

电 路 分 析

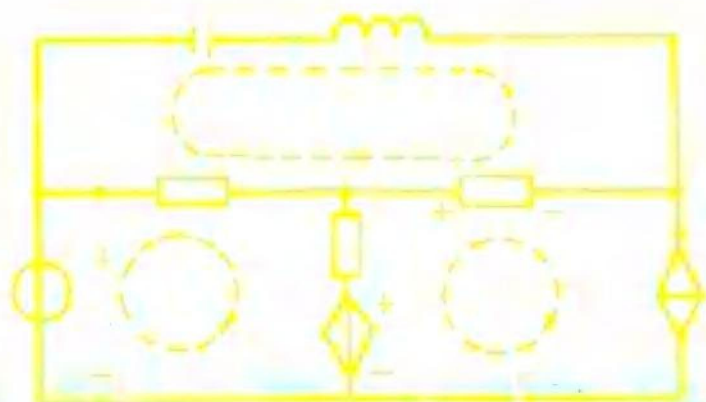
主 编

王曙钊

主 审

徐 惕

刘卓康



西北工业大学出版社

电 路 分 析

主编 王曙钊
编者 王曙钊 张路新 李仁国 陈长兴
唐伯胜 翁连正 葛海波
主审 徐 惕 刘卓康

西北工业大学出版社

1996年7月 西安

(陕)新登字 009 号

【内容简介】 本书全面介绍了电路分析的基本理论和方法,包括电路的基本规律、直流电阻电路、一阶动态电路、正弦稳态电路、互感及变压器电路、双口网络等内容。每节后有思考及练习题,每章后有小结及习题,以指导每章、每节内容的学习。

本书既重视基本理论和概念的阐述,又特别注意联系实际,以提高读者分析问题和解决问题的能力。全书内容由浅入深,循序渐进,通俗易懂,便于自学。

本书适合电类通信、导航、自动控制、计算机应用及电子技术专业作大专教材使用,也适合电大、函大、职大、夜大及成人自学考试等作教材使用,对上述专业的本科生及相关工程技术人员也有参考价值。

电 路 分 析

主 编 王曙钊

主 审 徐 惕 刘卓康

责任编辑 王 璐

责任校对 钱伟峰

*

© 1996 西北工业大学出版社出版发行

(710072 西安市友谊西路 127 号 电话 8493844)

全国新华书店经销

西北工业大学出版社印刷厂印装

ISBN 7-5612-0885-5/TN·51

*

开本:787×1092 毫米 1/16 印张:17.5 字数:427 千字
1996 年 7 月第 1 版 1996 年 7 月第 1 次印刷
印数:1-7 100 册 定价:16.50 元

购买本社出版的图书,如有缺页、错页的,本社发行部负责调换。

前 言

本教材是参照国家教委 1989 年高等工业学校课程指导委员会全体会议审定通过的《电路分析基础和信号与系统课程基本要求》，根据近几年深化教学改革的形式和要求，结合西安地区各军事院校在“电路分析”、“信号与系统”两门专业基础课多年教学中的经验，集体编写而成的。本教材反映了该课程的基本内容和各院校教学大纲的基本要求。考虑到大学专科的教学特点，教材在总体结构上力求简明，章节内容安排上既注意了课程的体系和连贯性，又保持一定的相对独立性，便于按不同的教学要求进行内容裁剪。同时，尽可能使每章正文、例题、思考与练习题、小结和章后习题相互配合，前后呼应，以利于自学。

全书共分六章：第一章，电路模型和电路的基本定律；第二章，直流电阻电路分析；第三章，直流激励的一阶动态电路；第四章，正弦稳态电路；第五章，互感电路和理想变压器电路；第六章，双口网络。讲授全部内容约需要 75 学时，各院校可根据实际情况灵活掌握。

本教材和宁德成同志主编的教材《信号与系统》配套使用，也可单独使用。

本书是集体协作编写而成的，是西安地区多所军事院校多年来在该课程上进行教学研究和教改的成果。参加本书编写的有唐伯胜（第一章）、王曙钊（第二章）、葛海波（第三章）、张路新、翁连正（第四章）、陈长兴（第五章）、李仁国（第六章）等同志，王曙钊同志任主编。徐惕、刘卓康同志分别仔细审阅了本书全稿，提出了不少编写意见和建议。在整个编写出版过程中始终得到了西安地区军事院校协作中心的关心和支持，得到了各有关院校领导和机关的具体指导和帮助，编者在此一并表示衷心的感谢。

由于编者水平所限，书中难免存在欠妥之处，诚望广大读者及时指正，以在修订时改正充实。

编 者

1995 年 10 月

目 录

第一章 电路模型与电路的基本定律	1
§ 1.1 实际电路和电路模型	1
§ 1.2 电流、电压和功率	3
§ 1.3 电路元件	9
§ 1.4 基尔霍夫定律	15
小结	20
习题一	20
第二章 直流电阻电路分析	24
§ 2.1 电阻的串联、并联和混联	24
§ 2.2 电阻的 Y 形联接与 Δ 形联接的等效变换	31
§ 2.3 简单含源电路的等效变换	36
§ 2.4 支路分析法	39
§ 2.5 网孔分析法	45
§ 2.6 节点分析法	48
§ 2.7 线性网络叠加定理	53
§ 2.8 替代定理	57
§ 2.9 戴维南定理和诺顿定理	59
§ 2.10 最大功率传递定理	65
§ 2.11 互易定理	68
小结	71
习题二	72
第三章 直流激励的一阶动态电路	80
§ 3.1 电容元件	80
§ 3.2 电感元件	84
§ 3.3 过渡过程的产生及电路初始值的计算	87
§ 3.4 一阶电路的零输入响应	92
§ 3.5 一阶电路的零状态响应	96
§ 3.6 一阶电路的全响应	100
§ 3.7 三要素法	103
§ 3.8 微分电路和积分电路	106
小结	110

