



趣味对策论

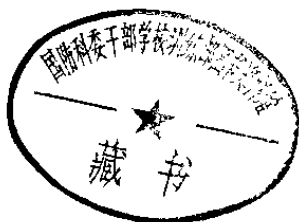
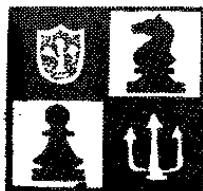
谈祥柏 著

中国青年出版社

023986



科工委学编802 2 0012196 9



趣味对策论

谈祥柏著

中国书店出版社

封面设计：简毅
插图：张中良

趣味对策论

谈祥柏著

*

中国青年出版社出版

中国青年出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

787×1092 1/32 5.25印张 72千字

1982年1月北京第1版 1982年1月北京第1次印刷

印数 1—27,500册 定价 0.65元

内 容 提 要

对策论属于应用数学，是运筹学的一个重要分支。本书以有趣的事例，生动的笔法，简单易懂的计算，通俗地介绍了对策论这门数学分支的基本知识。全书共分四部分：先简单介绍了发展简史；然后按问题性质分成“百战百胜”和“稳扎稳打”两部分介绍对策论；最后对这一数学分支的未来作了展望。这是一本引人入胜，耐人寻味的科学普及读物，适合中等文化程度的广大读者阅读。

GF42/32

序

对策论也叫做博弈论，是近五十年来才发展起来的一门新兴的应用数学，是运筹学的一个重要分支。这门学科在第二次世界大战以后，发展极为迅速，在经济、军事、生产和科学研究等各个方面，都得到了广泛的应用。

进入七十年代之后，对策论更加向纵深扩展。现在，它已经是研究人工智能的经常课题之一，有些报导向人们揭示了智能模拟的无限广阔的前景。同时，对策论和数学的一些新兴分支也正在相互渗透，例如“模糊数学”和对策论的结合，开始逐步形成了“模糊对策”。此外，用拓扑学的不动点方法研究对策论的动向也是值得人们注意的。

美国数学家J·D·威廉斯用十分生动有趣的笔法，写了一本通俗读物《全能战略家》，曾被译成多种文字出版。直到今天，即使一些很艰深的对策论专著，也还是经常地提到这本书，认为它在培养青少年爱好者方面的功劳是不能抹煞的。

作者在编写本书的时候，有选择地采用了这本世界名著中的一些例子。此外，还从其他书籍和期刊中汲取了不少有益的养料。为了结合我国情况，也编选了我国的一些实例（主要是古代的例子），以增加读者的兴趣。

限于作者的水平,书中肯定会有不少缺点和错误,敬希读者不吝指出。同时,作者希望能抛砖引玉,今后各方面的专家和科普工作者能写出更成熟、更有兴趣的对策论普及读物来!

谈 祥 柏

1980年十二月

目 次

前言	对策论发展简史	1
上编	百战百胜	13
	饿狼扑兔	15
	一局闷宫棋	18
	组合大爆炸	21
	围棋盘上下国际象棋	23
	异曲同工	27
	别有风味的棋戏	31
	巧夺偶数	34
	怎样抓住美人鱼	36
	捉特务	39
	请君入角	42
	“尼姆”还是“翻摊”？	45
	杜特奈的表带	54
	剪绳子	59
	古怪的批分数	62
	对称和匹配	65
下编	稳扎稳打	69
	咆哮的恶狗	70

买煤取暖问题	72
一对闹别扭的新婚夫妇	75
石头、剪刀、纸	78
怎样计算混合策略?	80
福尔摩斯之死	84
组字游戏	88
$2 \times m$ 博弈	93
高传真收音机	100
3×3 博弈	103
象棋团体赛	110
$3 \times m$ 博弈的解法总结	114
4×4 博弈	115
优越和分块矩阵	118
对自然界的博弈——一个临床诊断问题	122
蚂蚁战略家	128
迷宫中猫捉老鼠	133
“石头、剪刀、纸”游戏的两个变种	138
解决高阶($n \times n$)支付矩阵的一般方法	141
解博弈问题的叠代法	143
博弈跟线性规划的关系	150
“你中有我,我中有你”	155
结语 展望未来	159

