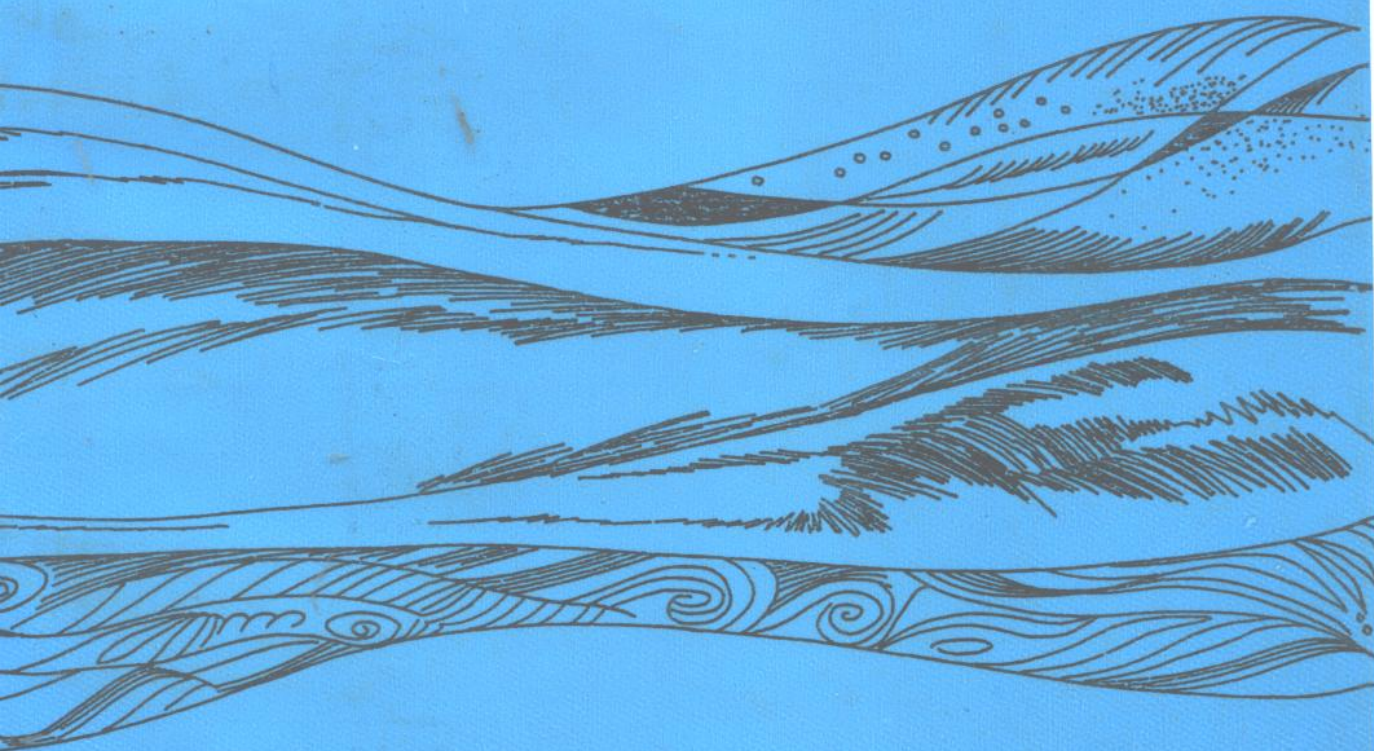


钻井流体力学

张景富 编著



石油工业出版社



121088
TE 21
005

钻井流体力学

张景富 编著
李邦达 审



石油0108391

5971/32



石油工业出版社

(京)新登字 082 号

内 容 提 要

本书汇集了作者近年来在钻井流体力学方面的最新研究成果,系统地介绍了钻井工艺过程中所涉及到的流体力学理论。内容包括:钻井液流动的基本概念、基本方程;流变参数测试原理;钻柱内和环空中钻井液流动规律、流动参数计算及流动状态判别准则;钻头喷嘴射流;携屑液—固两相流及固井顶替液—液两相流等问题的理论分析方法,及实验结论。阐明了流体力学理论与钻井工程实际的结合及其在钻井实际和理论中的重要地位和作用。

本书可做石油院校钻井专业研究生及本科生选修教材,也可供石油工程技术人员和教师在科研、生产和教学中参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

钻井流体力学/张景富 编著
—北京:石油工业出版社,1994.11
ISBN 7-5021-1265-0
I. 钻...
I. 张...
II. 钻井—流体力学
N. TE21

石油工业出版社出版
(100011 北京安定门外安华里 2 区 1 号楼)
大庆石油学院印刷厂排版印刷
新华书店北京发行所发行

787×1092 毫米 16 开 20 $\frac{1}{2}$ 印张 504 千字 印 1—1000
1994 年 11 月北京第 1 版 1994 年 11 月北京第 1 次印刷
定价:20.00 元

前 言

近年来,有关钻井工程中的流体力学问题的研究取得了极大的进展,丰富了原有的环空水力学理论,并在生产和理论研究中逐渐发展成为钻井技术理论的一个重要分支。本书结合作者本人及其他学者近年来在这一领域内的研究成果,将有关钻井工艺过程中所涉及到的流体力学问题加以提炼和整理,系统、详尽地分析和介绍了钻井中的流体力学现象和原理,揭示了流体力学理论与钻井工程实际的结合,及其在钻井工程中的地位和作用。

