控制量 U ，如果能使系统的全部状态变量 X ，由任意的初态 $X(t_0)$ 转移到终态 $X(t_1) = 0$ ，则系统的状态是完全可控的”，简称“可控”。如图 1-2；“如果在有限时间内 ($t_0 \rightarrow t_1$)，通过改变控制量 u ，能使系统的全部状态变量 X ，由初态 $X(t_0) = 0$ 转移到终态 $X(t_1)$ 为任意值，则系统的状态是“完全可达的”，简称“可达”。如图 1-3。对于线性定常连续系统，可控性与可达性是等价的。

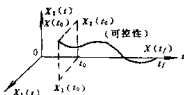


图 1-2 可控性

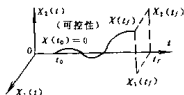


图 1-3 可达性

1.2 可观性的概念(Observable)

从物理意义上来说,可观性是指不断地对系统的输出量 Y 进行量测,如果能从中辨认出系统内部的状态变量 X ,则该系统是可观的,简称为可观的。反之,从 Y 的测量数据中,根本得不到有关 X 的任何信息,则该系统是不可观测的。

用数学的语言讲,可观性的定义是:“在有限的时间内($t_0 \rightarrow t_f$)通过对系统的输出变量 y 的不断观测,如果能把系统全部初态 $X(t_0)$ 都唯一的确定下来,则该系统是完全可观的”,简称“可观”。“如果在有限的时间内($t_0 \rightarrow t_f$),通过对 Y 的不断观测,能把系统的全部终态 $X(t_f)$ 都唯一的确定出来,则称该系统是完全可检测的”,简称“可检”。对于线性定常连续系统,可观性与可检测性也是完全等价的。

有关系统可控性和可观性的判别方法请参考文献[1~3]。

2 输出反馈与状态反馈

控制系统最基本的形式是由受控系统和反馈控制规律所构成的反馈系统。在古典控制理论中,习惯于采用输出反馈;而在现代控制理论中,通常采用状态反馈,这就构成了反馈的两种基本形式。

2.1 输出反馈

反馈能改变系统的动、静态性能,是自动控制的一个基本原理。

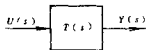


图 1-4 开环控制系统

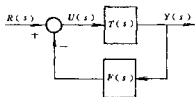


图 1-5 输出反馈

如图 1-4 所示是一个没有反馈的开环控制系统,这个系统的传递函数为

$$T(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \quad (1-1)$$

在古典控制理论中,我们知道系统的性能是由传递函数来决定的。例如

$$T(s) = \frac{1}{s-1}$$

这表明系统的极点 $s=1$,也即系统的特征根 $\lambda=+1$,因而这个系统是不稳定的。

为了改善系统的动态性能,常常将系统的输出量 $Y(s)$ 经过适当加工后再送回输入端,这种措施称为输出反馈,如图1-5。

加入负反馈环节 $F(s)$ 之后,传递函数变成了

$$W(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{T(s)}{1 + F(s)T(s)} \quad (1-2)$$

式中 $T(s)$ 是原系统固有的开环传递函数,它是不能任意改变的*。但反馈环节的传递函数 $F(s)$ 是可以人为改变的。显然,只要适当选取 $F(s)$,就可以改变系统的闭环传递函数 $W(s)$,从而也就改变了系统的动态性能。

2.2 状态反馈

为了全面改善系统的动态性能,可以将系统的全部状态变量都经过适当的加工后,再送回输入端,这就构成了“全状态反馈”,简称“状态反馈”。

如图1-6所示是系统在未加反馈之前的状态变量图。

这时系统的状态方程为 $\dot{X} = AX + Bu$

输出方程为 $y = CX$

加入状态反馈后,系统的状态变量图变成了图1-7。

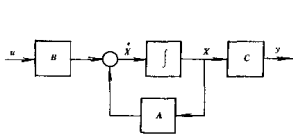


图 1-6 未加反馈之前系统的状态变量图

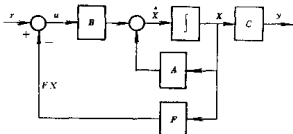


图 1-7 引入反馈后系统的状态变量图

由图可知

$$u = r - FX \quad (1-3)$$

所以

$$\dot{X} = AX + Bu = AX + B(r - FX)$$

即

$$\dot{X} = (A - BF)X + Br \quad (1-4)$$

式(1-4)就是加入状态反馈后,闭环系统的状态方程。式中, A, B 矩阵都是原系统给定的,是不能任意改变的。但反馈矩阵 F 却是可以人为改变的,只要改变 F ,就可以使 $(A - BF)$ 发生改变,从而可以改变系统的动态性能。

