

# 数 学 五 千 年

刘健飞 张正齐 著

湖 北 少 年 儿 童 出 版 社

# 数学五千年

刘健飞 张正齐

湖北少年儿童出版社出版 新华书店湖北发行所发行

湖北少年儿童出版社印刷厂印刷

787×1092毫米32开本 8.5印张 2插图 180,000字

1986年3月第1版 1986年3月第1次印刷

统一书号：7305·200 定价：1.25元

JUL 11 1959

## 内 容 提 要

本书是作者专为青少年学习数学史知识而编写的。武汉大学副校长齐民友教授热情地撰写了序言。

本书在五十四篇彼此关联而又各自独立成篇的故事中，以杰出数学家的事迹和重大的数学发明为主体，生动而又具体地介绍了数学的起源、发生和发展的历史，突出地介绍了具有里程碑意义的数学成就。

本书文字生动活泼，讲解浅显易懂，而且十分注意青少年的理解能力和学习口味。它把爱国主义的激情、辩证唯物主义的思想以及对数学家献身精神的赞美，寓于娓娓动听的历史故事中，是一本颇具特色的通俗数学史读物。

## 序

我们中华民族正面临着新的腾飞，科学和教育应当成为强有力的羽翼。加强科学教育，造就大批富于进取精神和创造才能的科技人才，提高全民族的文化科学知识水平，是我们每一个教师和科学工作者以及一切关心这项事业的人义不容辞的重大责任。目前在各级学校里，教师们工作不可谓不勤奋，学生们学习不可谓不刻苦，但是，怎样使学生们的创造精神喷泉般地涌现，却是使教师、学生以及家长们普遍感到焦虑的。

呈现在青少年读者面前的这本《数学五千年》是一个尝试，它试图为课本上那些似乎很刻板、很枯燥的公式、定理构成的数学知识展现一幅生动的历史背景，在青少年读者面前展开更广阔的知识视野。从表面上看，数学好像是板着一副严峻、无情的面孔。但是，它植根于人类改造自然、改造社会的深厚土壤里，它的每一圈“年轮”，都凝聚着人类最富想象力的创造和探索，其间的每一项成就都是以无数次的挫折和失败为代价，每一次进步都是历经艰辛、曲折的跋涉而实现的。尤其令人感奋的是，我们中华民族在漫长的数学探索中取得过辉煌的成就。把课本上的数学知识放在这样一个历史背景下学习，将会激起青少年读者创造的欲望。基于此，我以为本书的作者向青少年读者普及数学史知识的努力是很有意义的，值得赞许的。

把一部数学史用浅显的、生动的、有趣的笔触普及给青少

年读者，不是一件容易的事。本书的作者在五十四篇彼此关联而又各自独立成篇的短文中，从远古时代数学的起源一直讲到现代，按照青少年读者的理解能力，勾勒了数学发展的历史概貌，着重介绍了那些具有里程碑意义的数学成就，穿插以许多生动、有趣的数学故事；同时，把中国古代的数学成就放在整个世界数学发展的历史中叙述，更鲜明地体现它应有的历史地位；爱国主义的激情，辩证唯物主义的观点，对数学家献身精神的赞美，寓于历史故事的娓娓叙述之中。看得出来，本书的作者是有着自己的刻意追求的。

我愿向青少年读者推荐这本书，并希望有更多更好的作品问世。

齐民友

1985年3月1日于武昌珞珈山

## 目 录

|                |    |
|----------------|----|
| 数学的起源·····     | 1  |
| 最美妙的数学发明·····  | 6  |
| 楔形文字的故乡·····   | 12 |
| 尼罗河畔·····      | 17 |
| 神秘的学派·····     | 21 |
| 演绎的几何·····     | 26 |
| 三大几何难题·····    | 30 |
| 精彩的总结·····     | 35 |
| “我可以推动地球”····· | 39 |
| 出色的计算·····     | 43 |
| 筹算之术·····      | 48 |
| “规矩”的传说·····   | 53 |
| 墨家的几何成就·····   | 58 |
| 独特的几何证明·····   | 63 |
| 《九章算术》·····    | 67 |
| “割圆”的人·····    | 73 |
| “祖冲之山”·····    | 77 |
| 《算经十书》·····    | 82 |
| 宋元四大家·····     | 87 |
| 印度的代数学·····    | 94 |
| 阿拉伯数码·····     | 99 |