在石油钻井各工艺过程中,几乎处处都涉及到钻井液的流动问题。这些流动现象既存在在本质的区别又有着必然的联系。就钻进过程中钻井液的流动问题而言,按钻井液所流经的流道几何条件可以把流动分为钻柱(圆管)内、同心环空、偏心环空内流动及钻头喷嘴射流;按钻柱旋转与否又可把钻井液在钻柱内和环形空间中的流动方式分为轴向流和螺旋流;从流动状态的角度来看,上述流动则又有层流和紊流之差别。众所周知,环空中上返的钻井液在钻进过程中要完成输送岩屑的任务,由此,从参与流动的相来分,又可将环空中的流动分为上述的单相(钻井液)流和多相(钻井液—岩屑液—固两相)流。此外就固井完井过程而言,在注替水泥浆时,环空中的流动则呈水泥浆—钻井液—液两相流方式。综上所述,不难看出,钻井各工艺过程中所存在的流动现象及方式各具特色,它们对钻井施工所产生的影响也不尽相同,因此,以流体力学理论为指导,深入地研究这些分门别类的流动问题的现象及规律对于实现科学化钻井、完善钻井技术理论是十分有益的。

本书以非牛顿流体力学、粘性流体力学、流体力学、非牛顿流体流变学及张量分析为基础,深入系统地讨论了钻井工艺过程中各种流动问题的流体力学原理,从理论上建立了分析流动规律及流动计算的方法,溶汇了大量的有关钻井液流动、钻井液流变学等方面的最新研究成果。书中将钻井中的流体力学问题进行了分类归纳,从章次和内容按排上力求达到深入浅出、不失系统性和完整性,目的是使读者能对钻井流体力学问题加以系统、透彻地了解和掌握,以便于实际工作中应用。

本书可作为石油院校钻井专业研究生教材、高年级本科生选修教材。也可供工程技术人员、教师在生产、科研及教学工作中参考。对于具备一定的非牛顿流体力学、粘性流体力学及张量分析基础的读者,研读本书将更易收到良好的效果。

全书由大庆石油学院李邦达教授审阅。在撰写过程中,作者得到了大庆石油学院陈家琅教授、李邦达教授、哈尔滨工业大学王致清教授、哈尔滨建筑大学刘鹤年教授的鼓励和指导,得到了浙江大学刘永建博士、大庆石油学院侯汉钊工程师的大力协助。在此,表示衷心的感谢。

由于作者水平有限,书中的缺点和错误之处在所难免,敬请读者予以批评指正。

最后,感谢出版者的支持与合作。

作者

1993年12月

目 录

第一章 钻井液流动的基本概念和基本方程.....	(1)
第一节 变形率张量与应力张量.....	(1)
第二节 广义牛顿定律.....	(5)
第三节 钻井液本构方程.....	(8)
第四节 连续方程和运动方程	(13)
第二章 钻井液流变参数测量	(21)
第一节 旋转粘度计测试原理	(21)
第二节 流变参数的回归计算	(35)
第三章 钻井液轴向层流	(39)
第一节 圆管轴向层流	(39)
第二节 同心环空轴向层流	(48)
第三节 偏心环空轴向层流	(66)
第四章 钻井液螺旋流	(90)
第一节 螺旋流基本方程	(90)
第二节 圆管螺旋流	(92)
第三节 同心环空螺旋流.....	(102)
第四节 偏心环空螺旋流.....	(109)
第五章 钻井液的流动状态及判别准则.....	(136)
第一节 两种流动状态.....	(136)
第二节 稳定性参数.....	(137)
第三节 广义稳定性参数 Z	(144)
第四节 汉克斯稳定性参数 H	(169)
第六章 钻井液紊流.....	(179)
第一节 紊流特性.....	(179)
第二节 圆管中牛顿流体紊流.....	(180)
第三节 圆管中幂律流体紊流.....	(192)

第四节	圆管中宾汉流体紊流·····	(202)
第五节	圆管中卡森流体紊流·····	(206)
第六节	环空中钻井液紊流·····	(211)
第七章	钻头水力学·····	(214)
第一节	喷嘴的结构·····	(214)
第二节	射流结构及特性·····	(219)
第三节	喷射钻头射流在井底的作用·····	(226)
第四节	射流水力参数与钻头水力参数·····	(239)
第八章	钻井液携屑液—固两相流·····	(245)
第一节	垂直井中液—固两相流·····	(245)
第二节	大斜度井和水平井携屑规律·····	(273)
第九章	钻井液—完井液两相流·····	(294)
第一节	影响“替净”的因素·····	(294)
第二节	偏心环空中钻井液与完井液的顶替流动·····	(298)
第三节	钻井液—完井液两相流自流效应理论·····	(303)
参考文献 ·····		(312)

第一章 钻井液流动的基本概念和基本方程

自然界中,真实的流体都具有粘性。钻井液通常被看做为纯粘无弹的非牛顿流体,它在钻井各工艺过程中的流动特点及规律遵循着粘性流体力学、非牛顿流体力学的基本原理。因此,做为研究钻井液流动问题的理论基础,了解和掌握有关粘性流体力学、非牛顿流体力学的基本知识是十分必要的。

本章将重点阐述与钻井液流动问题密切相关的基本概念及关系式,为后续章节的学习和研究奠定基础。

第一节 变形率张量与应力张量

一、变形率张量

流体微团的运动可以分解成三个部分:位移、旋转与变形(线变形与剪切变形)。

现取一流体微团,设某一固定时刻 t_0 ,流体微团内一点 M_0 的速度为 V_{t_0} ,则 t 时刻时, M_0 点邻域内各点的速度 V_t 可以表示为

$$V_t = V_{t_0} + \omega \times dr + D \cdot dr \quad (1-1)$$

式中 V_{t_0} 为由 M_0 点作平移运动引起的位移速度; $\omega \times dr$ 为由于流体微团绕通过 M_0 的瞬时转动轴旋转而引起的旋转速度; $D \cdot dr$ 为由于流体在 M_0 点邻域内变形所引起的变形速度。

