

模糊学导引

苗东升 编著



中国人民大学出版社

模糊学导引

苗东升 编著

中国人民大学出版社

模糊学导引

苗东升 编著

*

中国人民大学出版社出版发行

(北京西郊海淀路39号)

中国人民大学出版社印刷厂印刷

(北京鼓楼西大石桥胡同61号)

新华书店经销

*

开本: 787×1092毫米32开 印张: 8

1987年2月第1版 1987年2月第1次印刷

字数: 187,000 册数: 1—20,000

*

ISBN 7-300-00003-7/B·1

书号: 2011·119 定价: 1.50元

写在前面

1965年，美国加利福尼亚大学伯克莱分校教授、系统科学家札德（L. A. Zadeh）在一篇别开生面的论文〔44〕中，提出了研究事物模糊性的问题，并且制定了模糊集合这个新概念，作为刻画模糊事物的基本数学模型。经过数年的消化，从60年代末起，札德的工作在西方国家引起日益广泛的响应。时至今日，札德的研究已经形成一个范围广阔、发展迅速的新兴学科。它以现实世界广泛存在的模糊性为研究对象，以模糊集合论为基本工具，力图在理论上把握事物的模糊性、在实践上有效地处理模糊性问题，建立所需要的概念体系和方法论框架。我们认为，把这一学科称为模糊学是适宜的。

模糊学于1976年首次被介绍到国内来〔26〕，很快就引起了一些理论工作者和实际工作者研究的兴趣。十年来，他们发表了大量学术论文，出版了若干教材和专著，创办了国际模糊学界第二份专业性杂志《模糊数学》。模糊学逐渐受到人们的重视。

这本《模糊学导引》是根据作者在中国人民大学哲学系和人大分校几次介绍模糊学的讲稿整理而成的。本书在选材、结构、叙述方法等方面侧重于介绍这一学科的新鲜思想、基本观点和主要方法，至于数学内容，只限于介绍读者

了解模糊学最必需的知识。在叙述方法上，力求通俗易懂和联系现实原型。由于作者学识浅薄，对模糊学缺乏深入的研究，谬误和不妥之处在所难免，诚恳地希望读者批评指正。

在本书定稿过程中，人大出版社的编辑同志们给作者以热情的帮助，从立论到行文都提出许多宝贵意见，作者在此表示衷心的感谢。

作 者

1986年5月

目 录

第一章 模糊学的缘起	1
1.1 科学发展的精确化趋势	1
1.2 精确方法的局限性	3
1.3 精确方法与逻辑悖论	6
1.4 模糊方法也有长处	8
1.5 模糊学是现代科学发展的产物	10
1.6 札德的贡献	13
1.7 关于学科的命名	16
第二章 模糊性	19
2.1 模糊性是事物类属的不清晰性	19
2.2 模糊性不同于近似性、随机性、含混性	21
2.3 模糊性是亦此亦彼性	24
2.4 模糊性的来源	26
2.5 模糊性的客观性和主观性	28
2.6 模糊性与质量互变规律	29
第三章 模糊集合论（一）	32
3.1 经典集合概念及其局限性	32
3.2 模糊集合	34
3.3 模糊集合的运算	39
3.4 隶属函数	44
3.5 截集与截割	47

3.6	分解定理	50
3.7	扩张原理	52
3.8	凸模糊集合和多重模糊集合	54
第四章	模糊集合论 (二)	57
4.1	直积、关系	57
4.2	模糊关系	59
4.3	模糊矩阵	63
4.4	模糊关系的复合	65
4.5	模糊等价关系	68
4.6	模糊关系方程	71
4.7	可能性理论	72
第五章	模糊数学	77
5.1	模糊数	77
5.2	模糊向量	80
5.3	模糊函数及其微分	84
5.4	模糊概率	87
5.5	模糊统计	90
5.6	模糊数学的精确理论	93
5.7	模糊数学的模糊理论	94
第六章	模糊语言	100
6.1	自然语言的模糊性	100
6.2	语言变量和语言值	102
6.3	语言值的语法结构和语义定义	105
6.4	模糊语言算子	107
6.5	语言值的语义计算	111
6.6	模糊语法	113
6.7	模糊学对语言学的影响	117
第七章	模糊概念	121