习题三	111
第四章 正弦稳态电路	118
§ 4.1 正弦电压、电流的基本概念	118
§ 4.2 正弦交流电的相量表示	123
§ 4.3 基尔霍夫定律和 R 、 L 、 C 元件伏安关系的相量形式	128
§ 4.4 阻抗和导纳及正弦稳态电路的相量模型	134
§ 4.5 正弦交流电路的相量分析法	137
§ 4.6 正弦交流电路的功率	146
§ 4.7 电路中的谐振	156
§ 4.8 对称三相电路	161
§ 4.9 不同频率正弦稳态电路的计算	168
小结	171
习题四	175
第五章 互感电路和理想变压器电路	183
§ 5.1 互感元件	183
§ 5.2 互感消去法	188
§ 5.3 空心变压器电路的分析	195
§ 5.4 理想变压器元件及电路分析	200
§ 5.5 实际变压器及其电路模型	206
小结	213
习题五	214
第六章 双口网络	221
§ 6.1 双口网络端口的伏安关系及参数	221
§ 6.2 双口网络的等效电路	229
§ 6.3 具有端接的双口网络电压、电流的计算	232
§ 6.4 复合双口网络	235
§ 6.5 正弦稳态网络函数	242
§ 6.6 双口网络的实验参数和影象参数	246
§ 6.7 双口网络的应用	255
小结	258
习题六	259
习题答案	265
参考文献	274

第一章 电路模型与电路的基本定律

电路是由电子元器件相互连接而成的整体。它和自然界其他任何事物一样有着自己特有的基本规律。根据电子元器件的基本特性,研究给定电路的工作原理,并确定电路中各种物理量的变化规律,正是本书将要讨论的问题。

本章将从实际电路出发,引出电路模型的概念,介绍电路中常用的物理量;讨论基本电路元器件的伏安关系;着重介绍电路理论中的最基本电路规律——基尔霍夫电压定律和基尔霍夫电流定律。

§ 1.1 实际电路和电路模型

为了实现电能的转换或电信号的传输、储存、处理等目的,将所需要的电子元器件按一定的方式相互连接起来,就构成了所谓的“电路”。我们日常生活中实际上已经接触到了许多电路。如手电筒、收音机、电子计算机等,就是实际电路的典型例子。从功能上讲,电路大体可分为两类,一类是进行能量转换和传输的电路,如手电筒电路;第二类是进行电信号的传输、储存处理的电路,如收音机、计算机电路。电路从各部分作用上讲,可划分为三个部分。第一部分是电源电路,它的作用是给后续电路提供能量。第二部分是传输或处理电路,它的作用是将电能传输给负载或将信号进行预定的处理。第三部分是负载电路,它的作用是将电能转换成其他形式的能量或将电信号传输给其他的电路。

任何元器件及实际电路的工作过程,都是电磁能量的储存、转换及损耗的过程。比如实际工作的电阻器,它对电流有阻碍作用,这种阻碍作用表现为对电场能量的损耗而转换成热能。又如一个实际工作的电感线圈,它的功能是储存磁场能量,但由于线圈导线有电阻,线圈之间存在电容,因而也存在损耗和电场。一个实际工作的电容器,它的功能是在它的极板间储存电场能,但由于存在介质损耗,加之可能存在的磁场,因而也存在损耗和产生磁场。一个实际工作的电源既有产生电场能量的一面,也有自身消耗电场能量的一面。作为连接用的导线,既有导通电流的作用,也有阻碍电流的作用,同时在它的周围也伴随有磁场分布。这些事实说明:电子元器件在工作过程中,总是与电场和磁场及其能量损耗这些物理现象交织在一起,或者说,电路在工作时总是存在着电场和磁场及其能量损耗这些物理现象。

在描述和表征各电子元器件的特性时,如果对他们所表现出的电磁现象都加以考虑的话,势必使问题的分析复杂化。为了使问题分析得到简化,可以对一种元器件所表现出的电磁现象加以科学的抽象,即抓住主要的电磁现象,并把这种电磁现象用一种相应的元件去体现。这种处理方法就是对实际元器件建立模型元件的方法。

电阻器工作时所表现的电磁现象中,消耗电场能量这一特性是主要的,而磁场现象是次要的,在一定的条件下可以忽略不计。于是就用一个理想的二端电阻元件来表征电阻器消耗电能这一特性,这个理想的二端电阻元件叫做电阻器的模型。如图 1.1-1(a) 所示。实际电感线圈工作时所发生的电磁现象中,储存磁场能量这一性质是主要的,而其他电磁现象可以忽略不计,

于是就用图 1.1-1(b) 所示的理想二端电感元件模型来表示电感器储存磁场能量的特性。同理,电容器工作时其中所发生的主要电磁现象是储存电场能量,可以用图 1.1-1(c) 所示的理想二端电容元件模型来表示电容器储存电场能量这一特性。

这些模型元件是对实际元器件理想化处理的结果,它并不等于实际的电路元器件。因为实际元器件在电路工作时有多形式的电磁现象,而模型元件只能表征其中主要的一种电磁现象。不仅如此,实际元器件还有大小、几何形状和结构材料之分,而模型元件只是一种电磁现象的表现形式。例如,同是电阻器,一个是碳膜电阻器,一个是线绕电阻器,从外观、结构、材料上看,可以认为这两个电阻器是不同的电阻器件。相应的,如灯泡、电炉也是不同的电阻器件。但是归根结底它们在电路中工作时所表现出的主要电磁现象却是相同的。因而就可以用相同的模型元件 R 来表征。