在直角坐标系中,旋转速度 $\omega \times dr$ 中的旋转部分 ω 可表示为

$$\begin{aligned} \omega &= \omega_x i + \omega_y j + \omega_z k \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \omega}{\partial y} - \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) i + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) j + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) k \end{aligned} \quad (1-2)$$

对于无旋流动

$$\omega = 0 \quad (1-3)$$

需要指出的是,流体微团是否作有旋运动,应视微团是否围绕着通过流体微团的瞬时轴旋转,而并非决定于流体微团轨迹的几何形状。通常通过判定涡量是否为零来定义有旋流动与无旋流动,对于无旋流动,涡量 $\Omega = 0$ 。涡量的定义式为

$$\Omega = 2\omega = \text{rot} V = \nabla \times V \quad (1-4)$$

钻井工程中所涉及到的流动问题,可以看做是无旋流动,即 $\omega = 0$ 。

变形速度分线变形速度和剪切变形速度两种。由其定义可以表达为如下的表示式

$$D = \frac{dV}{dr} \quad (1-5)$$

写成分量形式为

$$D_{ij} = \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) / 2 \quad (1-6)$$

可见式(1-5)、(1-6)中, D 共有9个变形速度分量,构成一个二阶张量,我们称 D 为变形率张量。

在直角坐标系中,以 u, v, ω 分别代表 x, y, z 轴上的速度分量,则由式(1-6)得

$$D_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, D_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}, D_{zz} = \frac{\partial \omega}{\partial z}$$

$$D_{xy} = D_{yx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$D_{yz} = D_{zy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \right)$$

$$D_{zx} = D_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

可见, D 为对称张量。

$$D = \begin{bmatrix} D_{xx} & D_{xy} & D_{xz} \\ D_{yx} & D_{yy} & D_{yz} \\ D_{zx} & D_{zy} & D_{zz} \end{bmatrix} \quad (1-7)$$

D 主对角线上的元素 D_{xx} 、 D_{yy} 、 D_{zz} 即为线变形速度分量, 其余 6 个元素为剪切变形速度分量。

现在我们引入另一个非常有用的张量 A_1 , 其称为一阶 Rivlin-Ericksen 张量。根据非牛顿流体力学原理

$$A_1 = 2D \quad (1-8)$$

可见 A_1 也反映了流体的变形速率。由式(1-6)和(1-8), A_1 的定义式为

$$A_{ij} = v_{i,j} + v_{j,i} \quad (1-9)$$

直角坐标系中, A_1 可表达为

$$A_1 = \begin{bmatrix} 2 \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} & \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \\ \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} & 2 \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \\ \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} & 2 \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (1-10)$$

柱坐标系中, A_1 表达式为

$$A_1 = \begin{bmatrix} 2 \frac{\partial v_r}{\partial r} & r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} & \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \\ r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} & 2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r} \right) & \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} \\ \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} & \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} & 2 \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (1-11)$$

二、应力张量

在静止液体中, 作用于单位面积上的表面力(应力)永远沿着作用面的内法线方向, 而且其大小与作用面所处的方位无关。也就是说一点的静压力各方向相等。对于非粘性流体由于不计粘性, 没有切向力, 因而动压力也垂直于作用面, 而且各方向相等。但对于粘性流体来说就不一样了。由于粘性的存在, 可以有切向力, 因而单位面积上的表面力(应力)就不一定垂直于作用面, 而且各方向的大小也不一定相等。

无论哪种力, 都可以设想它作用到流体中 P 点附近小区域内的一团流体上, 考虑包含 P 点的一个微分面积 ΔA (这个面积实际上是一个矢量, 因为其需用 ΔA 的大小和它的法

向矢量 n 的方向来表征)。设作用在 ΔA 上的力为 ΔF , ΔF 当然也是一个矢量。而且 ΔF 和 n 通常具有不同的方向(如图 1-1 示)。

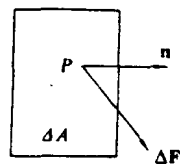


图 1-1 作用于 ΔA 上的力 ΔF

在 n 和平面 ΔA 内两个轴组成的坐标系里,可将矢量 ΔF 分解为三个分量。现任取 ΔA 内的两个轴分别为 S_1 和 S_2 ,于是 S_1 、 S_2 和 n 就构成了一个直角坐标系, ΔF 的分量可以写成 $(\Delta F_{1n}, \Delta F_{2n}, \Delta F_{3n})$ 。

对于任何给定的力 ΔF ,总可以有无穷多种选择 ΔA 的方法,而每一个 ΔA 都需用一个特定的法向矢量 n 表征,因此,当在 S_1 、 S_2 和 n 的坐标系里分解 ΔF 的时候,必须用二个下标来表示。即用第一个下标来指示用来分解力的三个坐标轴 S_1 、 S_2 和 n ,用第二个下标指出所选定的面积元 ΔA 的方向 n 。

定义 P 点的应力矢量为

$$\pi = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1-12)$$

考虑

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_i}{\Delta A} = \pi_{in} \quad (1-13)$$

其中 i 表示坐标轴 S_1 、 S_2 和 n ,由此即定义了作用在方向为 n 的面元上的应力矢量 π 的分量。可以看出应力矢量的分量具有双重方向性:其一表征了 ΔF 的方向性,其二则表征了来自于 ΔA 的方向性 n 。

应该注意到 n 是可以任意选择的,因此可以定义无穷多组 π 的分量。那么,这是否意味着我们必须用无穷多组分量,才能完整地表征出液体中的应力呢?