前言 对策论发展简史

下象棋、打桥牌等等都是人们在繁忙的工作学习之余喜爱的文娱活动，这些活动总是把参加的人分成至少是对立的两个方面。和球赛、打仗一样，对立的双方都要运用智谋和对方斗争，以决胜负。大家一定都很熟悉“当局者迷，旁观者清”这句成语吧，局的原意指棋盘，或者下棋的情势，引伸为对立双方斗争的情势。所谓当局者，就是指对立的双方，也叫做局中人。局中人既可以理解成个人（例如下棋的双方），也可以理解成集体（例如代表两个国家的乒乓球队或交战的敌对国家）。无论是个人还是集体，要想在活动中取胜，就要运用最优的策略。用数学的观点和方法来研究取胜策略等问题，在数学上叫做对策论。在我国古代，人们把玩牌、下棋这类活动叫做博弈，因此，对策论也叫做博弈论。

在整个数学里，对策论和其他分支相比，是比较年青的，但是它的应用却越来越广泛，已经成为运筹学的一个重要分支了。据我们目前所知的材料，它已经在军事部署、自动控制、基本建设、地质勘探、海洋捕捞、农业抗灾、贸易斗争、医治疾病以及各项体育竞赛中被广泛应用，无怪乎这门年青的学科这样被人注意和重视。

对策论独立地形成为一门数学分支,是近几十年的事,但是朴素的运筹思想,古人就已有之。

据古史记载,战国时代就有一桩运用对策论的趣谈:有一次,齐王和齐将田忌赛马,双方都有上等马、中等马和下等马各一匹,分三场进行比赛,每场胜者可得千金。按照马匹的实力来较量,田忌的上等马不如齐王的上等马,田忌的中等马不如齐王的中等马,田忌的下等马也不如齐王的下等马。这样,若拿同等级的马进行比赛,田忌都是要输的。但是,比赛前田忌的宾客、军事家孙膑给他出了个主意,叫他用下等马对齐王的上等马,用上等马对齐王的中等马,用中等马对齐王的下等马(图1)。比赛结果,除了在下等马对上等马的一场比赛中田忌输了以外,其余两场比赛都赢了,反而净胜千金。由此可见,在各类斗争性质的现象中,局中人要想取胜,应该采取哪一种对策是至关重要的,这个问题是大可研究的。

青年朋友们,你们切莫以为对策乃是数学家的行当,跟我无关,实际上,生活中处处有对策哩!

下面,让我们再引述几个故事来说明对策论的实际应用吧!

三国时代,建都南京的吴国出了个有名的画家,名叫曹不兴,他的作品形神兼备,达到了以假乱真的程度。

有一次,吴主孙权叫曹不兴给他画一幅屏风。当时,曹不兴刚喝了几杯酒,执起笔来,右手有些不听使唤,一不小心,在漂亮的画绢上溅落了一个小墨点。曹不兴不禁吓了一跳,他知道孙权性情暴躁,弄污了他的画绢,可不是闹着玩的。怎么



图1.

办呢？曹不兴紧张地反复思索对策。突然，他心里一亮，想出了一个绝妙的点子，他急速挥毫，很快就画好了。

后来，孙权把这幅屏风要了去看，他发现屏风上画的是一篮杨梅，在篮子旁边有一只小苍蝇，似乎正在爬动。他就用衣

袖对着它挥动一下，想把苍蝇赶走，不料却挥之不去。孙权定睛细看，原来是曹不兴画的一只苍蝇。孙权大为高兴地说：“曹不兴真是画中圣手，他画的苍蝇，孤家还以为是真的呢！”于是就赏赐给他许多东西(图2)。

