

地下刚性墙柱静力分析

范文田

中国铁道出版社

1984年·北京

地下刚性墙柱静力分析

范文田

中国铁道出版社

1984年·北京

内 容 提 要

本书是根据目前国内外对横向力作用下的地下结构刚性墙、桥梁墩台刚性基础及其它类型的地下工程采用地基系数法进行静力分析时所得的一些研究成果编写而成。书中对地下刚性墙柱的计算方法进行了简化,对现有桥涵及隧道设计规范中所存在的问题进行了分析和讨论,提出了一些供设计计算用的修正系数,还给出了用地基系数法计算地下刚性墙柱的通用公式。

本书为高等学校桥涵及地下结构专业教学参考书,可供土建工程设计人员参考。

地下刚性墙柱静力分析

范 文 田

中国铁道出版社出版

责任编辑 冯秉明 封面设计 赵敬宇

新华书店北京发行所发行

各 地 新 华 书 店 经 售

中国铁道出版社印刷厂印

开本: 787×1092 $\frac{1}{2}$ 印张: 5.375 字数122 千

1984年11月 第1版 第1次印刷

印数: 0001—6,500册 定价: 1.05元

前 言

埋置于地下的墙柱，在横向力作用下所产生的变形可看成由两部分组成。一部分为墙柱在岩土中作为刚体转动和移动的位移，另一部分则为墙柱本身的弹性变形。当墙柱的刚度较大时，前一部分远较后一部分为大，可将后者略去不计，这类墙柱通常就称为刚性墙柱。其静力分析方法较之考虑本身变形的地下弹性墙柱要简易得多。

近十几年来，我国各有关部门对地下刚性墙柱的静力分析方法进行了研究，提出了不少简化计算的方法，积累了不少经验。本书是根据笔者在教学和科研工作中的一些体会，对现有地下刚性墙柱的静力分析方法进行了探讨及进一步的简化。

全书共分四章。第一章扼要阐述了用地基系数法计算地下弹性墙柱的基本原理及其按换算深度的分类。第二章为矩形地基系数时刚性墙柱的静力分析，包括简化公式的推导，地下结构刚性墙范围的确定，刚性嵌岩桩的静力计算及按刚性墙柱计算时对某些力素所应进行的修正。第三章为三角形地基系数时刚性基础的静力分析，包括简化公式的推导，桥梁墩台刚性基础范围的确定，探讨了现有桥涵设计规范中刚性基础所存在的问题及其改进的方法。第四章则对地基系数随埋深按幂函数变化时的地下刚性墙柱进行了静力分析，提出了通用的计算公式。书中还将所导得的简化公式及修正公式中的某些系数编成了供设计计算用的表格，利用这些表格可很快算得地下刚性墙柱各特定截面上的位移、转角、弯

目 录

第一章 地下墙柱的计算原理	1
第一节 现有计算方法	1
第二节 地基系数随深度变化的规律	2
第三节 地下墙柱轴线挠曲时的微分方程	5
第四节 地下墙柱静力计算的初值解	7
第五节 地下墙柱静力计算的无量纲解	11
第六节 地下墙柱的分类	21
第二章 矩形地基系数时刚性墙柱的静力分析	23
第一节 刚性墙柱的初值解	23
第二节 静力计算公式	28
一、底部为自由端	28
二、底部为弹性自由端	29
三、底部为铰支端	32
四、底部为弹性铰支端	36
五、叠加原理的应用	40
六、 ϵ 及 K 值的范围	43
七、无量纲系数表的编制	47
八、基底应力的计算	47
第三节 刚性墙柱范围的确定	48
一、变位、内力及抗力的比值	48
二、确定刚性墙柱范围的若干因素	51
三、各力素最大值及最小值处的误差分析	52
第四节 刚性嵌岩桩的静力计算	56
第五节 力素的修正系数	59
一、修正系数的计算公式	59
二、嵌岩桩顶端位移的修正系数	60
三、基底竖向压应力的修正系数	70
四、基底侧向抗力的修正系数	74
第三章 三角形地基系数时刚性墙柱的静力分析	77