7.1	两类不同的模糊概念	121
7.2	模糊概念的结构、生成和分类	123
7.3	模糊概念的特征	126
7.4	模糊概念的数学描述	129
7.5	模糊概念的算法定义	134
7.6	模糊概念的功能	136
7.7	模糊概念与辩证法	138
第八章	模糊命题	140
8.1	什么是模糊逻辑	140
8.2	简单模糊命题	142
8.3	数值真值	143
8.4	模糊逻辑联结词 复合模糊命题	145
8.5	作为逻辑常项的模糊限制词	149
8.6	语言真值	150
8.7	语言真值的计算和语言近似	155
第九章	模糊推理	158
9.1	什么是模糊推理	158
9.2	模糊假言推理	162
9.3	模糊关系推理	165
9.4	模糊混合关系推理	168
9.5	模糊推理的复合规则	170
9.6	模糊条件语句推理	174
9.7	模糊连锁推理和悖论分析	175
第十章	模糊思维	180
10.1	“机器思维”与人脑思维的比较	180
10.2	精确思维与模糊思维	182
10.3	模糊性与抽象思维	184
10.4	模糊性与形象思维	187

10.5	人脑如何作模式识别·····	191
10.6	人脑如何把握量的规定性·····	194
第十一章 模糊系统理论 ·····		197
11.1	系统性与模糊性·····	197
11.2	模糊信息·····	200
11.3	模糊系统·····	202
11.4	模糊控制·····	204
11.5	模糊事理·····	207
11.6	模糊决策·····	211
第十二章 模糊方法 ·····		214
12.1	模糊学是一门方法性学科·····	214
12.2	一般模糊方法·····	215
12.3	模糊集合论方法·····	217
12.4	模糊化方法·····	219
12.5	语言方法·····	219
12.6	关于模糊学方法的评价·····	220
第十三章 模糊学与哲学 ·····		223
13.1	模糊学的哲学基础·····	223
13.2	模糊学的哲学意义·····	226
13.3	模糊学的认识论意义·····	229
13.4	模糊数学与辩证数学观·····	232
参考文献 ·····		237

第一章 模糊学的缘起

1.1 科学发展的精确化趋势

远古时代的人类，不懂得精确思维为何物。那时的人们对于现实世界的数量关系和空间形式只有非常模糊的认识，客观世界在他们的头脑中呈现为一片混沌不清的图景。经过漫长的生产、生活斗争，尤其是在从事农牧业和天文观察的实践中，人类才逐渐掌握了一种在考察对象时撇开对象的其它一切特性而仅仅顾及数目和几何形状的能力。数和形的概念的产生，关于数量关系和空间形式的初步知识的建立，标志着人类开始学会了精确思维。这是人类认识能力的一大飞跃。运用这种初步的精确数学方法，古代人类在农业、天文、建筑、手工艺品等方面创造了许多光辉的业绩，并在这种实际应用中不断丰富和发展精确方法。

近代科学技术的发展同精确数学方法的发展和应用更是密切相关的。笛卡尔把运动的观点引进数学，牛顿和莱布尼兹进一步创立微积分，给伟大的牛顿力学的诞生准备了数学工具。用精确定义的概念和严格证明的定理描述现实的数量关系和空间形式，用精确控制的实验方法和精确的测量计算探索客观世界的规律，建立严密的理论体系，这是近代科学的特点。到了19世纪，天文、力学、物理、化学等理论自然科学先后在不同程度上走向定量化、数学化，形成一个被称

为“精密科学”的学科群。与这些理论科学相联系的一大批工程技术，大量使用数学方法，取得巨大发展。科学技术的这种发展，又推动了数学的巨大进步。19世纪是精确科学方法飞速发展的时期。