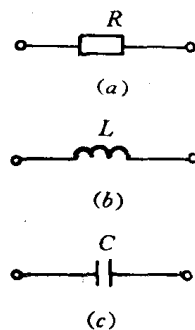


图 1.1-1 电阻电感电容的模型

那么,实际元器件与模型元件有什么关系呢?可以这样说,有了理想的模型元件,任何一种实际元器件就可以用这些模型元件的恰当组合来表示。以实际电感线圈为例,在电路中它消耗的电能与实际储存的磁场能相比可以忽略时,就用模型元件 L 表示,如图 1.1-2(a) 所示;

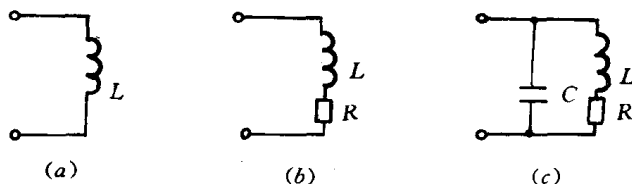


图 1.1-2 实际电感线圈的几种模型

而当它消耗的电能需要考虑时,就可用模型元件 L 、 R 相串联的形式来表示,如图 1.1-2(b) 所示;

当高频电流通过电感线圈时,它所消耗的电能、储存的磁场能和伴随的电场能均需要考虑时,可用如图 1.1-2(c) 所示的形式表示。这说明,一个实际的元器件在不同的工作条件下它的模型可以是不同的。

实际电路是由实际元器件联接而成的。将电路中实际元器件用模型元件表示所画出的图形称做实际电路的电路模型(图),或叫电原理图。图 1.1-3(a) 所示是实际手电筒电路,当电源的内阻不计,导线为理想导体,只考虑灯泡消耗电能的特性,它的电路模型如图 1.1-3(b) 所示。不难理解,电路模型只是近

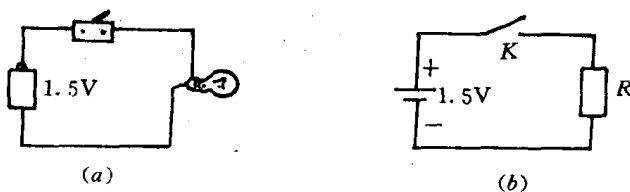


图 1.1-3 手电筒电路及模型

(a) 手电筒电路 (b) 手电筒电路模型

似地反映实际电路的电磁特性。近似的程度取决于元器件模型的近似程度。在工程上,通常根据不同的误差要求采取不同的元器件模型,从而构造出不同的电路模型。电路分析所研究的电路就是指上述意义上的电路模型而不是实际的电路。本书所提到的元件也是指理想化的模型元件。

由于实际元器件在电路中工作时,所发生的电磁现象是交织在一起的,在空间上无法将它们分离,而且这些电磁现象连续分布在整个元件之中。为了便于分析起见,引入了理想化的模型元件,其目的是把本来具有分布特性的电路参数人为地用模型元件或它们的组合形式来描

述。这样的模型元件叫做集总参数元件，它们的参数 R 、 L 、 C 叫集总参数。由于集总参数元件只表示一种电磁现象，可以用数学方式来精确定义，从而给电路的定量分析带来极大的方便。本书所研究的电路模型就是指集总参数的电路模型。

用集总参数表示的电路模型是有条件的。集总参数意味着把器件的电场和磁场分隔开来，电场只与电容元件有关，磁场只与电感元件有关，这两种场之间不存在相互作用。实际上，电场与磁场都是以电磁波形式存在着。当电路的几何尺寸相对于电磁波的波长可以比较时，电路中一部分电磁能量就会通过辐射的方式损失掉。显然，这与集总参数的概念是不相容的。电路中只有在电磁场能量辐射可以忽略不计的情况下，才能用集总参数的概念。这就要求电路中的元器件应工作在低频，或者说电路中的电磁波的频率对应的波长应远远大于元器件的几何尺寸。这便是集总参数应用的条件。但对于远距离的传输线来说，就必须考虑到电场、磁场沿导线分布的现象，此时只能用分布参数而不能用集总参数来表征。本书只讨论集总参数下的电路模型。

§ 1.2 电流、电压和功率

电流、电压和功率是电路分析中常用的三个物理量。电路对信号的传输和处理通常是用电压、电流的波形变化表现的。而电路完成能量传输和分配的能力用功率的大小来衡量。所以讨论和理解这三个量的物理概念是很重要的。

1.2.1 电流

在外电场作用下带电粒子的定向移动即形成电流。在金属导体中，能够自由运动的带电粒子是自由电子。通常情况下这些自由电子作无规则的运动，故形成不了电流。如果金属导体的两端接上电源，带负电荷的自由电子将逆电场方向运动，于是形成电流。在电解液中，存在正负离子，在电场作用下，正负离子将向相反的两个方向移动，它们都形成电流。

当运动的电荷从导体横截面的一侧穿过流向另一侧时，若流动的电荷量随时间变化，这种电流称为时变电流，如图 1.2-1(a) 所示。当运动的电荷只从导体横截面的一侧穿过横截面流向另一侧，且流量恒定时，这样的电流叫直流电流，如图 1.2-1(b) 所示。当运动的电荷从导体横截面的一侧穿过流到另一侧往返流动时，这种电流叫交变电流，其波形如图 1.2-1(c) 所示。若时变电流或交变电流具有周期性，则称为周期电流。如图 1.2-1(d) 所示的锯齿波电流。若周期电流作正弦规律变化时，称为正弦电流或正弦交流电，如图 1.2-1(e) 所示。

电流的大小用电流强度来衡量。电流强度定义为单位时间内通过导体横截面的电荷量，用 i 表示，其表达式为

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1.2-1)$$

式中 dq 是在 dt 时间内通过导体横截面的电荷量。

由式(1.2-1)可知，当流过导体横截面的电荷量 q 与时间 t 成正比，即 $q = It$ 时，流过导体的电流就是直流，它的电流强度就是比例系数 I ，其计算公式为