当然，孙权并不知道，这只苍蝇乃是曹不兴失手溅落的墨点改画的。由于曹不兴急中生智，想出了正确的对策，一场天大的祸事不仅化险为夷，而且还因祸得福呢！

还有工程技术方面巧妙地运用对策的例子，那就是丁谓的故事。

丁谓是北宋真宗朝代的大臣，他在当时的京城汴梁(今河南省开封市)做官。有一年，京城发生了一场大火，整座皇宫都成了断垣残壁，一片瓦砾。灾后，皇帝知道了谓很有才干，要他主持皇宫的修复工作。这可不是一件容易的事，既要清理废墟，又要挖土烧砖，还必须调运大量建筑材料。朝中大臣们都认为这项工程不但会耗费大量国库资金，而且十之八九会旷日持久。

不料丁谓却提出了一个“一举三得”的施工方案。他的措施是：首先把官前大街开挖成一条河，挖出来的土用来烧砖制瓦，这一来，就把从远处取土的问题巧妙地解决了。然后把这条河跟汴水接通，使大船可以直接从水路运来大批建筑材料；皇宫修复以后，再把一片瓦砾填在河里，以恢复原来的大街。丁谓这个人虽然历史上没有好名声，但他的这个巧妙的对策一举解决了就地取土、方便运输和废物处理问题，因而经常为后人所称道。



图 2 .

在军事方面也有不少运用对策论的故事，下面我们就讲一讲三国演义里的一段故事：

话说曹操中了诸葛亮和周瑜之计，在赤壁大败，仓皇逃命。奔逃了一程，到了一个三岔路口，前方有两条路。探路的

军士禀报：“这两条路都可以到南郡，不知丞相要走哪条？”曹操问道：“那两条路情况如何？”探子说：“大路比较好走，但要多走五十多里。小路通到华容道，要近五十多里，可是地窄路险，全是些坑坑洼洼，很难行走。”曹操派人上山瞭望，回报说：“小路山边有好几个地方冒烟，大路上却无动静。”曹操听了，就下令大家都走华容道小路。诸将说：“烽烟起处，必有军马，为什么反倒要走这条路？”曹操仰天大笑道：“你们难道不晓得兵法书上所说的‘虚则实之，实则虚之’吗？诸葛亮见识过人，他故意派几个小卒在山边烧火，令我军不敢从这条山路走，却埋伏着大军在大路上等着我们。我料定他必然如此，因此叫你们走华容道。”众将官听了，都说“丞相神算，人不可及。”就勒兵走华容道，径奔荆州。

谁知道“强中更有强中手”，诸葛亮完全摸透了曹操的心理，采取了正确的对策。他令关云长在华容小路堆积柴草，放起一把烟火，把曹操引来。关云长说：“曹操望见烟，知有埋伏，如何肯来？”诸葛亮笑道：“正是曹操懂兵法，这才可以瞒过他来。他见烟起，必道是虚张声势，故意吓他，定然投这条路来。”

结果曹操果然中了诸葛亮之计。

这可以说是对策思想获得成功的一个有名例子。看来，诸葛亮的本领的确要比曹操高出一筹。

或许大家会说，这个例子是小说家之言，恐怕靠不住。好，那么我们不妨来看看发生在第二次世界大战中的几幕真实海战的战略分析情况吧。

第二次世界大战期间，军事上、生产上、运输上都迫切地提出了一系列课题：飞机应当怎样侦察潜水艇的活动，有限的兵力应当怎样部署，生产应当怎样组织得更合理，这些形形色色的问题大大刺激和促进了对策论的发展。

二次世界大战中期，根据一些数学家的建议，一个用飞机进行系统巡逻的计划被采纳了。按照这个计划，可以用尽可能少量的飞机来控制一定面积的水域。在这以前，希特勒德国的潜水艇活动本来是异常猖獗的，而在执行这个计划以后，它们被侦察到的机会大大增加了。在南大西洋的“腰部”地带，有一次，德国有五艘船从日本装运了原料，偷偷越过封锁线。其中有三艘船被根据对策论拟定侦察路线的飞机所发现，当即被炸沉。还有两艘在精心设计的伪装掩护下逃掉了。后来当它们经过比斯开湾的时候，也还是被在那里活动的执行类似巡逻计划的飞机所发现，结果无一幸免。