第一节 刚性基础的初值解	77
第二节 静力计算公式	82
一、底部为自由端	82
二、底部为弹性自由端	83
三、底部为铰支端	86
四、底部为弹性铰支端	89
五、与铁路桥涵规范公式的比较	93
六、 ϵ 及 K_A 值的范围	94
七、无量纲系数表的编制	98
第三节 刚性基础范围的确定	98
一、各力素比值及误差的计算公式	98
二、各力素最大值及最小值处的误差分析	99
第四节 桥梁墩台刚性基础的静力计算	104
一、现有规范中所列计算公式的问题	105
二、 $\bar{\lambda}$ 值的计算	106
三、静力计算公式及其简化	107
第五节 刚性基础某些力素的修正系数	110
一、地面或局部冲刷线处位移的修正系数	110
二、基底竖向压应力的修正系数	128
三、基底侧向抗力的修正系数	131
四、最大抗力值的修正系数	136
第四章 幂函数地基系数时刚性墙柱的静力分析	145
第一节 $K = my^n$ 时刚性墙柱的静力分析	145
一、底部为弹性自由端	147
二、底部为弹性铰支端	147
第二节 $K = m(y_0 + y)^n$ 时刚性墙柱的静力分析	155
一、等效原理的应用	155
二、顶端水平力 H_0 作用下的等效荷载	158
三、顶端弯矩 M_0 作用下的等效荷载	159
四、底端水平力 H_A 作用下的等效荷载	160
五、底端弯矩 M_A 作用下的等效荷载	161
六、均布荷载 q 作用下的等效荷载	161
七、三角形分布荷载 q_L 作用下的等效荷载	162
参 考 文 献	164

第一章 地下墙柱的计算原理

第一节 现有计算方法

桥梁的基础、隧道和地下结构衬砌的边墙以及线路上防止滑坡用的抗滑桩（锚固桩）等基础构件，常常要承受从上部结构传来以及因地震力、风力、波浪力、水压力或土压力等所引起的较大的侧向荷载，这类构件因其全部或大部分皆埋置于地下，通常可称为地下墙柱。在其他工程中，如海洋中钻探石油或为航标灯而修建的桩柱，输送电力用的塔架基础和通讯照明用的电杆，锚固岸壁的锚桩等也都可按侧向荷载作用下的地下墙柱进行力学分析。

目前对地下墙柱进行静力分析的方法有：

1. 弹性理论法；
2. 地基系数法。

用弹性理论进行分析时，常假定地下墙柱周围的岩土为各向同性、匀质的弹性材料，其弹性模量及泊松系数皆为常数，并且认为岩土能承受很大的侧向拉应力。但因岩土的抗拉强度一般都很小，因此墙柱实际的位移和转角要比用弹性理论算得者为大。

岩土弹性模量常随其埋深的不同而变化，且与外荷载的大小有关。对这种情况，目前还不能用弹性理论精确求解。

工程上目前常用的地基系数法是按文克尔（Winkler）弹性地基的原理假定墙柱侧向抗力 σ_v （图1—1）与其侧向位移 x_v 成比例增加而为：

$$\sigma_y = K b_0 x_y \quad (1-1)$$

式中的 b_0 为考虑墙柱空间作用的宽度，简称计算宽度。 K 为作用在地基上某点的压力与该点变形的比例系数，简称为地基系数。

上述假定实际上是将地下墙柱看作支承在许多孤立的机械弹簧上（图 1—1）。地基系数 K 并不是岩土的一个特性指标，它与地下墙柱的尺寸，侧向荷载的强度以及地面以下的深度等因素有关，相当于弹簧的刚度。应予以注意的是：地基系数这一概念中没有考虑岩土的连接性。