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{q}{t} \quad (1.2-2)$$

在国际单位制(SI)中,电荷 q 的单位为库仑(C),时间 t 的单位为秒(s),这时电流强度的单位为安培(A),简称“安”。在实际应用和电路计算中,电流强度常用的单位还有毫安(mA)和微安(μA)。它们与安培的换算关系为

$$1 \text{ mA} = 10^{-3} \text{ A}$$

$$1 \mu\text{A} = 10^{-6} \text{ A}$$

电流强度简称为电流。所以电流不仅表示电荷在导体中流动这种物理现象,它也是一种物理量。当某一物理量与时间变量 t 无关时,就用大写的字母表示,如式(1.2-2)中的 I 。若物理量随时间 t 而变化,就用小写的字母表示,如式(1.2-1)的 i 。这样时间变量 t 有时可以省去不写,例如将 $i(t)$ 简写为 i 。本书将一直遵循这个约定。

电流具有方向。习惯上,人们将正电荷运动的方向规定为电流的实际方向。对于简单的电路,不难根据物理知识判断正电荷运动的方向,从而确定电流的实际方向。对于一些复杂的电路,某一元件上流过的电流的实际方向就难以确定。此外,如果电流的实际方向随时间不断地变化,更无法标明它的实际方向了。为了解决这一问题,引入参考方向的概念。

所谓参考方向就是预先假设的电流方向。这样一来,这个参考方向就可能与电流的实际方向相同,也可能与实际的电流方向相反。为了建立电流的参考方向与实际方向间的关系,特规定:当电流的参考方向与实际方向一致时,参考方向的电流为正(即大于零);当参考方向与实际方向相反时,参考方向的电流为负(即小于零)。在这一规定下,参考方向的电流就是一个代数量。其值为正,说明电流的实际方向就是参考方向;其值为负,说明电流的实际方向是参考方向的反方向。后文所说的电流方向均指参考方向。电流的参考方向在电路图中用“箭头”表示,箭头所指的方向就是参考电流的流向。

对于复杂的电路,在难以判别流过某一元件或某一段电路的电流实际方向时,可任意选定一个方向为参考方向,然后通过对电路的分析计算,求出该参考方向的电流。若该电流为正(>0),则表明该段电路中的电流实际方向就是参考方向。若该电流为负(<0),则表明该段电路中电流的实际方向与参考方向相反。

电路分析所涉及的电流均指参考方向的电流。在分析计算电路时,必须在电路中先标出电流的参考方向,否则,计算结果的正负是毫无意义的。

例 1.2-1 正电荷 $q(t) = \left(\frac{1}{2}t^2 - 2t\right) \text{ C}$,由 a 到 b 流经元件,如图 1.2-2 所示。试分别求 $t = 1 \text{ s}$ 和 $t = 3 \text{ s}$ 时通过元件电流的大小,并说明电流的实际方向。

解 由于通过元件的电量是时间的函数,不同时刻流过元件的电量是不同的。由电流的定义式可求得(参考方向由 $a \rightarrow b$)

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}t^2 - 2t \right) = (t - 2) \text{ A}$$

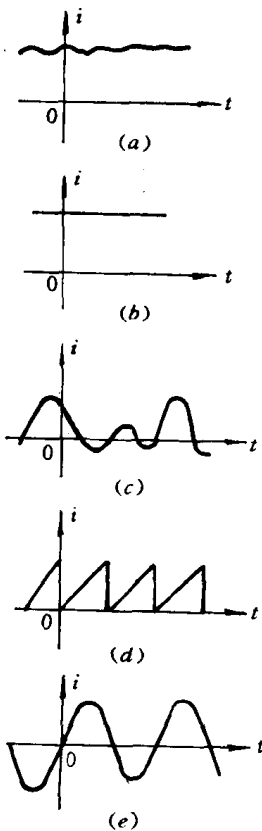


图 1.2-1 电流种类

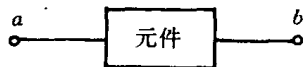


图 1.2-2 例 1.2-1 图

当 $t = 1\text{ s}$ 时, $i = (1 - 2)\text{ A} = -1\text{ A}$

当 $t = 3\text{ s}$ 时, $i = (3 - 2)\text{ A} = 1\text{ A}$

由计算结果可知,当 $t = 1\text{ s}$ 时,参考方向的电流为负,故电流的实际方向与参考方向相反,即由 b 流到 a 。
当 $t = 3\text{ s}$ 时,参考方向的电流为正,故电流的实际方向与参考方向相同,即由 a 流到 b 。

例 1.2-2 如图 1.2-3(a) 所示电路元件,设在 3 s 内有 6 C 的正电荷均匀地由 a 端移到 b 端。

(1) 若电流的参考方向由 $a \rightarrow b$, 求 I 。

(2) 若电流的参考方向由 $b \rightarrow a$, 求 I 。

(3) 若负电荷由 a 移到 b , 以上结果又如何?