答案并非如此,可以证明,表征应力所需的最大信息量就是 ΔF 分解到彼此正交面上的分量。

现考虑图 1-2 所示的一组正交坐标轴 x_1 、 x_2 和 x_3 (或简单地统一记做 x_i)。坐标的原点就是点 P ,在坐标面 x_1x_2 、 x_2x_3 、 x_3x_1 内的三个正交面应理解为微元面。

设 ΔF 在与 x_1 轴垂直的面上分解为应力分量 π_{11} 、 π_{21} 、 π_{31} ;在与 x_2 轴垂直的平面上分解为 π_{12} 、 π_{22} 、 π_{32} ;在与 x_3 轴垂直的平面上分解为 π_{13} 、 π_{23} 、 π_{33} 。

为了约定应力分量的正负号,特做如下规定:在某面正侧的材料向该面负侧的材料施加的应力 π_{ij} ,如果力的作用方向与 x_i 的正方向相同,其即为正的;反之,某面负侧的材料向该面正侧的材料施加的应力,如果作用方向与 x_i 的负向相同,这一应力也是正的。

图 1-2 中,如果应力都是从三个平面负侧材料产生的,那么,图中所示的方向就是应力各分量的正方向。

现在,我们的目的是,在上述所定义的九个分量为已知的条件下,如何计算出 P 点邻域任何一个面上的三个分量值。

考虑一个法向矢量为 n' 的面, n' 和坐标轴 x_i 相交,如图 1-3 所示。设上述定义的应力 T_{ij} 作用到该四面体的三个互相正交的面上。现分析图 1-3 中的四面体体积元内材料平衡,并定义倾斜面的面积为 $\Delta A'$,垂直于 x_1 轴的面积正好就是 $\Delta A'$ 在 x_2x_3 平面上的投影,表示为 $a_{1n}\Delta A'$,其中 a_{1n} 是 x_1 和 n' 的夹角的余弦。

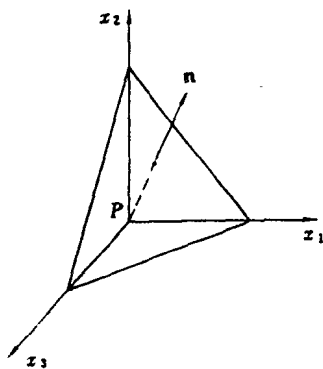
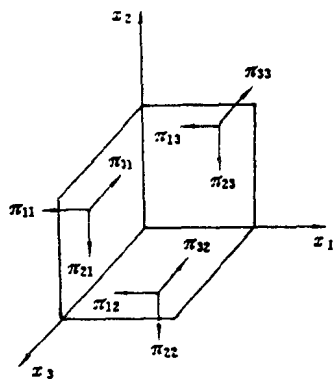


图 1-2 ΔF 作用于三个互相正交的平面上的应力分量 图 1-3 四面体体积力平衡示意图

让我们考虑在 x_1 方向上的力分量。在垂直于 x_1 的面上,我们得到力分量为 $-\pi_{11}a_{1s} \cdot \Delta A'$ 。请注意,根据我们的约定这里有一负号。如果作用力沿 x_1 的正向,我们把此分量认为正的。在与 x_2 垂直的面上我们得到 x_1 方向上的力分量为 $-\pi_{12}a_{2s} \cdot \Delta A'$,在与 x_3 垂直的面上则得到力分量 $-\pi_{13}a_{3s} \cdot \Delta A'$ 。将 x_1 方向上的三个力分量求和得

$$\Delta F_1 = - \sum (\pi_{11}a_{1s} + \pi_{12}a_{2s} + \pi_{13}a_{3s}) \Delta A' \quad (1-14)$$

若再考虑另外两方向上的力,有

$$\Delta F_2 = - \sum (\pi_{21}a_{1s} + \pi_{22}a_{2s} + \pi_{23}a_{3s}) \Delta A' \quad (1-15)$$

$$\Delta F_3 = - \sum (\pi_{31}a_{1s} + \pi_{32}a_{2s} + \pi_{33}a_{3s}) \Delta A' \quad (1-16)$$

上述三个方程可统一写成以下简单的形式

$$\Delta F_i = - \sum_{j=1}^3 \pi_{ij} a_{js} \Delta A' \quad (1-17)$$

下面,我们考虑另外一组正交坐标轴 x'_k ,其中 x'_1 与 n 相同,而 x'_2 和 x'_3 都在四面体斜表面内。现在要把每个力 ΔF_i 分解为 x'_k 坐标系中的分量,这还需引入 x_i 和 x'_k 之间的方向余弦 a_{ik} ,容易看出

$$\Delta F'_k = \sum_{i=1}^3 a_{ik} \Delta F_i = - \sum_i \sum_j a_{ik} a_{js} \pi_{ij} \Delta A' \quad (1-18)$$

把作用到斜表面上的应力矢量分解到 x'_k 轴上,就得到 π'_k (假如四面体体积 ΔV 足够小,这个应力矢量与作用到其它三个面上的应力矢量是一样的)。因此,在 x'_k 方向上的力用 π'_k 表示,就得

$$\Delta F'_k = \pi'_k \Delta A' \quad (1-19)$$

因此,作用到围成 ΔV 的四个面上的力分量之和,分解到任意三个方向 x'_k 时可写为

$$(\pi'_k - \sum_i \sum_j a_{ik} a_{js} \pi_{ij}) \Delta A' \quad (1-20)$$

根据牛顿第二定律,这些项必须和体积元的加速度力(惯性力)和体积力(如重力)相平衡。在这种情况下,体积力总是和四面体体积元的质量成正比,也就是和体积 ΔV 成正比。因