随着精确方法在科学技术发展中日益获得成功，人们关于精确与模糊逐渐形成了一种系统化的方法论观点。精确被当作褒义词，模糊被当作贬义词。认为精确总是好的，模糊总是不好的，越精确就越好；科学的方法必定是精确的方法，模糊的方法一概是非科学方法，或前科学方法，即在尚未找到精确方法之前的一种权宜的方法。这种对精确方法的崇拜和对模糊方法的否定，似乎被当作一种不言而喻的真理，在很长的历史时期中未受到人们的怀疑。

应当承认，这种强调精确化的方法论观点，在科学技术发展史上起过极大的作用，成为一种推动科学进步的强有力的内在因素。相信我们周围的世界在本质上不是模糊的而是精确的，不满足于近似的、模糊的解法，力求创造新的、更精确的方法，以获得更精确的结果，不倦地追求精确方法固有的逻辑美，这种信念，一直是激励科学家进行创造性劳动的杠杆。“精益求精”，至今还是人们公认的科学工作者的美德，是评价研究工作科学性的一条准则，应当给予充分的肯定。

20世纪以来，精确数学及其应用以更大的规模和速度发展着。理论自然科学中的相对论、量子力学、分子生物学等，技术科学中的原子能、电子计算机和空间技术等，它们的创建和开发为精确方法奏响了一曲又一曲凯歌。但也进一步助长了对精确方法的盲目崇拜。人们愈益相信，一切都应

当精确化，一切都能够精确化。只有现在还没有实现精确化的问题，没有不需要或不可能精确化的问题。今天不能精确化的东西，明天就可能精确化。一种精确化的努力失败了，人们怀疑的只是实现精确化的具体方式，从不怀疑精确化方向本身。科学方法论中的这种绝对化观点，也反映到哲学中来。例如，分析哲学家提倡把一切概念、包括日常用语都加以精确化。这种现象的发生是值得深思的。但是，实践是检验真理的标准。任何理论上的片面性和绝对化，迟早会在实践中暴露其错误而得到纠正。科学技术的发展终究会提出克服关于精确与模糊关系上的形而上学观点的必要性和可能性。

1.2 精确方法的局限性

现代科学发展面临着各门科学普遍要求定量化、数学化与数学发展的现状之间的尖锐矛盾。沿着传统数学的方向，发明新的、更有效的精确方法，是解决矛盾的重要途径。现在如此，将来仍然如此。但这是否是唯一可行的出路呢？富有批判精神的学者开始意识到，矛盾的尖锐除了表明精确方法的发展水平尚不够高之外，还有别的原因。传统数学是适应力学、天文、物理、化学这类学科的需要而发展起来的，不可能不带有这些学科固有的局限性。这些学科考察的对象，都是无生命的机械系统，大多是界限分明的清晰事物，允许人们作出非此即彼的判断，进行精确的测量，因而适于用精确方法描述和处理。而那些迄今难以用传统数学实现量化的学科，特别是有关生命现象、社会现象的学科，研究对象大多是没有明确界限的模糊事物，不允许作出非此即彼

的断言，不能进行精确的测量。对于刻划清晰数量关系行之有效的传统数学，未必适用于刻划模糊数量关系。

用传统数学的方法处理模糊事物，首先要求将对象简化，舍弃对象固有的模糊性，在本来没有明确界限的对象之间人为地划定界限，变模糊数量关系为清晰数量关系。西瓜因大小不同而价格不等，但大瓜与小瓜并无天然的界限。人为地规定6斤以上者为大瓜，其余的为小瓜，便有了区分大小瓜的精确判据。对于模糊性较弱的事物，或者日常生活的简单问题，这样处理是许可的、方便的。但人为地划定界线毕竟是对本来相互联系着的事物之性质的一种歪曲。特别是在分界线附近，这种描述的失真性更明显。当研究的对象相当复杂时，这种处理方法便不适用了。