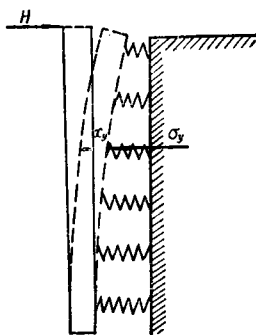


图 1—1

第二节 地基系数随深度变化的规律

地基系数随深度 y 而变化的规律比较复杂，图 1—2 为压密的粘土和粒状土随深度而变的 K 的实测值。从实用及便

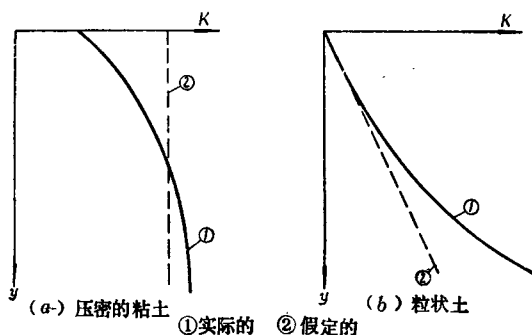


图 1—2

于分析的角度出发, 根据一些实测资料, 目前认为 K 值随深度 y 按幂函数的规律而变还是比较符合实际的, 即:

$$K = m(y_0 + y)^n \quad (1-2)$$

式中的 m 为地基系数随深度而变的比例系数, 其量纲为〔力〕/〔长度〕 $n+3$; 指数 n 为随岩土类别而变的纯数, 通常在0 (岩石及压实的粘土)至2.0 (大直径粒状土) 之间。按所取 n 值的不同, 可得出地基系数 K 随深度 y 变化规律的图形如图1—3所示:

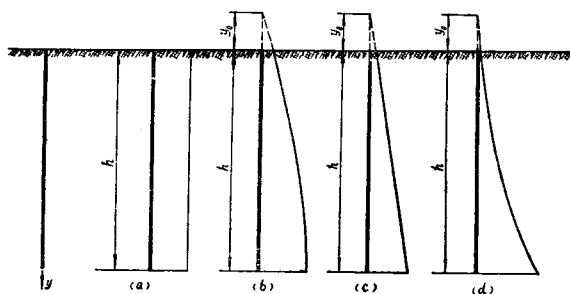


图 1—3

从上图不难看出: y_0 为地基系数为零的位置 (在地面上), 其量纲为〔长度〕。当墙柱顶部及底端的地基系数 K_0 和 K_h 已由试验定出时, 可从式(1—2)导得确定 y_0 值的计算公式为:

$$y_0 = \frac{h}{\sqrt[n]{K_h/K_0} - 1} \quad (1-3)$$

式中 h ——墙柱在地面以下的深度。

地基系数随深度而变化的比例系数 m 可按墙柱顶部 $y = 0$ 时 $K = K_0$ 及式(1—2)和(1—3)定出:

$$m = \frac{K_0}{y_0^{n+3}} = \left(\frac{\sqrt[n]{K_h} - \sqrt[n]{K_0}}{h} \right)^{n+3} \quad (1-4)$$

由上可见，当 K_0 、 K_h 及 n 值经试验确定后，即可定出地基系数随深度变化的规律。

当 $y_0 = 0$ ，即 $K_0 = 0$ 时，地面处的地基系数为零，式（1—2）就成为

$$K = my^n \quad (1-5)$$

这时，按所取 n 值的不同， K 值随深度变化规律的图形分别为矩形、三角形及各次抛物线形如图1—4所示。

比例系数 m 则可由下式定出：

$$m = \frac{K_h}{h^n} \quad (1-6)$$

埋置于岩层中的隧道衬砌及其他地下结构，常采用矩形分布的地基系数，位于预固结粘土中的基础构件，也可采用这种分布规律，通常简称为“ K ”法。

埋置于正常固结粘土、粒状土如砂等以及其他土层中的桥梁墩台基础构件，常采用三角形分布的地基系数。我国桥梁规范〔1〕〔2〕中建议采用这种分布规律，简称“ m ”法。

地基系数随深度按矩形分布的“ K ”法以及按三角形分布的“ m ”法是目前国内外对基础构件在侧向荷载作用下进行静力分析时最常用的计算方法。

我国公路交通部门通过一些试桩的实测资料，推算得 n 值在0.5~0.6之间而提出采用 $n = 0.5$ 的建议，简称为“ C ”法。国外也曾有资料建议在粘土层中采用 $n = 0.4 \sim 0.8$ 者。