例如,当 $r = 0$ 时,系统的状态方程就简化成 $\dot{X} = (A - BF)X$ (1-5)

其解为

$$X(t) = \exp[(A - BF)t]X(0) \quad (1-6)$$

如果原系统 A 所对应的特征根不完全具有负实部,则系统将是不完全稳定的,这时,只要适当选取反馈阵 F ,使 $(A - BF)$ 所对应的特征根均为负实部,就可以使原来不稳定的系统转

* 当 $T(s)$ 由被控对象唯一决定时。

化为稳定系统。

2.3 反馈对闭环系统的可控性与可观性的影响

2.3.1 状态反馈不改变受控系统 $\Sigma_0 = (A, B, C)$ 的可控性, 但不保证系统的可观性不变
可用下例来说明。

例 1.1 设系统

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} [u] \\ y = [1 \quad 2] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

试分析系统引入状态反馈 $F = [3 \quad 1]$ 后的可控性与可观性。

解: 原系统的可控性矩阵和可观性矩阵的秩分别为

$$\text{rank } S = \text{rank}[B|AB] = \text{rank} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = 2$$

$$\text{rank } V = \text{rank} \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 4 \end{bmatrix} = 2$$

原系统同时具有可控性及可观性。

状态反馈系统的状态方程为

$$\dot{X} = [A - BF]X + Bu = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} [u]$$

故状态反馈系统的可控性矩阵的秩为

$$S_F = \text{rank}[B|(A - BF)B] = \text{rank} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = 2$$

状态反馈系统仍保持原系统的可控性。

根据状态反馈系统的状态方程及观测方程, 求得该反馈系统的可观性矩阵的秩为

$$\text{rank}[V_F] = \begin{bmatrix} C \\ C(A - BF) \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} < 2$$

状态反馈系统不能保持原系统的可观性。

2.3.2 输出反馈不改变受控系统 $\Sigma_0 = (A, B, C)$ 的可控性和可观性

在此, 只要求出反馈前后的可观性矩阵就可看出, 他们之间是初等变换的关系, 故不改变矩阵的秩, 即可观性不变。

3 状态反馈控制系统的极点配置

3.1 极点配置理论与方法

在古典控制理论中早已知道, 系统的各种动态性能主要是由极点在 s 平面上的位置所决定的, 在现代控制理论中, 系统的极点实际上就是状态方程中的系数矩阵 A 所对应的特征根, 当系统结构确定之后, 矩阵 A 也就确定了, 因而 A 所对应的特征根是不能任意改变的。

但是, 当系统中引入状态反馈之后, 矩阵 A 变成了 $(A - BF)$, A, B 虽然不能改变, 但 F 是可以人为改变的, 因此 $(A - BF)$ 所对应的特征根也是能任意改变的, 这种利用改变反馈阵 F 的

办法来改变特征根(极点)的方法,称为“极点配置”。

3.1.1 任意极点配置

为了简单起见,我们只研究单输入、单输出系统。

设系统的状态空间表达式为

$$\begin{aligned}\dot{X} &= AX + Bu \\ y &= CX\end{aligned}$$

如果原系统是完全可以控的,则 A, B 必可化为可控标准型,即

$$\begin{aligned}A &= \begin{bmatrix} 0 & & I_{n-1} \\ -a_n & -a_{n-1} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix} & B &= \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \\ C &= [b_n \quad b_{n-1} \quad \cdots \quad b_0]\end{aligned}$$

式中 $m = n - 1$

引入状态反馈后

$$\begin{aligned}\dot{X} &= (A - BF)X + Br \\ y &= CX\end{aligned}$$

设反馈阵 $F = [f_n \quad f_{n-1} \quad \cdots \quad f_1]$

则

$$\begin{aligned}A - BF &= \begin{bmatrix} 0 & & I_{n-1} \\ -a_n & -a_{n-1} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} [f_n \quad f_{n-1} \quad \cdots \quad f_1] = \\ &= \begin{bmatrix} 0 & & I_{n-1} \\ -(a_n + f_n) & -(a_{n-1} + f_{n-1}) & \cdots & -(a_1 + f_1) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