1943年二月，美国军方获悉一支日本舰队集结在南太平洋的新不列颠岛，打算越过俾斯麦海开往新几内亚（现名伊里安岛）。美国西南太平洋空军奉命拦截并炸沉这支日本舰队。

从新不列颠岛到新几内亚的航线有南北两条，航程都是三天。美军得到的气象预报表明，未来三天在北路航线上阴雨连绵，而南路天气比较好。在这种情势下，日本舰队将走北路呢，还是南路？这是美军必须进行分析和判断的。因为要完成轰炸任务，首先要派出少量飞机进行侦察搜索，要求尽快地发现日本舰队，然后出动大批飞机进行轰炸。

空军司令考虑了出动少数飞机分两路进行搜索的战略，共有以下几种：

第一，搜索重点放在北路，日舰也走北路。这时虽然天气很差，能见度低，但是因为搜索力量集中，可望在一天内发现日舰，于是就有两天的轰炸时间。

第二，搜索重点放在北路，可是日舰走的是南路。这时，南路虽然天气比较好，但是因为搜索力量集中于北路，南路只有很少的飞机，因此也需要花上一天时间才能发现日舰。于是轰炸时间也就只有两天。

第三，搜索重点放在南路，日舰却走北路。这时，北路只有为数极少的飞机，天气又很坏，得花上两天时间才能发现日舰，轰炸时间只剩下一天。

第四，搜索重点放在南路，日舰也走南路。这时，搜索的飞机比较多，天气又好，可以指望很快就能发现日舰，轰炸时间基本上有三天。

站在美国方面的立场来看，当然是第四种情况最有利。可是，打仗不能“一相情愿”。就日本方面的立场来看，当然走北路要有利得多。所以第二种和第四种情形可能出现的机会很小。因此空军司令毅然决定，把搜索重点放在北路。结果不出所料，日本人果然选择了这条航线，海战基本上在美方预期的地点发生了，结果日本方面遭到了覆灭的命运。

对策论的实际运用，虽然很早就有许多事例，但是直到本世纪三十年代以前，这些知识还是十分零散的。1944年数学家冯·诺伊曼和经济学家摩根斯坦通力合作，把这方面分散的

数学理论加以系统化和完善化，写出了一本可以称为对策论里程碑的巨著《博弈论和经济行为》。以后不久，又发现了二人零和对策跟线性规划问题的内在联系。罗马尼亚数学家瓦尔德也开创了数理统计的一个新分支——统计判决函数，为人类对大自然的斗争开辟了一个十分有意义的方向。

在五十年代和六十年代，对策论取得了长足进展，各种对策理论的文章如雨后春笋般地涌现了出来。动态规划的奠基人、美国数学家贝尔曼在自动控制系统设计问题中应用了博弈论，他的名著《博弈·动态规划和计算机》获得了广泛的好评。各种对策问题的研究也进一步深入了，从有限博弈发展到无限博弈，从矩阵对策发展到微分对策。军事学家对于运用对策论思想来研究水雷和军舰、歼击机和轰炸机、导弹和反导弹之间的作战和追踪的问题，发生了巨大的兴趣。1965年，美国数学家埃萨克提出了在追踪问题中追踪和逃避双方都能自由决策行动的微分对策理论，把这方面的研究工作推进到了一个新的高峰。

在未来战争中，对策论也扮演着重要的角色。据一些报纸的透露和分析，苏联在八十年代将能生产二百三十枚 SS-18 洲际导弹，1982 年可供实战使用，1985 年左右部署完毕。每枚导弹有三个以上分弹头，每个分弹头的爆炸威力在一百万吨梯恩梯当量以上，可同时摧毁美国一千个以上的民兵导弹发射井。针对这种情况，美国正在积极研制二百枚巨型 MX 洲际导弹，准备在 1983 年试飞，1986 年开始大量部署。它是一种灵活的“陆基机动导弹”，每枚导弹有二十三个掩体，