由于地基系数不可能随深度无限增长，也有将地下墙柱

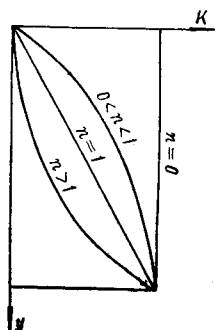


图 1—4

分成两段来选取 n 值。例如在地下墙柱第一个变形零点以上的一段取三角形分布 ($n = 1$)，第一个变形零点以下的一段取矩形分布 ($n = 0$) 如图 1—5 所示。公路桥梁规范〔2〕中所建议的“基础按 K 值法计算”的方法就是采用这种分布规律。其特点是在确定第一个变形零点（或称弹性零点）以上一段岩土的地基反力时，略去了基础构件本身挠曲的影响而按抛物线规律分布，使计算得以简化。

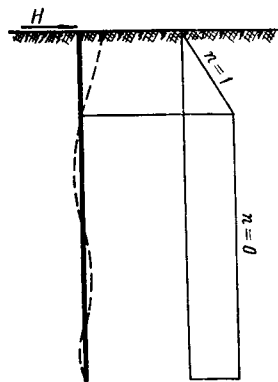


图 1—5

综上所述，用地基系数法分析地下墙柱的关键还在于通过试验或实测来解决各类岩土的 K_0 、 K_h 和 n （或 m 、 n 及 y_0 ）的选值问题。

第三节 地下墙柱轴线挠曲时的 微分方程

地下墙柱与水平的地基梁不同之处为：

1. 墙柱上作用有竖向力（自重及从上部结构传来的力）；
2. 墙柱在侧向与岩土层间有摩阻力作用；
3. 岩土层的地基系数 K 值随深度而变化；
4. 墙柱底部的支承受力条件比较复杂。

墙柱的侧向摩阻力对墙柱内力起着有利影响，通常略去不计是偏于安全的。

从墙柱内取一微段，根据力学原理来推导外载、变位、内力及抗力间的微分关系（图 1—6），它们的正负号规定

如下:

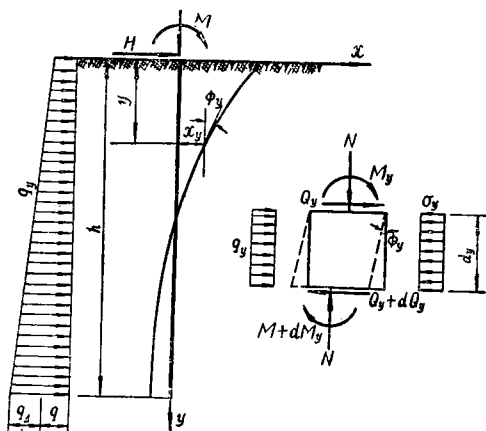


图 1—6

1. 距顶端 (地面处) 任一点的距离 y 以向下为正;
2. y 处的水平位移 x_y 以向右为正;
3. y 处的转角 ϕ_y 以逆时针方向转动为正;
4. y 处的内弯矩 M_y 使左侧纤维受拉为正;
5. y 处的剪力 Q_y 使微段顺时针方向转动为正;
6. y 处的外荷载 q_y 以向右为正;
7. 轴向力 N 以受压时为正。

根据力学原理, 可导得以上各值间的微分关系为:

$$\phi_y = \frac{dx_y}{dy} \quad (1-7)$$

$$M_y = EI \frac{d\phi_y}{dy} \quad (1-8)$$

$$Q_y - N\phi_y = \frac{dM_y}{dy} \quad (1-9)$$

$$q_y - \sigma_y = \frac{dQ_y}{dy} \quad (1-10)$$

式中 EI ——墙柱的抗弯刚度。

上述微分关系可归总为以水平位移 x_y 为变量的四阶微分方程:

$$EI \frac{d^4 x_y}{dy^4} + N \frac{d^2 x_y}{dy^2} + K b_0 x_y = q_y \quad (1-11)$$