设

$$\left. \begin{aligned}a_n + f_n &= \beta_n, & f_n &= \beta_n - a_n \\ a_{n-1} + f_{n-1} &= \beta_{n-1}, & f_{n-1} &= \beta_{n-1} - a_{n-1} \\ & \vdots & & \vdots \\ a_1 + f_1 &= \beta_1, & f_1 &= \beta_1 - a_1\end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

式中, $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ 就是以 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 为希望极点(特征根)时的特征多项式的系数,即

$$\begin{aligned}|\lambda I - (A - BF)| &= \lambda^n + \beta_1 \lambda^{n-1} + \cdots + \beta_{n-1} \lambda + \beta_n = \\ &= (\lambda + \lambda_1)(\lambda + \lambda_2) \cdots (\lambda + \lambda_n)\end{aligned} \quad (1-8)$$

式中, $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 是任意选定的特征根(希望极点),这些特征根一经选定之后,待定系数 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ 也就完全确定了,这就证明了只要系统是完全可以控的,则极点的配置就是任意的。这个结论也适用于多输入、多输出系统。

3.1.2 状态方程的线性变换

以上所讲的过程,只适用于状态方程具有可控标准型的情况。如果原状态方程不是可控标准型,则必须先经过线性变换(非奇异变换)使其先化为可控标准型。变换的方法简述如下:

设原系统为 $\dot{X} = AX + Bu \quad y = CX$

这个系统能化为可控标准型的先决条件是原系统必须是完全可以控的,在转换之前必须先验证一下原系统是否完全可以控,即检验 $S = [B \quad AB \quad \cdots \quad A^{n-1}B]$ 是否满秩或非奇异。如果 S

满秩,则可进行转换,具体步骤是:

- (1) 设一个非奇异的变换阵 T 。
- (2) 令变换后的 $\dot{X} = TX$, 即 $X = T^{-1}\dot{X}$ 。
- (3) 代入原状态方程, 得 $T^{-1}\dot{X} = AT^{-1}\dot{X} + Bu$

两边左乘 T

$$\dot{X} = TAT^{-1}\dot{X} + TBu = \hat{A}\dot{X} + \hat{B}u$$

而输出方程为

$$y = CX = CT^{-1}\dot{X} = \hat{C}\dot{X}$$

式中

$$\hat{A} = TAT^{-1}, \hat{B} = TB, \hat{C} = CT^{-1} \quad (1-9)$$

变换阵 T 可按下式求解。

$$T = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_1 A \\ \vdots \\ T_1 A^{n-1} \end{bmatrix} \quad (1-10)$$

$$\text{式中 } T_1 = [0 \ \cdots \ 1][B \ AB \ \cdots \ A^{n-1}B]^{-1} \quad (1-11)$$

由此可见, T_1 存在的条件是 $[B \ AB \ \cdots \ A^{n-1}B]^{-1}$ 存在, 而 $[B \ AB \ \cdots \ A^{n-1}B]^{-1}$ 存在的条件是 $[B \ AB \ \cdots \ A^{n-1}B]$ 非奇异, 这也充分证明了变换阵 T 必须是非奇异阵, 也间接地证明了当 T_1 满足 (1-11) 时, 原系统必须是完全可控的。

由 (1-10) 式可见, 由于 A 是原系统的已知阵, 因此, 只需求出 T_1 , 代入 (1-10) 就可求得 T 。

但求 T_1 时, 必须求 $[B \ AB \ \cdots \ A^{n-1}B]^{-1}$, 求逆是比较麻烦的, 为此, T 也可以直接按下式计算

$$T = [B \ AB \ \cdots \ A^{n-1}B] \begin{bmatrix} a_{n-1} & \cdots & a_2 & a_1 & 1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ a_2 & \ddots & & & \\ a_1 & \ddots & & 0 & \\ 1 & & & & \end{bmatrix} \quad (1-12)$$

式中 $a_1 \cdots a_{n-1}$ —— 是 $|\lambda I - A| = \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \cdots + a_{n-1} \lambda + a_n$ 中的对应系数