|                 |     |
|-----------------|-----|
| 黑暗的中世纪·····     | 103 |
| 文艺复兴时代·····     | 107 |
| 数学竞赛·····       | 111 |
| 怪杰卡当·····       | 116 |
| 符号体系·····       | 121 |
| 纳皮尔对数·····      | 125 |
| 业余数学家·····      | 131 |
| 伟大的转折·····      | 136 |
| 拾贝壳的孩子·····     | 141 |
| 英雄所见略同·····     | 148 |
| “一切人的老师”·····   | 152 |
| 七桥漫步·····       | 157 |
| 法国的“三L”·····    | 162 |
| 英雄的失误·····      | 167 |
| 勤奋的高斯·····      | 172 |
| 革命狂飙·····       | 177 |
| 铁窗下面·····       | 181 |
| 数学疑案·····       | 185 |
| 冲决传统的罗网·····    | 191 |
| 重建微积分基础·····    | 197 |
| 实数理论·····       | 201 |
| 奇特的“无穷大”世界····· | 206 |
| 人类智慧的胜利·····    | 212 |
| 深刻的哲学总结·····    | 217 |
| 世纪更迭之际·····     | 224 |
| 数学基础的危机·····    | 230 |

|                  |     |
|------------------|-----|
| 无孔不入.....        | 235 |
| 谁是布尔巴基.....      | 240 |
| 重要的反法西斯力量.....   | 245 |
| 现代科学技术的骄子.....   | 249 |
| “振兴五千年华夏古国”..... | 254 |
| 在国土上耕耘.....      | 258 |
| 历史向未来延伸.....     | 263 |

耕耘

耕耘

## 数学的起源

关于数学的起源，流传着一些古老而神奇的传说。相传在非常非常遥远的古代，有一天，从黄河的波涛中忽然跳出一匹“龙马”来，马背上驮着一幅图，图上画着许多神秘的数学符号；后来，从波澜不惊的洛水里，又爬出一只“神龟”来，龟背上也驮着一卷书，书中阐述了数的排列方法。马背上的图叫做“河图”，龟背上的书叫做“洛书”，当“河图洛书”出现之后，数学也就诞生了。

在中国古代的许多数学著作里，都记载有“河图洛书”这个神奇的故事，不少书中还把“河图洛书”称作是“天地生成数图”，认为它揭示了数学的奥秘，有了“河图洛书”，才产生了数学研究。有一部叫做《算法统宗》的数学著作，还煞有介事地在卷首印了一幅“龙马负图”的画，画中有一个非常怪异的动物，头象龙，身子却象麒麟，口中喷出一卷数学书来……

在世界其他古代文明里，象这样把数学的起源归结为某种神灵力量的例子，也是屡见不鲜的。在古代希腊社会，就有人把数分成“善”数和“恶”数，认为数字的规律正好体现了无所不知的上帝的智慧。另外，也有人认为数学起源于人的头脑，起源于古代圣贤们超人的智力……，这些说法都是错误的，因为它们都曲解了数学起源的本质。

那么，数学是怎样产生的？它起源于何时呢？这可是些不易回答的问题，因为基本数学概念的原始积累过程，发生在人

类创造出文字来记录自己的思想之前。不过，通过考察古代文物和研究近代某些文化落后民族的生活，人们已经证实了这样一个结论：数学，同其他的自然科学一样，起源于人们的生产实践，起源于人们的生活需要，起源于人类创造性的劳动之中。