通常, 由于压屈临界荷载大大超过作用在地下墙柱上的实际轴向荷载。因此, 除了在临界条件下之外, 常将 N 的影响略去不计, 式 (1-11) 变为:

$$EI \frac{d^4 x_y}{dy^4} + K b_0 x_y = q_y \quad (1-12)$$

这是目前用地基系数法分析地下墙柱时的一个基本微分方程, 当 K 值不随深度变化时, 可得出精确的公式解, 其他情况下可用幂级数得出近似解。

第四节 地下墙柱静力计算的初值解

当 K 值随深度 y 按式 (1-5) 变化时, 可令

$$\alpha = \left(\frac{K b_0}{4EI} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (n=0) \quad (1-13)$$

$$\alpha = \left(\frac{m b_0}{EI} \right)^{\frac{1}{4+n}} \quad (n>0) \quad (1-14)$$

式中 α ——变形系数, 其量纲为 [长度]⁻¹。

当墙柱上有侧向梯形分布荷载作用时 (图 1-7), 根据力学原理, 可得式 (1-12) 的初值解为:

$$[T_z] = [B_z][T_0] \quad (1-15)$$

式中

$$[T_z] = \left\{ x_z \frac{\phi_z}{\alpha} \frac{M_z}{\alpha^2 EI} \frac{Q_z}{\alpha^3 EI} \frac{q}{\alpha^4 EI} \frac{q'}{\alpha^5 EI} \right\}$$

(1-16)

其中的前 4 个值为墙柱任一截面 $z = \alpha y$ 处的变位和内力，它们简称为边值。

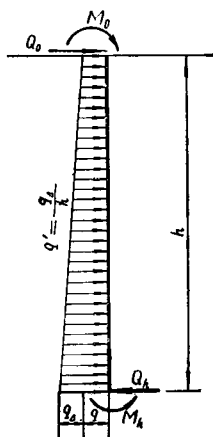


图 1-7

$$[T_0] = \left\{ x_0 \frac{\phi_0}{\alpha} \frac{M_0}{\alpha^2 EI} \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} \frac{q}{\alpha^4 EI} \frac{q'}{\alpha^5 EI} \right\}$$

(1-17)

其中的前 4 个值为墙柱顶端 $z = \alpha y = 0$ 处的变位和内力，它们简称为初值。

$$q' = \frac{q_d}{h} \quad (1-18)$$

$$[B_z] = \begin{bmatrix} A_{1z} & B_{1z} & C_{1z} & D_{1z} & E_{1z} & F_{1z} \\ A_{2z} & B_{2z} & C_{2z} & D_{2z} & E_{2z} & F_{2z} \\ A_{3z} & B_{3z} & C_{3z} & D_{3z} & E_{3z} & F_{3z} \\ A_{4z} & B_{4z} & C_{4z} & D_{4z} & E_{4z} & F_{4z} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1-19)$$

其中的各系数称为影响函数，它们只与 α 值及墙柱的高度 h 有关并存在着以下的微分关系：

$$\begin{aligned}
 A_{2z} &= \frac{dA_{1z}}{dz} & A_{3z} &= \frac{dA_{2z}}{dz} & A_{4z} &= \frac{dA_{3z}}{dz} \\
 B_{2z} &= \frac{dB_{1z}}{dz} & B_{3z} &= \frac{dB_{2z}}{dz} & B_{4z} &= \frac{dB_{3z}}{dz} \\
 C_{2z} &= \frac{dC_{1z}}{dz} & C_{3z} &= \frac{dC_{2z}}{dz} & C_{4z} &= \frac{dC_{3z}}{dz} \\
 D_{2z} &= \frac{dD_{1z}}{dz} & D_{3z} &= \frac{dD_{2z}}{dz} & D_{4z} &= \frac{dD_{3z}}{dz} \\
 E_{2z} &= \frac{dE_{1z}}{dz} & E_{3z} &= \frac{dE_{2z}}{dz} & E_{4z} &= \frac{dE_{3z}}{dz} \\
 F_{2z} &= \frac{dF_{1z}}{dz} & F_{3z} &= \frac{dF_{2z}}{dz} & F_{4z} &= \frac{dF_{3z}}{dz}
 \end{aligned}$$