但是注意: 当 T 用 (1-12) 式时, $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ 应按下式计算。

$$\hat{A} = T^{-1}AT \quad \hat{B} = T^{-1}B \quad \hat{C} = CT \quad (1-13)$$

3.1.3 直接进行极点配置

只要求出变换阵 T , 状态方程即可化为可控标准型, 这样就可按前面讲的方法进行极点配置。实际上, 不用转换成可控标准型也可进行极点配置, 具体办法如下:

设系统的状态方程和输出方程为

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + Bu \\ y &= CX \end{aligned}$$

式中 A, B, C 阵均为任意型, 即不要求为可控标准型

在这种情况下极点配置的具体步骤如下:

(1) 验证系统是否完全可控,即求 $[B \ AB \ \cdots \ A^{n-1}B]$ 是否满秩,如果满秩,就说明系统是完全可控的。

(2) 设反馈阵 $F = [f_n \ f_{n-1} \ \cdots \ f_1]$,求对应于 $A - BF$ 的特征方程

$$|\lambda I - (A - BF)| = \left| \begin{bmatrix} \lambda & & \theta \\ & \lambda & \\ \theta & & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} [f_1 \ \cdots \ f_n] \right| = \lambda^n + \gamma_1 \lambda^{n-1} + \cdots + \gamma_{n-1} \lambda + \gamma_n \quad (a)$$

(3) 任意配置极点 $-\lambda_1, -\lambda_2, \dots, -\lambda_n$,则

$$(\lambda + \lambda_1)(\lambda + \lambda_2) \cdots (\lambda + \lambda_n) = \lambda^n + \beta_1 \lambda^{n-1} + \cdots + \beta_{n-1} \lambda + \beta_n \quad (b)$$

(4) 求反馈阵 $[f_n \ f_{n-1} \ \cdots \ f_1]$,即令(a),(b)两式中对应系数相等,即

$$\begin{cases} \gamma_1 = \beta_1 \\ \gamma_2 = \beta_2 \\ \vdots \\ \gamma_n = \beta_n \end{cases}$$

这样就可求出 $F = [f_n \ f_{n-1} \ \cdots \ f_1]$

3.2 极点配置举例

例 1.2 设线性定常连续系统的传递函数为

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{10}{s(s+1)(s+2)}$$

试确定反馈矩阵 F ,使闭环系统的极点配置在 $s_1 = -2, s_2 = -1 + j$ 及 $s_3 = -1 - j$ 位置上。

解:因为给定的传递函数无极点对消现象,所以给定系统为状态完全可控且可观。

与给定传递函数对应的状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

设待定的状态反馈矩阵为: $F = [f_3 \ f_2 \ f_1]$

$$[A - BF] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} [f_3 \ f_2 \ f_1] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -f_3 & -2 - f_2 & -3 - f_1 \end{bmatrix}$$

$$|\lambda I - (A - BF)| = \begin{vmatrix} \lambda & -1 & 0 \\ 0 & \lambda & -1 \\ f_3 & 2 + f_2 & \lambda + 3 + f_1 \end{vmatrix} = \lambda^3 + (3 + f_1)\lambda^2 + (2 + f_2)\lambda + f_3 = 0$$

由指定的闭环极点 $s_1 = -2, s_2 = -1 + j, s_3 = -1 - j$ 所确定的闭环系统的特征方程为:

$$(\lambda + 2)(\lambda + 1 - j) \cdots (\lambda + 1 + j) = \lambda^3 + 4\lambda^2 + 6\lambda + 4 = 0$$

根据对应系数相等的原则,有:

即:

$$\begin{cases} 3 + f_1 = 4 \\ 2 + f_2 = 6 \\ f_3 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} f_1 = 1 \\ f_2 = 4 \\ f_3 = 4 \end{cases}$$

因此 $F = [4 \ 4 \ 1]$

设计一个性能指标要求高的控制系统,采用状态反馈显然要比输出反馈更容易满足要求。为了实现状态反馈,就需要得到状态 $X(t)$ 。但在实际系统中,并不是所有的状态变量都是能量测到的,因此,必须设法利用系统已知的信息(输出量 y 输入量 u) 通过一个模型重构系统的状态变量。这种重构状态的方法称为状态估计,而重构状态的装置在确定性系统中称为状态观测器。关于状态观测器的设计请参考本章所附有关文献[1]、[5]。