一个没有“数”的世界是难以想象的。远古时代的人类曾为此吃够了苦头。也许，在一次鲁莽的围猎中，当人们呐喊着扑上前去与兽群格斗时，却痛苦地发现他们无法对付那么多的猛兽；在一个寒冷的冬夜，人们又沮丧地发现，他们贮藏的果实快要吃光了，而冬季却似乎长得没有尽期……。严峻的生活迫使人类审慎地考察事物的数量关系，逐渐地，人们变得聪明起来了。只有在人众兽寡的场合，他们才会发出充满激情的呐喊；只有当果实堆得老高老高时，他们才会停止秋天里的采摘。也就是说，在漫长的生产、生活实践中，原始人类凭借经验的积累和直觉的帮助，逐渐朦胧地领悟了多与少的概念，逐渐能从整体上比较两类事物的多少，从而向认识事物的数量关系迈出了有意义的第一步。

随着工具的改革，对食物、衣服和武器的适当分配，氏族公社制度缓慢地形成了。人类开始更多地接触到事物的数量问题。如同幼儿开始时数不清一、二、三一样，这时的人们也还没有一、二、三的概念。这些概念是怎样产生的呢？俄国数学家巴贝宁(1849—1919年)认为，由于人通常用一只手拿一件物品，这就把“一”从“多”的概念中分离了出来，建立了由这两个概念构成的最初的计数法。巴贝宁的解释是较为可信的，几百年前，曾经生活在巴西的保托库德部落人，就只会用“一”和“多”来计数。

在“一”的基础上，人们逐渐形成了“二”的概念。巴贝宁认为，这个概念是与双手各拿一件物品联系在一起的。要表示“三”怎么办呢？人可没有第三只手啊！这的确是一道难题，后来有人想了一个巧妙的办法，把第三件物品放在自己的脚边，于是难题也就顺利地解决了。当然，那时的人类还没有表示数的名称，他们表示数时，是靠手势及相应的身体动作。

在美国纽约的博物馆里，珍藏着一件从秘鲁出土的古代文物，名称叫基普，也就是打上了绳结的绳子。基普是干什么用的？它是古人用来记数和记事的。原来，随着时代的发展，人们需要计算越来越多的数，而人的手呢，由于经常要干别的活儿，不能老拿着物品记数或打手势，于是人们就设法用别的物体来代替要记数的事物，绳结呀，小石子呀，都成了人们记数的工具。打两个绳结，可以表示两只羊，也可以表示两把石斧。实际上，原始人类并没有意识到，当他们打绳结的时候，数学中已经发生了第一次抽象。绳结所表示的数，已经脱离了具体事物的束缚，具有更为广泛的含义，人类对数量关系的认识也就迈出了决定性的一步。

人们继续寻找更方便的方法来记数。我国古书《周易·系辞》中记载：“上古结绳而治，后世圣人，易之以书契（在骨或竹、木、石上刻字）”，也就是说，人们用刻画符号来代替绳结。这样就产生了最初的文字，产生了最初的数学符号。