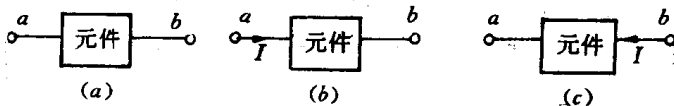


图 1.2-3 例 1.2-2 图

解 (1) 当 I 的参考方向如图 1.2-3(b) 所示时, I 与正电荷移动的方向相同, 故应取正值, 即 $I_{ab} = \frac{6}{3}\text{ A} = 2\text{ A}$ 。

(2) 若 I 的参考方向如图 1.2-3(c) 所示, 则 I 与正电荷移动的方向相反, 故其应取负值, 即 $I_{ba} = -\frac{6}{3}\text{ A} = -2\text{ A}$ 。

比较以上两结果, 可得 $I_{ab} = -I_{ba}$, 即同一支路两个不同参考方向的电流满足互为相反数的关系。

(3) 若负电荷由 a 流向 b , 相当于等量的正电荷由 b 流向 a 。因此, 当电流的参考方向选为 $a \rightarrow b$ 时, $I_{ab} = -\frac{6}{3}\text{ A} = -2\text{ A}$ 。当参考方向选为 $b \rightarrow a$ 时, $I_{ba} = \frac{6}{3}\text{ A} = 2\text{ A}$ 。

1.2.2 电压

电压是电路分析的另一个物理量。从物理学可知道, 电荷在电场中要受到电场力的作用。正电荷将沿着电场的方向移动, 负电荷则逆电场方向移动。这是电场对电荷做功的表现。为了反映电场对电荷做功能力的大小, 现引入电压的概念。

电场力将正电荷从电路的一点 a 移动到另一点 b 所做的功与移动电荷的比值称为 ab 两点间的电压, 用 $u_{ab}(t)$ 表示, 即

$$u_{ab}(t) = \frac{dW}{dq} \quad (1.2-3)$$

式中 dq —— 电场力移动的正电荷量, 单位为库伦, C ;

dW —— 电场对 dq 从 a 点移动到 b 点所做的功, 单位为焦耳, J 。

电压的单位为伏特 (V), 简称“伏”。当 dW 和 dq 之比值为常数时, 式(1.2-3) 可写为

$$U_{ab} = \frac{W}{q} \quad (1.2-4)$$

式(1.2-4) 中的 U_{ab} 叫直流电压。当 q 为 1 C 时, 电压 U_{ab} 在数值上就等于 W 。这表明电场力把单位正电荷由 a 点移动到 b 点所做的功, 在数值上等于 a 、 b 两点间的电压。从能量关系上讲, 当 $U_{ab} > 0$ 时, 表明单位正电荷经过某段电路时电场力做了正功, 电荷的能量(位能) 减小, 也就是这段电路吸收了能量。当 $U_{ab} < 0$ 时, 表明单位正电荷经过某段电路时电场力做了负功,

电荷的能量(位能)增加,也就是这段电路提供了能量。所以电压是一个代数量。

电压的基本单位是伏(V),常用的单位还有千伏(kV),毫伏(mV),微伏(μV),它们之间的换算关系为

$$1\text{ kV} = 10^3\text{ V} \quad 1\text{ mV} = 10^{-3}\text{ V} \quad 1\text{ }\mu\text{V} = 10^{-6}\text{ V}$$

电压的种类与电流的种类相类似,亦分为时变电压、交变电压、周期电压和正弦电压等。

在电路分析和实际应用中,有时也涉及电位这个物理量。在物理学中,把单位正电荷由电场中的某一点 a 移动到参考点(无限远处),电场力所做的功叫做 a 点的电位,用 U_a 表示。在电路中,电位参考点可选电路中的任意一点(通常习惯于选取公共联接点为参考点,也叫接地点,用符号 $\perp$ 表示)。这样一来,电路中某点的电位即指该点到参考点的电压。电位亦为代数量,当其值大于零时,表明该点的电位高于参考点的电位(参考点的电位为零);当其值小于零时,表明该点的电位低于参考点电位。

从电压、电位的定义可知,电压是对电路中任意两点而言,电位是对电路中的一点而言(相对于参考点)。电路中各点电位的高低与参考点的选取有关,参考点选取不同,各点电位同时升高或降低一个数值,而任意两点间的电压保持不变,即与参考点无关。电压与电位的关系是:电路中任意两点间的电压,等于这两点间的电位差,即

$$u_{ab} = u_a - u_b \quad (1.2-5)$$

由电位与电压的定义不难理解, a 点的电位 u_a 减去 b 点的电位 u_b 即是单位正电荷由 a 点移动到 b 点电场力做功的大小,就是指 a 、 b 间的电压 u_{ab} 。

电压不但有大小也有方向。电压的实际方向规定为电场力对正电荷做正功的方向。该方向就是电位实际降落的方向。由于电压对两点而言,故高电位端用“+”号表示,叫正极性端;低电位端用“-”号表示,叫负极性端。这样一来,电压的实际方向就是由“+”极性端指向“-”极性端。

在电路图中,当两点间的电压的实际方向不易判别或随时间不断变化时,可以任意假定其中的一点为“+”极性端,另一点为“-”极性端。这样假定的极性叫电压的参考极性。由“+”指向“-”的方向叫电压的参考方向。电压的参考方向与实际方向的关系是:电压的参考方向与电压的实际方向相同时,参考方向的电压为正(即大于零),反之为负(即小于零)。在假定参考方向之后,根据电路进行分析计算,若求得参考方向的电压为正时,说明该两点间电压的实际方向与参考方向相同;若为负,则电压的实际方向与参考方向相反。后文中所说的电压方向均指参考方向,例如 u_{ab} 就是指参考方向由 a (“+”极性端)到 b (“-”极性端)的电压。

参考方向的概念在电路理论中是一个非常重要的概念,对此要给以充分注意。

这里还要说明的问题是,既然在电路中电流的参考方向和电压的参考方向在标定时都具有任意性,那么二者之间有什么关系呢?就本质意义上讲,二者是彼此独立的,没有任何限制。然而为了分析问题方便,常把电路中二端元件上的电流参考方向与电压参考方向取为一致,如图1.2-4所示,称为关联参考方向。在关联参考方向下,二端元件中的参考电流从该元件参考电压的“+”极性端流向参考电压的“-”极性端。与此相反的参考方向称为非关联参考方向。