4 线性二次型最优控制

二次型最优控制是现代最优控制理论中很重要的组成部分,它是在 60 年代发展起来的。线性二次最优控制是在状态空间研究线性系统的最优化问题。作为优化依据是二次型目标函数(Quadratic Function or Cost Function)。由于控制理论与计算机的高度发展,最优控制的思想和方法已应用于工程技术实践中。下面首先介绍二次型目标函数及其最优控制的含义。

设线性系统的状态方程为

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + Bu \\ y &= CX \end{aligned} \quad (1-14)$$

最常用的二次型目标函数为

$$J = \int_0^T (X^T Q X + u^T R u) dt \quad (1-15)$$

式中 Q 、 R 是正定实对称矩阵,若系统的变量为标量(即方程为一阶),这时式(1-50)就可写成

$$J = \int_0^T (qx^2 + ru^2) dt \quad (1-16)$$

从式(1-16)可清楚地看出,括号中第一项代表系统状态能量,而第二项是输入控制量的能量,积分是求总量。 Q 、 R 和 q 、 r 是相应的加权常量,使括号内这两部分在目标函数(或称性能指标)中所占的比重不同。为了进一步说明 J 的物理意义,不妨取式(1-15)中 Q 和 R 为对角线矩阵,设 $Q = \text{diag}[q_1, q_2, \dots, q_n]$, $R = \text{diag}[r_1, r_2, \dots, r_n]$, 则式(1-15)展开后变成

$$J = \int_0^T (q_1 x_1^2 + q_2 x_2^2 + \dots + q_n x_n^2 + r_1 u_1^2 + r_2 u_2^2 + \dots + r_n u_n^2) dt$$

上式中 x_1, x_2, \dots 等变量代表各种物理量,在机电控制中它们可代表位移、速度、加速度、压力等。如取系统的平衡状态 $X = 0$, 那么 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 便表示系统偏离平衡状态的偏差(或误差),加一积分即为偏差的累积。式中采取各变量的平方可以避免累积(积分)时正负偏差相互抵消。二次型最优控制就是使上述二次型目标函数为最小的控制。若系统的输入信号 u 为已知,求解满足 J 为最小(如误差为最小)时系统的某些参数时,则这是属于参数最优控制问题;若系统处于某平衡状态,要寻找一控制信号 $u(t)$,使系统受外来干扰后,系统回复到原来的平衡状态过程中, J 为最小,则这是最优调节器的研究;如果输入信号是一理想的(所要求的)信号,使系统输出信号跟踪该输入信号时满足 J 为最小,则这时是关于最佳跟踪控制问题。在最优调节和最佳跟踪控制问题中, J 还表示了调节或跟踪过程中,将对控制量 u 的能量加以约束,这在工程中意味着防止对被控设备出现过大的能量输入,而导致被控设备的损伤。

在最优控制时,通常给出的条件是:系统的动态方程,控制(或输入)向量,约束条件,目标

函数,系统除动态方程外的其他一些必要参数。所谓最优控制问题就是根据以上这些条件找出最优控制规律。最优控制规律通常取决于:确定的性能指标及控制目的,约束条件,初始状态及初始输出,希望状态或希望输出以及代表系统动态特性的方程式。

4.1 系统的最优调节器问题 (Linear Quadratic Regulator (LQR))

设线性定常系统的状态方程式为

$$\begin{aligned}\dot{X} &= AX + Bu \\ y &= CX\end{aligned}\quad (1-17)$$

二次型目标函数为

$$J = \int_0^{\infty} (X^T Q X + u^T R u) dt \quad (1-18)$$

式中 Q 、 R ——正定或正半定实对称矩阵

在这里目标函数 J 中第一项积分趋于极小,表示系统要求状态变量偏离平衡点的累积误差为最小, J 中第二项积分趋于极小代表在控制过程中消耗的控制能量为最小。如前面所述, Q 及 R 为权矩阵,用来确定状态变量与控制变量在性能指标中所占的比重。最后所得的控制作用函数与 Q 、 R 有关,合理的选择它们的数值十分重要,通常要凭经验多次反复选择,使其既能很好满足目标函数 J 的要求,又能使系统在调节过程中有优良的动态特性。在系统的设计阶段,可通过对系统的控制仿真来初步确定。

在这里,我们仍然可以用前面第 2 节及第 3 节所述的状态反馈方法来解决这个问题,即设

$$u = -KX \quad (1-19)$$

来实现最优控制,系统的新的结构图如图 1-8 所示,只是在这里确定线性反馈矩阵 K 的原则不是系统的极点配置,而是使二次型目标函数 J 为最小。下面来推导 K 的表达式。将式(1-19)代入式(1-17),得引入状态反馈的系统闭环状态方程。