此, 动量守恒方程采用以下形式

$$(\pi'_{lm} - \sum_i \sum_j a_{li} a_{mj} \pi_{ij}) \Delta A' = 0 (\Delta V) \quad (1-21)$$

式中 $0(\Delta V)$ 表示大小与 ΔV 成正比的那些项。

但是, 如果 Δx 是该四面体线度的度量, 就有 $\Delta A' = 0[(\Delta x)^2]$ 和 $\Delta V = 0[(\Delta x)^3]$, 因此, 如果我们取四面体收缩为 P 点的极限, 就会发现体积比面积项更快地趋向于零。

于是, 我们从牛顿第二定律得出如下的结论: 在体积收缩到 P 点的极限下有:

$$\pi'_{lm} = \sum_i \sum_j a_{li} a_{mj} \pi_{ij} \quad (1-22)$$

但是 $\mathbf{n}'$ 是一个任意矢量, 所以方程 (1-22) 对于任何方向 $\mathbf{n}'$ 都成立, π'_{lm} 就是以 x_i 坐标系的分量表示的、在任意坐标系 x'_i 中的应力分量。换言之, 如果 π_{ij} 在某个坐标系中的九个分量是已知的, 就能知道它在任何坐标系中的分量值。因此, 九个分量 π_{ij} 对于完全确定的连续介质中的某点的应力状态是必要的和充分的。

应力分量可以写成以下的矩阵形式:

$$\pi = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} \\ \pi_{31} & \pi_{32} & \pi_{33} \end{bmatrix} \quad (1-23)$$

π 称为应力张量, 而 π_{ij} 称为应力张量的分量。

可以证明, 上述所给出的应力张量 π 是对称张量, 即

$$\pi_{ij} = \pi_{ji} \quad (1-24)$$

考虑如图 (1-4) 所示的边长为 dx_i 的小平行六面体, 应力 π_{12} 相对于轴 x_3 产生了一个大小为 $(\pi_{21} dx_2 dx_3) dx_1$ 而方向相反的力矩。作用到平行六面体另外四个面上的应力相对于 x_3 轴都不产生力矩。应力产生的总力矩为

$$M_3 = (\pi_{12} - \pi_{21}) dx_1 dx_2 dx_3 = 0 [(\Delta x)^3] \quad (1-25)$$

体积力也可以相对于 x_3 轴产生力矩, 但这个力矩数量级为 $(\Delta x)^4$, 角动量随时间的变化率也是 $(\Delta x)^4$ 的数量级。因此, 当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时, 平衡条件要求 $M_3 \rightarrow 0$, 即

$$\pi_{12} = \pi_{21} \quad (1-26)$$

考虑相对于 x_1 和 x_2 的力矩平衡, 同样可以证明 $\pi_{23} = \pi_{32}$ 、

$\pi_{13} = \pi_{31}$ 。

应力张量对称性的意义在于, 我们只需知道六个分量 (而不是九个), 就能够完全表征某一点的应力状态。但应力张量的对称性必须看成是一种假设。原则上, 具有内部不对称结构的材料, 例如液晶, 或者非对称粒子的分散体系, 都可以呈现非对称性的应力张量。尽管如此, 一般还是假设 π 是对称的。

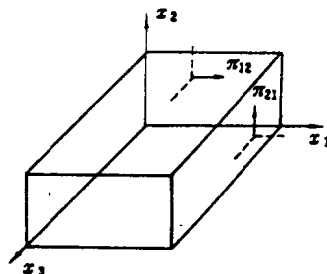


图 1-4 应力张量对称性分析图

第二节 广义牛顿定律

牛顿提出了关于粘性流体作直线层状运动时, 两流体层间的切应力假设。认为切应力与层间速度梯度成正比, 即

$$\pi_{yx} = \mu \frac{du}{dy} \quad (1-27)$$

式中 μ 为动力粘性系数, 取决于流体的物理性质。

通常称(1-27)式为牛顿内摩擦定律。

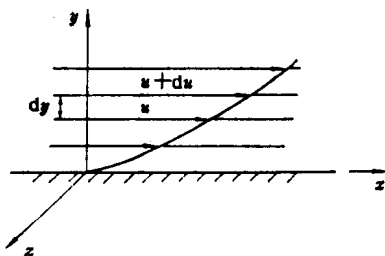


图 1-5 流体作直线层状运动时壁面附近速度分布

根据上一节所述的变形率张量和应力张量, 式(1-27)左边对应于平面直线运动特殊情况下的应力张量的一个切向分量, 右边的导数项对应于变形率张量的一个分量。因此可以理解为 π_{yx} 与 D_{yx} 成比例

$$\pi_{yx} = 2\mu D_{yx} = \mu A_{yx} \quad (1-28)$$

为了研究任意流动情况下粘性流体的应力与应变率关系特点, 斯托克斯将牛顿内摩擦定律进行了推广, 并做了如下假设:

- (1) 流体是连续的, 它的应力张量是变形率张量的线性函数;
- (2) 流体是各项同性的, 也就是说它的性质与方向无关。因此, 无论坐标系如何选取, 它的应力与变形率的关系是相同的;
- (3) 当流体静止, 即变形率为零时, 流体中的应力就是流体静压力。

$$\pi_{ij} = -p_0 \delta_{ij} \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (1-29)$$

或

$$\pi = -p_0 I \quad (1-30)$$

式中 I 为单位张量

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1-31)$$

实验证明, 对于大多数常见的液体和气体上述假设是对的。

根据应力张量与变形率张量是线性关系以及流体是各向同性的假设, 可以将应力张量 π 与变形率张量 D 的线性关系式写成

$$\pi = aD + bI \quad (1-32)$$

式中系数 a 和 b 应该是标量。

由于关系式(1-32)是线性的, 因此系数 a 不可能与张量 π 和 D 中的分量有关, 应该是与流体运动形态无关, 而取决于流体的物理属性的系数。参照牛顿内摩擦定律(1-27)、