比较一下几个民族的数学符号是十分有趣的，他们对于前三个自然数的写法有着惊人的一致，也许，这正好说明了他们对数的认识有着极为相似的经历。

从朦胧的“多”与“少”的概念到最初的数学符号，不是神灵展示的奇迹，也不是圣人头脑的“自由创造”，而是原始人类

中 国

一 二 三

埃 及

I II III

巴 比 伦

Y YY W

极其艰苦的创造性劳动的产物。为了获得这些原始的数学概念，人类至少经历了数万年的漫长岁月！

数学是研究客观世界数量关系和空间形式的科学。与数的概念的形成一样，人类关于形的概念，也经历了一个在实践基础上逐级抽象的漫长过程。

天上一个太阳，一个月亮，太阳圆圆的，月亮圆了又弯，弯了又圆。也许，远古时代的人类，正是由此获得了最原始的几何概念。天体的形状，平静的湖泊，参天的古树，这些都是原始人类司空见惯的景象，他们千百万次地观察、比较这些熟悉的事物的形状，逐渐认识了这些形状的特点，比如知道了满月和太阳的形状是相同的，而圆滑的山包与尖峭的山峰在天幕上勾勒出不同的轮廓线。再进一步，他们又用这种认识来指导自己创造性的劳动实践，制造出象太阳一样圆圆的车轮，整理出象湖面一样平平的房基……。在制造日常生活用品的长期劳动中，他们又逐渐深刻地了解了他们努力模仿的各种形状，逐渐抽象出最初的几何概念，比如在无数次来往中力求发现最短的路径时，在千万次绷紧弓弦、拉直草绳时，他们终于获得了“直线”的抽象概念。而当人们按照“三角形”的概念，建成一座规则的正四棱锥形房屋的时候，他们更是创造了一个自然界还未曾有过的几何形体。

在我国西安的半坡村，有一座原始村落的遗址，那里曾经居住着距今六千多年的新石器时代的人类。在这个占地约三万平方米的原始村落中心，是一座面积约一百六十平方米的长方形大屋，可能是这个氏族公社的公共活动场所，周围分布着两百间小屋，面积都在二十平方米左右，呈圆形或方形等规则的几何形状。遗址中出土了许多彩陶器皿，上面涂绘着各种圆形的、正方形的、三角形的和对称涡(wō)纹形的几何图案，精巧匀称，精彩纷呈，展示了原始人类劳动创造的数学奇观。

漫长的六千年过去了，半坡村历经沧桑，然而，遗留在这里的每一件几何形体，都以我们完全可以理解的数学语言，向我们讲述着原始人类在劳动中创造数学的动人故事……

## 最美妙的数学发明

人类的文明发源于几条大河流域，象中国的黄河、长江，巴比伦的幼发拉底河、底格里斯河，埃及的尼罗河，印度的印度河、恒河，都是人类文化的摇篮。数学，最初也是从这些地方诞生的。

在这些江河流域，有着肥沃的河谷、富庶的牧场和漫长的海岸线，为远古时代的人类发展经济提供了得天独厚的环境，为劳动的分工和剩余产品的积累提供了有利的条件，促进了原始共产主义社会分化的过程。大约在五千年前，定居在这里的人们就已逐渐建立起城市，继而建立起国家，率先进入了奴隶制社会。

在早期奴隶制社会里，由于生产力水平低下，人们的生活在很大的程度上还得依赖于周围的环境。在四大文明古国里，自然条件是不尽相同的，由此导致对大自然和社会生活发展的考察也是不尽相同的，发展科学文化的方式也是不尽相同的。然而，任何一个民族要发展，要努力成为大自然的主人，就势必要发展他们的数学，正是由于这种生活的需要，促使古代的人们去深入研究数学，并在创造性的劳动中把数学研究推进到一个新的历史时期——数学的萌芽时期。

数学的萌芽时期是一个漫长的历史过程。数学的发展，如同当时社会生产的发展一样，进展是极其缓慢的。几乎每一个新的数学概念的形成，每一个新的数学公式的建立，都经

历了上百年，甚至上千年的反复实践过程。

随着生产的逐渐发展，人们制造出了愈来愈多的产品，也就需要愈来愈多的数来记录它们，因而逐渐发明出愈来愈多的数字符号。比如在埃及，人们就发明了好几套符号来记录数字，其中有一套符号最为有趣。在这套符号里，符号 