例1.2-3 如图1.2-5所示二端元件,若 $U_{ab} = -5\text{ V}$,

(1) 求 U_{ab} ,并指明电压的实际方向。

(2) 若以 b 为参考点, $U_a = ?$ 若以 a 为参考点, $U_b = ?$

解 (1) 由 $U_{ab} = -5\text{ V}$ 可知,该元件电压参考方向是 a 端为“+”, b 端为“-”。 $U_{ab} < 0$ 说明电压参考方

向与实际方向相反。所以电压实际方向是由 $b \rightarrow a$, 数值为 5 V , 即 $U_{ba} = 5\text{ V}$ 。

(2) 若以 b 作为参考点 ($U_b = 0$),

则 $U_{ab} = U_a - U_b$

故 $U_a = U_{ab} + U_b = (-5 + 0)\text{ V} = -5\text{ V}$ (a 点电位比 b 点电位低 5 V)

若以 a 作为参考点 ($U_a = 0$),

则 $U_{ba} = U_b - U_a$

故 $U_b = U_{ba} - U_a = [0 - (-5)]\text{ V} = 5\text{ V}$ (b 点电位比 a 点电位高 5 V)

计算结果表明, 参考点改变, 各点电位改变, 但 a, b 两点电位差(电压)未变。

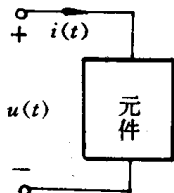


图 1.2-4 关联参考方向

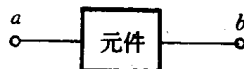


图 1.2-5 例 1.2-3 图

例 1.2-4 若 A, B 两点的电位分别为 $U_A = 10\text{ V}$, $U_B = -20\text{ V}$, 求 U_{AB} 和 U_{BA} 。

解 由电压与电位的关系式(1.2-5)可得

$$U_{AB} = U_A - U_B = [10 - (-20)]\text{ V} = 30\text{ V}$$

$$U_{BA} = U_B - U_A = (-20 - 10)\text{ V} = -30\text{ V}$$

计算结果表明, 两点之间不同参考方向的电压满足互为相反数的关系。

1.2.3 电功率

电路在工作过程中具有能量的传输、储存和转换。外观上表现为能量的吸收和释放。电路吸收或释放能量的速率叫电功率, 用 p 表示, 即

$$p = \frac{dw}{dt} \quad (1.2-6)$$

式中 dw 为电路在 dt 时间内吸收或释放的能量, 单位是焦耳 (J)。功率的单位为瓦特 (W), 简称“瓦”。

在电路理论中, 功率常用电压和电流这两个变量来描述。如图 1.2-6 所示电路, u, i 取关联参考方向。根据式(1.2-3)及式(1.2-1), 有

$$dw = udq$$

$$dq = idt$$

所以 $dw = udq = uidt$

将上式代入式(1.2-6)中, 得

$$p = ui \quad (1.2-7)$$

上式表明, 当元件两端的电压、电流的参考方向关联时, 元件功率的大小等于元件两端电压与流过它的电流的乘积。设元件上电压、电流都为实际方向且关联, 当电流流过该元件时(正电荷从高电位端流向低电位端), 正电荷位能降低, 从而失去能量, 这部分能量正好被该元件吸收。从这个意义上说, 式(1.2-7)所表示的功率, 当电压、电流的实际方向相关联时, 为元件吸

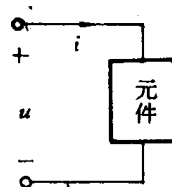


图 1.2-6 关联参考方向的功率

收的功率,而且是大于零的。当电压、电流为参考方向时,若 u, i 关联,从广泛的意义上来说,式 (1.2-7) 也表示元件“吸收”的功率,不过这时的电压、电流有可能为负值,因而,功率 p 也可能为负值。当 $p < 0$ 时,表明元件吸收了负功率,实际上是释放了功率。而 $p > 0$, 则表明元件真正吸收了功率。

若元件的电压与电流为非关联参考方向时,元件吸收功率的表示式中应冠一负号,即

$$p = -ui \quad (1.2-8)$$

在电路分析中,有时也要计算某一元件或某段电路产生的功率,此时只要在元件或电路吸收功率的表示式前冠以“-”号即可。

功率的基本单位是瓦 (W), 实际应用中还可用千瓦 (kW)、毫瓦 (mW) 和微瓦 (μW)。它们之间与瓦 (W) 的换算关系为

$$1 \text{ kW} = 10^3 \text{ W} \quad 1 \text{ mW} = 10^{-3} \text{ W} \quad 1 \mu\text{W} = 10^{-6} \text{ W}$$

实际的电子器件在电路中无论是发出功率还是吸收功率,均有一定的限额,于是表示功率的端口电压、电流也有一定的限额,这些限额叫额定值。电子器件或电子设备在工作时,当实际电流超过额定电流时就不能正常的工作,甚至会被烧坏。当实际电压超过额定电压时亦不能正常工作,甚至被击穿。额定功率与额定电压、电流有固定的关系,所以在元件上没有必要将额定值全部标出。如 220 V、60 W 的灯泡,给出了额定电压和额定功率;50 k Ω 、1 W 的电阻,除了表明电阻值外,还给出了额定功率。

例 1.2-5 在图 1.2-7 中,已知元件两端的电压 $u = 10 \text{ V}$, $i = -2 \text{ A}$ 。试分别求其功率,并指明是吸收功率还是发出功率。