(1-28)式,令

$$a=2\mu \quad (1-33)$$

至于系数 b , 由于在式(1-32)中, 右边第二项是 b 与单位张量 I 的乘积, 要保持该式的线性关系, b 只能由张量 π 与 D 的分量线性地组成。又由于 b 是标量, 因此它应该由张量 π 与 D 的分量中那些与坐标转换无关的分量组合来构成。对二阶对称张量来讲, 主对角线上三个量的和为它的线性不变量。如以下标 11, 22, 33 来表示主对角线上的三个分量, 则对于应力张量的线性不变量为

$$\pi_{11} + \pi_{22} + \pi_{33}$$

且将此不变量的 $\frac{1}{3}$ 取负值定为平均压力

$$p = -\frac{1}{3}(\pi_{11} + \pi_{22} + \pi_{33}) \quad (1-34)$$

对于变形率张量的线性不变量为

$$D_{11} + D_{22} + D_{33}$$

由前述分析可知

$$\nabla \cdot V = D_{11} + D_{22} + D_{33} \quad (1-35)$$

由此, 可写出标量 b 的一般关系式

$$b = -3pb_1 + b_2 \nabla \cdot V + b_3 \quad (1-36)$$

式中 b_1, b_2, b_3 为待定常数。

将式(1-33)、(1-36)代入式(1-32), 得

$$\pi = 2\mu D + [-3pb_1 + b_2 \nabla \cdot V + b_3] I \quad (1-37)$$

取等式两边主对角线上三个分量之和有

$$-3p = 2\mu \nabla \cdot V + 3b_1(-3p) + 3b_2 \nabla \cdot V + 3b_3$$

整理得

$$-3p(1-3b_1) = (2\mu + 3b_2) \nabla \cdot V + 3b_3 \quad (1-38)$$

在静止状态下, $\nabla \cdot V = 0$, 而且有 $\pi_{11} = \pi_{22} = \pi_{33} = -p = -p_0$, 则上式可以写成

$$-p_0(1-3b_1) = b_3 \quad (1-39)$$

由于 b_1, b_3 均为常数, 而且要求在静压力 p_0 值为任意情况下均成立, 则只有

$$b_3 = 0, b_1 = \frac{1}{3} \quad (1-40)$$

再以式(1-40)代回式(1-38)中得

$$b_2 = -\frac{2}{3}\mu \quad (1-41)$$

这三个系数确定后, 就可以构造出应力张量与变形率张量之间的一般线性关系式

$$\pi = 2\mu D - \left[p + \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot V \right] I \quad (1-42)$$

对于粘性流体, p 只有在特殊情况下才能各方向相等, 因此, 这里实际上带有平均值的概念。

如果在确定系数 b_2 时, 暂不以 $-\frac{2}{3}\mu$ 代入, 而记以 $b_2 = \lambda$, 则上式可写成

$$\pi = 2\mu D - (p - \lambda \nabla \cdot V) I \quad (1-43)$$

通常称(1-43)式为广义牛顿定律。 λ 称为膨胀粘性系数。

若以 v_i 和 $x_i (i=1, 2, 3)$ 分别表示 u, v, ω 和 x, y, z , 则可以写出在直角坐标系中应力张量与变形率张量各分量之间的关系式

$$\pi_{ij} = \begin{cases} \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) & \text{当 } i \neq j \text{ 时} \\ -p + 2\mu \frac{\partial v_i}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{V} & \text{当 } i = j \text{ 时} \end{cases} \quad (1-44)$$

对于不可压缩流体 $\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$

则

$$\pi_{ij} = \begin{cases} \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) & \text{当 } i \neq j \text{ 时} \\ -p + 2\mu \frac{\partial v_i}{\partial x_i} & \text{当 } i = j \text{ 时} \end{cases} \quad (1-45)$$

对于平面直线运动: $u = u(y), v = \omega = 0$, 此时退回到牛顿内摩擦定律的原始情况:

$$\pi_{xy} = \mu \frac{du}{dy}$$

广义牛顿定律建立了在一般情况下应力张量与变形率张量之间的关系, 它是粘性流体力学的一个理论基础。虽然在推广的过程中采用了一些无法用实验验证的不很严格的假设, 但是根据这一关系所得出的粘性流体力学方程组对许多问题的解, 均被实验所证实。因此, 间接地证明了这些推广的可靠性。

凡是应力张量与变形率张量的关系满足广义牛顿定律(1-42)式或(1-43)式的流体, 称之为牛顿流体, 例如水、空气等。反之, 不满足上述定律的流体称之为非牛顿流体。

非牛顿流体通常可分为三大类:

(1) 纯粘性非牛顿流体。此类流体当静止时呈现各向同性, 当受剪切时应力的合力仅与变形率有关, 与时间或剪切的持续时间无关。如宾汉塑性体(油漆、泥浆等), 假塑性体、膨胀性体(橡胶、纸浆、颜料、淀粉糊等)以及雷讷——里伍林体(胶质炼乳、溶化沥青等)都属于这一类。

(2) 时间依存流体。此类流体在等温的条件下, 保持固定的变形率, 随着时间的推移, 应力(粘性)逐渐增大或减小; 或者在固定的应力作用下, 随着时间的推移变形率逐渐减小或增加。如油墨即属于这一类流体。