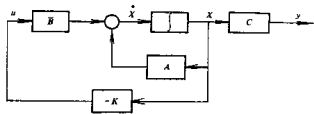


图 1-8 最优调节器结构图

$$\dot{X} = (A - BK)X$$

再将式(1-19)代入目标函数式(1-18)中得

$$\begin{aligned}J &= \int_0^{\infty} (X^T Q X + X^T K^T R K X) dt = \\ &= \int_0^{\infty} X^T (Q + K^T R K) X dt\end{aligned}\quad (1-20)$$

我们取

$$X^T (Q + K^T R K) X = -\frac{d}{dt} (X^T P X) \quad (1-21)$$

式中 P ——正定实对称矩阵

注意到 $\dot{X} = (A - BK)X$,故

$$-\frac{d}{dt} (X^T P X) = -\dot{X}^T P X - X^T P \dot{X} = -X^T [(A - BK)^T P + P(A - BK)] X \quad (1-22)$$

将式(1-21)与式(1-22)比较,得

$$-(Q + K^T R K) = (A - BK)^T P + P(A - BK) \quad (1-23)$$

因为权矩阵 R 是正定实对称矩阵, 可写成

$$R = T^T T$$

式中 T —— 非奇异矩阵

将上式代入 (1-23) 式中得

$$(A^T - K^T B^T)P + P(A - BK) + (Q + K^T T^T T K) = 0$$

将上式展开得

$$A^T P - K^T B^T P + PA - PBK + Q + K^T T^T T K = 0$$

上式可写成

$$A^T P + PA + [(TK - (T^T)^{-1} B^T P)^T (TK - (T^T)^{-1} B^T P) - PBR^{-1} B^T P + Q] = 0 \quad (1-24)$$

由于上式第三项为平方形式, 总为正, 故必有

$$A^T P + PA - PBR^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (1-25)$$

$$TK - (T^T)^{-1} B^T P = 0 \quad (1-26)$$

由式 (1-26) 得最优线性反馈矩阵 K

$$K = R^{-1} B^T P \quad (1-27)$$

所以最优控制规律为

$$u = -KX = -R^{-1} B^T P X \quad (1-28)$$

上式中的 P 由式 (1-25) 求得, 式 (1-25) 称为退化的黎卡提方程, 这个方程式的优越性在于, 它将一个由积分式中求 K 的方程式转化成了由式 (1-25)、(1-26) 求 K 的代数方程。

以上的推导必须满足一些条件, 即系统是定常的, 是可控的, 调节终值时间为 ∞ , $R > 0$ 及 $Q = DD^T$, 这里 D 为任意矩阵, D, A 可检测。式 (1-28) 所代表的最优控制律亦可用极小原理 (Minimum Principle) 从理论上严密地推导出来。

在应用该原理时要用到所谓哈密顿 (Hamiltonian) 函数, 即 $H(X, \lambda, t)$, 现不加证明说明如下。

$$H(X, \lambda, t) = \frac{1}{2} (X^T Q X + u^T R u) + \lambda^T (AX + Bu) \quad (1-29)$$

极小原理要求最优控制及状态变化轨迹必须满足如下三个方程, 即

$$\begin{aligned} X &= \frac{\partial H}{\partial \lambda} & X(0) &= X_0 & \text{状态方程} \\ -\dot{\lambda} &= \frac{\partial H}{\partial X} & \lambda(T) &= 0 & \text{伴随方程} \\ \frac{\partial H}{\partial u} &= 0 \end{aligned} \quad (1-30)$$

经过矩阵及向量微分, 在 LQR 情形时, (1-30) 式变成

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + Bu & X(0) &= X_0 \\ -\dot{\lambda} &= AX + A^T \lambda & \lambda(T) &= 0 \\ u^* &= -R^{-1} B^T \lambda \end{aligned} \quad (1-31)$$

上式中 u^* 为 J 中积分终值时间为 T 时的最优控制输入, 将 (1-31) 诸式写成矩阵形式, 则

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \lambda \end{bmatrix} \triangleq A_H \begin{bmatrix} X \\ \lambda \end{bmatrix} \quad (1-32)$$