解 图 1.2-7(a) 中 u, i 为关联参考方向,所以

$$p = ui = [10 \times (-2)] \text{ W} = -20 \text{ W}$$

由于 p 小于零,所以该元件发出功率,其值为 20 W。

图 1.2-7(b) 中 u, i 为非关联参考方向,故

$$p = -ui = [- (10) \times (-2)] \text{ W} = 20 \text{ W}$$

由于 $p > 0$, 表明该元件吸收的功率为 20 W。

例 1.2-6 如图 1.2-8 所示元件 A, 若其发出的功率为 40 W, 求 u 的值。

解 由于 u, i 为关联方向,按发出功率的计算式

$$p = -ui$$

$$40 = -2u$$

$$u = -20 \text{ V}$$

即
得

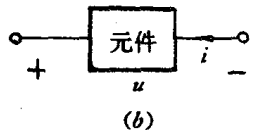
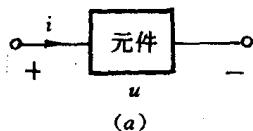


图 1.2-7 例 1.2-5 图

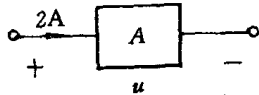


图 1.2-8 例 1.2-6 图

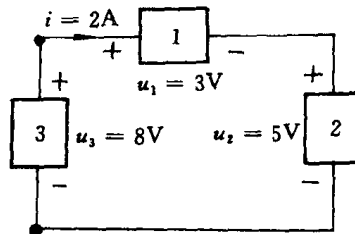


图 1.2-9 例 1.2-7 图

例 1.2-7 如图 1.2-9 所示电路,求电路的每个部分吸收的功率及它们的总功率。

解 u_1 与 i 关联

$$p_1 = u_1 i = 3 \times 2 \text{ W} = 6 \text{ W} \quad (\text{吸收功率})$$

u_2 与 i 关联

$$p_2 = u_2 i = 5 \times 2 \text{ W} = 10 \text{ W} \quad (\text{吸收功率})$$

u_3 与 i 非关联

$$p_3 = -u_3 i = -8 \times 2 \text{ W} = -16 \text{ W} \quad (\text{产生功率})$$

它们的总功率为

$$p_1 + p_2 + p_3 = [6 + 10 + (-16)] \text{ W} = 0$$

从计算结果可以看出,对于一个完整的电路,各部分电路吸收功率之和等于零。这是电路普遍遵循的规律,叫功率守恒定律。利用这一定律可以检验计算结果是否正确。

思考与练习题

判断下列说法是否正确:

- (1) 一个标明了参考方向的电流为 2 A,则该电流的实际方向与参考方向相同。
- (2) 已知 $U_{ab} = 5 \text{ V}$,则该电压的实际极性是 b 点为“—”, a 点为“+”。
- (3) 若某段电路上电压、电流符合关联参考方向,则参考方向的电流总是从参考方向的电压“+”极流入,从“—”极流出。
- (4) 若某段电路上电压、电流的实际方向满足关联关系,则该段电路必然吸收功率。
- (5) 若某段电路上电压、电流的参考方向满足关联关系,则该段电路必然吸收功率。
- (6) 若 $p = ui > 0$,则 p 为吸收功率。
- (7) 若某元件上 u, i 为关联方向, $p = -ui < 0$,则元件吸收了负功率。

§ 1.3 电路元件

电路元件是构成电路的基本单元。常用的电路元件有电阻元件、电压源元件、电流源元件及受控源元件。这些元件都是实际器件理想化的模型元件。本节只讨论上述元件的基本特性。其他的电路元件将在以后各章中陆续讨论。

1.3.1 电阻元件

电阻元件是表征具有消耗电能这一物理特性的一类元器件的理想化元件模型。电阻元件的电路符号如图 1.3-1(a) 所示。

电阻元件是以欧姆定律的形式来定义的。即

$$u(t) = Ri(t) \quad (1.3-1)$$

式中 $u(t)$ —— 电阻元件两端的电压,单位为伏 (V);

$i(t)$ —— 流过电阻元件的电流,单位为安 (A);

R —— 电阻,单位为欧姆 (Ω),简称“欧”。

实际电阻元件 R 的值都是大于零的常数。由于电阻元件对电流有阻力,当电流流过时必然消耗能量,所以沿电流方向电阻元件的两端必然出现电位降(电流流入端为“+”,流出端为“—”),即电流的实际方向与电压的实际方向是一致的。换句话说,就是电阻元件的 u, i 符合关联关系。如图 1.3-1(a) 所示。所以欧姆定律式(1.3-1)应用的条件是电阻元件的电压、电流必须为关联方向。若电阻元件两端电压与流过它的电流的参考方向非关联时,欧姆定律的表达式中应冠以负号,即

$$u(t) = -Ri(t) \quad (1.3-2)$$

元件两端电压与它的电流的关系叫元件伏安关系 (VAR)。电阻元件的伏安关系就是欧姆定律式(1.3-1), 在 u, i 关联情况下, 若电阻元件的伏安曲线是通过 ui 平面坐标原点的一条直线, 如图 1.3-1(b) 所示, 则具有这种伏安关系的元件叫线性电阻元件。线性电阻元件的参数 R 就是它的伏安关系曲线的斜率。还有另一类电阻元件, 它们的伏安关系在 ui 平面上是曲线, 图 1.3-2 所示半导体二极管的伏安曲线正是这种曲线。这一类电阻叫非线性电阻。如果电阻元件的伏安曲线不随时间变化, 这种电阻称为非时变电阻, 否则称为时变电阻。本书只讨论线性非时变电阻。

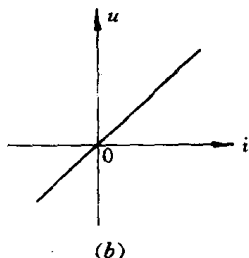
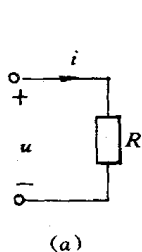
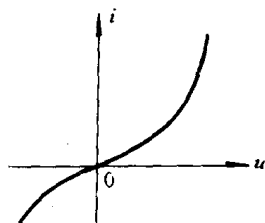