(3) 粘弹性流体。是一种既具弹性, 又具粘性的流体。它既有固体的特性, 同时, 流动时又像流体那样, 由于摩擦损失而耗散能量。如某些高分子聚合物溶液即具有这种粘弹特性。

本书主要讨论钻井各工艺过程中所涉及的牛顿流体、纯粘性非牛顿流体的有关流体力学问题。

第三节 钻井液本构方程

描述流体切应力和应变速率之间的关系的方程式, 叫做流体的本构方程。广义牛顿定律为粘性流体力学建立起了应力张量与变形率张量之间的一般关系式。钻井工程实际中所采用的钻井液都是不可压缩的, 因此, 当采用张量分析中常用的方法来表达广义牛顿定

律所反映的应力与应变率关系时,式(1-45)可以进一步记做

$$\pi = -p\mathbf{I} + \mathbf{T} \quad (1-46)$$

$$\mathbf{T} = 2\mu\mathbf{D} = \mu\mathbf{A}_1 \quad (1-47)$$

式中 $\mathbf{T}$ 为偏应力张量, π 又称为全应力张量。

一般常称式(1-46)为应力张量方程,而称式(1-47)为牛顿流体本构方程,若流动是一维的,则式(1-47)退化为

$$\tau_{yx} = \mu \frac{du}{dy}$$

即为牛顿内摩擦定律。

根据许多简单剪切实验结果,各种类型的钻井液,其剪切应力 τ 与剪切速率 $\dot{\gamma}$ 的比值 $\tau/\dot{\gamma}$ 都是 $\dot{\gamma}$ 的函数,因此,很自然地设想把不可压缩牛顿流体的本构方程略加修正,而使其适用于纯粘钻井液,所以 τ 和 $\dot{\gamma}$ 之间的关系可写成

$$\tau = \eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma} \quad (1-48)$$

式中 $\eta(\dot{\gamma})$ 为视粘度或表观粘度,其为 $\dot{\gamma}$ 的函数, $\dot{\gamma}$ 为剪切速率。

实验证明,颠倒 $\dot{\gamma}$ 的方向,则 τ 的方向也将颠倒,故知 $\eta(\dot{\gamma})$ 是个偶函数。在大多数场合下应用的钻井液, $\eta(\dot{\gamma})$ 是 $\dot{\gamma}$ 的递减函数,这类钻井液被认为具有剪切稀释特性(如图 1-6 所示)。若 $\eta(\dot{\gamma})$ 是 $\dot{\gamma}$ 的递增函数,则称这类流体为剪切增稠(或叫胀流型)流体。

式(1-48)可以称为简单剪切流动情况下的钻井液本构方程。

为了对所有钻井液流动方式都能应用式(1-48),需将其进一步推广。由于钻井液的粘度与应变率有关,故钻井液的本构方程可写作

$$\tau_{ij} = 2\eta(D_{ij})D_{ij} \quad (1-49)$$

式中 $\eta(D_{ij})$ 是 D_{ij} 的标量函数,应与坐标系的选择无关,故应为应变率不变量的函数,一般用 $\eta(\mathbf{I})$ 表示 $\eta(D_{ij})$,并以此代替视粘度 $\eta(\dot{\gamma})$ 。其中 $\mathbf{I}$ 是一阶 Rivlin-Ericksen 张量 $\mathbf{A}_1$ 的第二不变量,并定义

$$\mathbf{I} = \left[\frac{1}{2} \text{tr} \mathbf{A}_1^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1-50)$$

式中 tr 表示对矩阵取迹。

将式(1-49)写成张量形式有

$$\mathbf{T} = \eta(\mathbf{I})\mathbf{A}_1 \quad (1-51)$$

式(1-51)便是钻井液本构方程的一般形式。将式(1-51)与式(1-47)相比较可知,对于牛顿流体, μ 是常数,而对于纯粘钻井液视粘度 $\eta(\mathbf{I})$ 不是常数,而是应变率不变量的函数。

钻井现场中,通常用于描述钻井液流变行为的非牛顿流变模式有幂律、宾汉、卡森、赫切尔-巴尔克莱和罗伯逊-斯蒂夫模式等,虽然他们都遵从式(1-51)所确定的一般本构方程,但依照各模式本身的特点,他们都有着各自确定的本构方程。

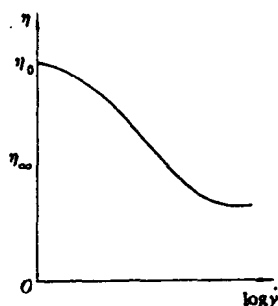


图 1-6 $\eta(\dot{\gamma}) \sim \dot{\gamma}$ 关系曲线

一、幂律流体本构方程

一维简单剪切流动情况下,幂律模式(Power-Law)描述为

$$\tau = K \dot{\gamma}^n \quad (1-52)$$

式中 K 是稠度系数, n 是流性指数。

n 是个无量纲量,其值可以大于或小于 1 而不等于 0; $n < 1$ 时,为拟塑性流体,流体呈剪切稀释特性; $n > 1$ 时,为膨胀型流体,呈胀流特性; $n = 1$ 时为牛顿流体; n 与 1 差值越大表明该流体的流变性偏离牛顿流体越远。

由式(1-52)幂律流体的视粘度为

$$\eta = \tau / \dot{\gamma} = K \dot{\gamma}^{n-1} \quad (1-53)$$

现对其它复杂流动情况下,幂律模式流体本构方程形式加以探讨。

对一维简单剪切流动所给出的本构方程(1-52)加以变形

$$\tau_{12} = \eta \dot{\gamma}_{12}$$

参照式(1-51),除 $A_{12} \neq 0$ ($A_{21} \neq 0$) 外, A_{ij} 的其余分量均为 0,故有

$$\dot{\gamma}_{12} = A_{12}, \dot{\gamma} = |\mathbf{II}|, \tau_{12} = T_{12} \quad (1-54)$$