为克服这一困难，传统方法把上述二相划分变为多相划分，按不同的类别定义不同的概念，规定不同的判据。抽象地看，分相越多，模型越逼近原型。但使用的方法也相应地复杂化了。分相过多将带来新的矛盾和困难。稳定性是系统理论中最重要的概念之一。为了适应复杂系统的各种不同情况，需要分别各种情况给出稳定性的定义，其结果，出现在文献中的定义多得惊人，这种现象并不是个别的。用多条分界线代替一条分界线，并不能真正消除分界线的主观随意性。极而言之，要彻底消除这种主观随意性，必须针对一个对象给出一个定义和一种判据。但这样一来，结论也就失去了它的科学性。因为科学的价值在于提供尽可能普遍适用的概念和方法。如果一个西瓜一种价格，商店便无法经营了。何况，许多对象并非离散存在的，根本无法划分出单个的对象而加以定义。

清晰事物的有关参量可以精确测定，能够建立起精确的数学模型。模糊事物无法获得必要的精确数据，不能按精确方法建立数学模型。特别是人文社会系统，对象的量的规定性往往是非数值的，如科技水平、组织程度、民主化程度之类量的规定性，本质上不能象物理量那样实地测量。人文系统包含人的主观因素，有关数据多半是用主观打分、估测或统计的办法得到的，有很大的模糊性。在这种数据基础上使用精确方法是无效的。不可否认，人文社会系统的许多问题也可以使用精确方法。但是，总的来说，传统数学不是社会科学、人文科学实现定量化的普遍有效的数学工具。

在处理复杂事物时，精确性和可行性之间存在着矛盾。科学的方法应当是精确性和可行性综合最优的方法。任何一种方法，结果的精确性常常以方法的复杂性为代价。一种方法精确到难以实际应用的程度，便是无用的东西。科学的方法首先应当是有意义的方法，即能反映对象的真实情形的方法。对精确性的盲目崇拜是建立在这样一条假设之上的：精确性和有意义性总是一致的，越精确就越有意义。而实际的情形是，把复杂的模糊事物人为地精确化，势必降低所用方法的有意义性，达到一定程度，就将变为理论上十分漂亮、实际上毫无用处的东西。科学技术发展的实践证明，精确性和有意义性的统一是有条件的、相对的，越精确不一定就越好。

辩证法认为，不同质的矛盾，只有用不同质的方法才能解决。一般说来，人文社会系统和机械系统、模糊数量关系和清晰数量关系之间有重大差别，需要用不同的科学方法。实践表明，传统方法用于力学系统高度有效，但用于人类行为起重要作用的系统，显得太精确了；后一类系统的复杂性

要求使用在精神实质上与传统方法不同的方法。创立适于描述和处理模糊事物的科学理论和方法，是科学技术发展的需要。

1.3 精确方法与逻辑悖论

精确方法的逻辑基础是传统的二值逻辑，要求对每个命题作出要么真、要么假的明确断定。这是适于处理清晰概念和命题的逻辑模式。当它用于处理模糊概念和命题时，理论上将导致逻辑悖论。

最著名的逻辑悖论是秃头悖论。日常生活中，某人是否秃头是容易判断的。要给秃和不秃下精确定义，却难乎其难。按照传统逻辑，有两种方案可供选择：（1）承认存在一个作为界限的头发根数 n_0 ， n 即实际的头发根数，规定 $n \leq n_0$ 时为秃头， $n > n_0$ 时为不秃。但一发之差便分秃或不秃，为常识所不容，这样的 n_0 不存在。（2）承认一发之差不改变秃或不秃，这似乎合乎常识。从常识看，命题 $A \triangleq$ “比秃头多一根头发者还是秃头”，命题 $B \triangleq$ “比非秃头少一根头发者还是非秃头”，都是真命题。命题 $a \triangleq$ “一发皆无($n=0$)者是秃头”，命题 $b \triangleq$ “满头乌发者（例如 $n=1\,000\,000$ ）是非秃头”，显然是真命题。但是，从命题 A 和 a 出发，按传统逻辑的推理规则作连锁推理，可以得出显然为假的命题 $C \triangleq$ “满头乌发者是秃头”；从命题 B 和 b 出发，又可以推出显然为假的命题 $D \triangleq$ “一发皆无者是非秃头”。这就导致了悖论。