表示一，符号  表示十，符号  表示一百，符号 

表示一千，符号  表示一万，符号  表示十万；

要表示一百万，人们发明了这样一个符号： 一百万！

这可是个不小的数字，大概古代埃及人也为有这么庞大的数字感到吃惊，若不然，怎么这个符号会酷象一个人惊讶地举起了双手呢？

有了这些符号，古代埃及人就可以表示他们需要表示的任何数了。比如说，要表示三千六百六十四，他们可以用这样一串符号：



这串符号准确地表示了数目三千六百六十四，缺点是过于繁复冗长了。造成这种缺陷的原因，在于古代埃及人虽然采用了“进位制”的记数方法，但还没有获得“位值制”的数学思想。

什么是“进位制”，什么是“位值制”呢？我们不妨比较一下

现在常用的数字系统。现在常用的记数方法是“十进位值制”的，它有以下两个特点：

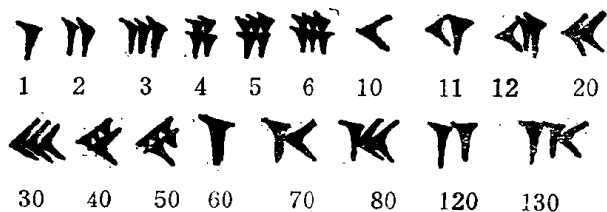
一、它是十进制的。即逢十进一，也就是说，十个一记成十，十个十记成一百，等等。显然，古埃及人也采用了十进制的记数方法。

二、它是位值制的。也就是说，一个数码表示什么数，要由它所处的位置来决定，比如在 3664 中，靠右边的一个 6 在十位上，表示有六个十；而靠左边的那个 6 在百位上，它表示六个一百。3664 也就是  $3 \times 1000 + 6 \times 100 + 6 \times 10 + 4$ 。

位值制是千百年人类智慧的结晶，它使得人们能用少数简单的记号代替复杂难记的符号，能用少数的记号表示全部的数，为人们深入研究客观事物的数量关系创造了有利的条件。革命导师马克思曾高度评价了位值制的出现，还称赞它是“最美妙的数学发明”呢！

古代巴比伦人很早就懂得了位值制的道理，他们的记数法是位值制的，不过是六十进位值制的。所谓六十进位制，就是数计满六十才向高位进一，在现代的钟表上，一分等于六十秒，一小时等于六十分，还留下了这种进位制的痕迹。

巴比伦人的文字非常奇特，他们用一种断面呈三角形的小木条当笔，在泥版上按不同方向刻出楔(xiē)形刻痕，因此叫做楔形文字。



巴比伦的楔形数字

用楔形文字表示三千六百六十四，记号是 ，其中右边的  表示 60，由于位置的不同，左边的  表示 3600。显然，因为采用了位值制，巴比伦人的数学符号比埃及人要简洁得多。

当然，巴比伦的数学符号是不尽完善的。首先是符号过于相近，比如  和 ，都是密密麻麻的楔形刻痕，令人难以分辨。另外，符号所在的位置也不易辨认，比如用楔形文字表示一百二十四，记号也是 ，这里的两个  都是表示 60 的，因而在实际应用中很难分清这个记号表示的是一百二十四呢，还是三千六百六十四。

公元初年居住在中美洲的马雅部族人，也是一个懂得位值制的民族。他们的记数方法是二十进位值制的，这大概同他们早期用手指和脚趾来计数有关。马雅文明的数学符号也十分有趣， 用来表示一， 用来表示五， 用来表示十二，……也许，这些小圆点、小横杠，就是他们早先用来计数的小石子和小木棒的形象呢！

我国是世界上最早发明“十进位值制记数法”的国家。1889 年，从河南安阳发掘出一批古代文物，里面有许多龟甲和兽骨，上面刻有许多象形文字，那是三千多年前的殷代文字，叫甲骨文。有片龟甲上刻着这样一段话：“八日辛亥允戈伐二千六百五十六人。”意思是说，在八日辛亥那天的战斗中，消灭了二千六百五十六名敌人。这段话清楚地表明，至少在三千年前，古代中国人已经采用了十进位值制的记数方法，而