所以

$$T_{12} = \eta A_{12} \quad (1-55)$$

$$T_{12} = K |\mathbf{II}|^{n-1} A_{12} \quad (1-56)$$

采用张量记法有

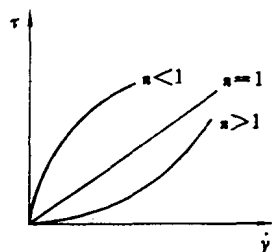
$$\mathbf{T} = K |\mathbf{II}|^{n-1} \mathbf{A}_1 \quad (1-57)$$

$$\eta = K |\mathbf{II}|^{n-1} \quad (1-58)$$

式(1-57)、(1-58)即为幂律流体常剪切条件下的本构方程。

幂律流体流变曲线如图 1-7 所示。

图 1-7 幂律流体流变性曲线



二、宾汉流体本构方程

宾汉模式(Bingham)常被用于描述塑性流体的流变性。塑性流体不同于牛顿流体与幂律流体,当所加的切应力低于极限静切应力时,塑性流体的内部不发生相对运动,只有当切应力超过极限静切应力时,塑性流体才开始流动。初期切应力与速度梯度成曲线关系(如图 1-8),当切应力大到一定程度后,切应力与速度梯度成直线关系。该直线斜率,叫做塑性粘度,常用符号 η 表示。直线的延长线在切应力轴上的交点 τ_0 ,叫做极限动切应力,又称屈服应力。

极限静切应力是指静止的塑性流体开始运动时,破坏其单位面积上的网状结构所需的切力。它常用于分析塑性流体由静止状态发展到运动状态的转变过程。

极限动切应力是指塑性流体在流动中,需要经常克服的、而与塑性粘度无关的那一部分定值切应力。极限动切应力常用于分析塑性流体的流动问题。

一维简单剪切变形条件下,当流速大到一定程度时,塑性流体的本构方程可以用宾汉

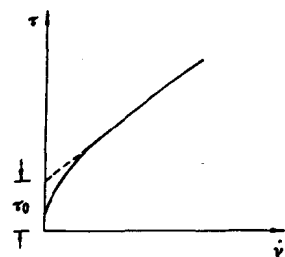


图 1-8 宾汉流体流变性曲线

公式表示为

$$\tau = \tau_0 + \eta_p \dot{\gamma} \quad (1-59)$$

式中 τ_0 为极限动切应力或屈服值; η_p 为塑性粘度或结构粘度。

所以,凡是其流变规律符合上式的流体,又叫做宾汉流体。

塑性流体的流变性不同于牛顿流体,这是同其内部结构分不开的。例如,钻井液中,由于固体颗粒的形状的不规则和颗粒表面所具有的物理化学性质,使得颗粒与颗粒之间相互粘结,形成网状结构。在低速率梯度范围内,网状结构拆散程度随着切应力的增大而增大,所以钻井液的粘性随切应力的增大而降低(图 1-8 中曲线部分)。随着网状结构拆散程度的增大,可供拆散的网状结构逐渐减小;同时由于被拆散的结构多了,它们之间再碰撞到一起而重新恢复网状结构的机会就多了,于是网状结构的恢复速度增大。当达到一定的应变速度后,网状结构的拆散速度等于其恢复速度而呈现动平衡时,网状结构的拆散程度不再随切应力的增大而变化,则钻井液的粘性也不再随切应力的增大而变化,而呈现为定值的塑性粘度(图 1-8 中直线部分)。

由此,对于给定的塑性流体, τ_0 和 η_p 不随切应力和应变速度变化,分别为定值,所以人们采用 τ_0 和 η_p 作为反映塑性流体流变性的两个重要参数。

由式(1-59),宾汉流体视粘度

$$\eta = \eta_p + \tau_0 / \dot{\gamma} \quad (1-60)$$

采用与幂律流体情况类似的分析处理,可得宾汉流体适用于各种流动情况的本构方程

$$\left. \begin{aligned} T &= (\eta_p + \tau_0 / |\mathbf{I}|) A_1 & \text{当 } \frac{1}{2} \text{tr} T^2 > \tau_0^2 \\ A_1 &= 0 & \text{当 } \frac{1}{2} \text{tr} T^2 \leq \tau_0^2 \end{aligned} \right\} \quad (1-61)$$

视粘度函数为

$$\eta = \eta_p + \tau_0 / |\mathbf{I}| \quad (1-62)$$

三、卡森流体本构方程

卡森模式(Casson)做为一种较复杂的流变模式,正如宾汉、幂律模式一样,也是一经验方程式,已被应用于其它工业(油漆、涂料、塑料等),1979年,劳增和里德首次将其引入于钻井液流变性研究中。结果表明,卡森模式不但在低剪切区和中剪切区都有良好的精度,而且,当仅有低和中剪切速率下的资料可以利用时,能很好地预测高剪切速率下的流变性。

简单剪切流动情况下,卡森模式表述为

$$\left. \begin{aligned} \tau^{1/2} &= \tau_0^{1/2} + \eta_{\infty}^{1/2} \dot{\gamma}^{1/2} & \tau > \tau_0 \\ \dot{\gamma} &= 0 & \tau \leq \tau_0 \end{aligned} \right\} \quad (1-63)$$

视粘度为

$$\eta = (\eta_{\infty}^{1/2} + \tau_0^{1/2} \dot{\gamma}^{-1/2})^2 \quad (1-64)$$

本构方程一般形式为