这类悖论俯拾即是。例如：

朋友悖论 命题 $A \triangleq$ “刚刚结识的朋友是新朋友”，命

题 $B \triangleq$ “新朋友过一秒钟还是新朋友”，从常识看显然都是真命题。但以 A 和 B 为前提，反复运用精确推理规则进行推理，将得出 $C \triangleq$ “新朋友在百年之后还是新朋友”这个显然为假的命题。

年龄悖论 由显然为真的命题 $A \triangleq$ “20岁的人是年轻人”和 $B \triangleq$ “比年轻人早生一日的人还是年轻人”，可以推出显然为假的命题 $C \triangleq$ “百岁老翁是年轻人”。

身高悖论 以真命题 $A \triangleq$ “身高两米者为高个”和 $B \triangleq$ “比高个矮一毫米者还是高个”为前提，可以推出显然为假的命题 $C \triangleq$ “侏儒是高个”。

饥饱悖论 以真命题 $A \triangleq$ “三日未食者是饥者”和 $B \triangleq$ “比饥者多食一粒米饭者还是饥者”为前提，可以推出假命题 $C \triangleq$ “饥者日食三斤米饭后还是饥者”。

秃与不秃、新朋友与老朋友、年轻与年老、高个与低个、饥与饱，这些概念都有模糊性。用精确的二值逻辑刻划这类概念和用这类概念构成的判断和推理，必然导致悖论。这就暴露了传统逻辑的局限性。

秃头悖论是古希腊学者已经发现的逻辑矛盾。在那个时代，这种悖论对科学技术的发展还不会产生什么影响，尽可以留给逻辑学家们去争论。在现代社会中，科学研究和生产活动的深度和广度都极大地发展了，大量的模糊性问题摆在人们面前要求作出处理，从理论上克服这些悖论的问题不容许再回避了。但是，在传统逻辑框架内无法解决秃头悖论。冲破传统逻辑的框架，建立一种适于描述和处理模糊事理的逻辑模式，变得刻不容缓了。

1.4 模糊方法也有长处

人类生存的环境，基本上是一个模糊环境。人们在生存活动中，经常接触各种模糊事物，接受各种模糊信息，随时要对模糊事物进行识别，作出决策。在漫长的历史进程中，人类思维能力的提高，不但表现在形成和发展了精确思维的能力，而且表现在发展了模糊思维的能力，发展了处理模糊性问题的模糊方法。人类的生存发展，文明的不断进步，证明人类有适应模糊环境的能力，证明模糊方法是一种行之有效的方法。用精确方法处理复杂模糊事物的无效性，迫使人们回过头来重新认识这种模糊方法。

打个通俗的比方。某日，天津海关电告北京海关，一名走私犯今晨乘火车由津来京，该犯男性，中年，微胖，矮个，蓝脸，走路左右摇晃。某侦察员奉命到北京站缉拿罪犯。除了男性这一点，他掌握的罪犯特征都是模糊特征。如果他是一个训练有素的侦察员，依照这些模糊特征凭经验把罪犯从旅客中识别出来，并不很困难。如果设想他采用精确的数学方法，情形将会如何？他必须首先建立关于罪犯的数学模型。这就要确定用哪些参数描述“微胖”、“蓝脸”等特征，给“左右摇晃”下严格的数学定义。为了取得必要的数据，还要制定怎样在摩肩接踵的出站旅客中进行实地测量的方案。这一切几乎都无法做到。就算他有解决这一切的锦囊妙计，他也只能在对所有旅客测量计算完毕后，再作出判断。然而，在他测算到最后一名出站旅客之前，夹在人流中的罪犯早已逃之夭夭了。显而易见，在这类问题中使用精确方法，不但无济于事，而且十分迂腐可笑。使用模糊方法反