图 1.3-1 电阻元件的伏安关系



1.3-2 半导体二极管的伏安曲线

电阻的基本单位是欧姆 (Ω)。常用的单位还有千欧 ($k\Omega$) 和兆欧 ($M\Omega$), 它们与基本单位的关系是

$$1 k\Omega = 10^3 \Omega \quad 1 M\Omega = 10^6 \Omega$$

电阻元件既有阻碍电流的一面, 也有导通电流的一面。元件导通电流的特性用电导来衡量。将电阻元件的伏安关系式(1.3-1) 变形, 有

$$i = \frac{1}{R} u = Gu \quad (1.3-3)$$

式中 G 称为电导, 它的单位是西门子 (S), 简称“西”。式中 u, i 也符合关联关系。电导元件的电路符号与电阻元件电路符号相同, 区分电导元件和电阻元件的方法一是看它的表示符号是 G 还是 R ; 二是看它的单位是 S 还是 Ω 。电导元件与电阻元件的关系为

$$G = \frac{1}{R} \quad \text{或} \quad R = \frac{1}{G} \quad (1.3-4)$$

当电导元件的电压、电流为非关联关系时, 它的伏安关系为

$$i = -Gu \quad (1.3-5)$$

下面讨论电阻元件的功率。

由功率定义式(1.2-7) 及电阻元件伏安关系式(1.3-1), 可得

$$p = ui = Ri \times i = Ri^2 \quad (1.3-6a)$$

和

$$p = ui = u \times \frac{u}{R} = \frac{u^2}{R} \quad (1.3-6b)$$

若电阻元件工作在直流电路中, 上二式可写为

$$P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R} \quad (1.3-7)$$

上面各式都是在电压、电流符合关联关系时得出的, 因而它们是电阻元件吸收功率的表达式。事实上, 当电阻元件的 u, i 为非关联方向时, 根据式(1.2-8) 和式(1.3-2) 可求得

$$p = -ui = Ri^2 = \frac{u^2}{R} \quad (1.3-8)$$

由式(1.3-7)和式(1.3-8)可以看出,电阻元件的功率总是大于或等于零的,故电阻元件是一个耗能元件。与电阻元件相类似,电导元件在其端电压、电流关联或非关联时,吸收功率的表达式分别为

$$p = ui = \frac{1}{G}i^2 = Gu^2 \quad (1.3-9a)$$

$$p = -ui = \frac{1}{G}i^2 = Gu^2 \quad (1.3-9b)$$

例 1.3-1 求图 1.3-3 所示各电阻或电导元件的电压 u_{ab} 。

解 u_{ab} 是指参考方向由 $a \rightarrow b$ 的电压,图 1.3-3(a) 中 u_{ab} 与 i 关联,所以

$$u_{ab} = Ri = 10 \times 2 \text{ V} = 20 \text{ V}$$

图 1.3-3(b) 中 u_{ab} 与 i 也是关联的,所以

$$u_{ab} = Ri = 10 \times (-2) \text{ V} = -20 \text{ V}$$

图 1.3-3(c) 中的 u_{ab} 与 i 非关联,所以

$$u_{ab} = -\frac{i}{G} = -\frac{2}{0.1} \text{ V} = -20 \text{ V}$$

在计算中,要注意区分公式中的正负号与物理量自身的正负号。

例 1.3-2 一个 $4 \text{ k}\Omega$ 、 10 W 的电阻,使用时允许通过的最大电流是多少? 它能承受的最大电压是多少?

解 由 $P = I^2 R$ 得 $I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{10}{4 \times 10^3}} \text{ A} = 0.05 \text{ A}$

由 $P = \frac{U^2}{R}$ 得 $U = \sqrt{PR} = \sqrt{10 \times 4 \times 10^3} \text{ V} = 200 \text{ V}$

0.05 A 和 200 V 分别为该电阻的额定电流和额定电压,也就是该电阻工作时所能允许的最大电流值和最大电压值。

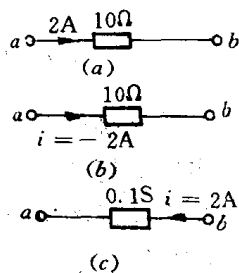


图 1.3-3 例 1.3-1 图

1.3.2 独立电源元件

电源是组成电路的必不可少的元件。在电路中有两类电源元件,它们是电压源元件和电流源元件。这两种元件都是实际的电源器件理想化的模型。干电池、发电机等电源器件,在电路工作时两端能保持基本恒定的电压(如直流电压),也可以保持某一独立的、固定的时间函数(如正弦电压)。当一个实际的电源内部的能量损耗可以忽略时,它两端的电压与外接电路无关,也与流过它的电流的大小和方向无关。这样的电源叫理想独立电压源。它的电路符号如图 1.3-4 所示。若理想电压源两端的电压是不随时间变化的常数,则这个电压源叫作直流理想电压源,它的伏安特性由式(1.3-10)描述,图 1.3-5 所示是它的伏安特性曲线。

$$\begin{cases} u = U, \\ i \text{ 取决于外电路} \end{cases} \quad (1.3-10)$$

例 1.3-3 20 V 的直流电压源与可变电阻相联接,如图 1.3-6 所示。求当 $R = 10 \Omega$ 和 $R = 1 \text{ k}\Omega$ 时,流过电压源的电流分别为多少,并计算电压源产生的功率。

解 电流 I 与 U 的参考方向如图 1.3-6 所示,根据欧姆定律,当 $R = 10 \Omega$ 时,

$$I = \frac{U}{R} = \frac{20}{10} \text{ A} = 2 \text{ A}$$

此电流也是流过 20 V 电压源的电流。由于电压源的电压与流过它的电流为非关联关系,所以电压源产生的功