当地基系数按矩形分布时，各影响函数值的计算公式已求得如表 1—1 所示。

各影响函数值

表 1—1

i	1	2	3	4
A_{1z}	$\text{ch}z\text{cos}z$	$-4D_{1z}$	$-4C_{1z}$	$-4B_{1z}$
B_{1z}	$\frac{1}{2}(\text{ch}z\sin z + \text{sh}z\cos z)$	A_{1z}	$-4D_{1z}$	$-4C_{1z}$
C_{1z}	$\frac{1}{2}\text{sh}z \sin z$	B_{1z}	A_{1z}	$-4D_{1z}$
D_{1z}	$\frac{1}{4}(\text{ch}z\sin z - \text{sh}z\cos z)$	C_{1z}	B_{1z}	A_{1z}
E_{1z}	$\frac{1}{4}(1 - A_{1z})$	D_{1z}	C_{1z}	B_{1z}
F_{1z}	$\frac{1}{4}(z - B_{1z})$	$\frac{1}{4}(1 - A_{1z})$	D_{1z}	C_{1z}

根据不同的 z 值，许多文献已列出了这些函数值以供设

计时查用。

当地基系数为三角形分布时，各影响函数已求得^[14]为：

$$A_{1z} = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \prod_{k=1}^k \frac{\Gamma(5k-3)}{\Gamma(5k+1)} z^{5k} \quad (1-20)$$

$$B_{1z} = z \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \prod_{k=1}^k \frac{\Gamma(5k-2)}{\Gamma(5k+2)} z^{5k} \right] \quad (1-21)$$

$$C_{1z} = \frac{z^2}{2!} \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \prod_{k=1}^k \frac{\Gamma(5k-1)}{\Gamma(5k+3)} z^{5k} \right] \quad (1-22)$$

$$D_{1z} = \frac{z^3}{3!} \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \prod_{k=1}^k \frac{\Gamma(5k)}{\Gamma(5k+4)} z^{5k} \right] \quad (1-23)$$

$$E_{1z} = \frac{z^4}{4!} \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \prod_{k=1}^k \frac{\Gamma(5k+1)}{\Gamma(5k+5)} z^{5k} \right] \quad (1-24)$$

$$F_{1z} = \frac{z^5}{5!} \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \prod_{k=1}^k \frac{\Gamma(5k+2)}{\Gamma(5k+6)} z^{5k} \right] \quad (1-25)$$

其余各影响函数可将以上各式对 z 依次求导而得。根据不同的 z 值，许多文献也已算出了各种影响函数值以供设计时查用。

第五节 地下墙柱静力计算的 无量纲解

上述的初值解是从墙柱中任取一微段建立微分关系后推导而得，没有涉及两端的支承条件。因此，初值方程（1—15）适用于任何支承情况。若将两端支承条件代入初值方程，按力学原理或量纲分析，可求得 $[T_z]$ 的无量纲解^[11]为：

$$[T_z] = [A_z][P] \quad (1-26)$$

式中的 $[P]$ 为作用在墙柱上的外荷载，当外荷载为 M_0 、 Q_0 、 M_h 、 Q_h 、 q 及 q_d （图1—7）时， $[P]$ 为：

$$[P] = \left\{ \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} \frac{M_0}{\alpha^2 EI} \frac{Q_h}{\alpha^3 EI} \frac{M_h}{\alpha^2 EI} \frac{q}{\alpha^4 EI} \frac{q'}{\alpha^5 EI} \right\} \quad (1-27)$$

$[A_z]$ 为边值无量纲系数矩阵，即：

$$[A_z] = \begin{bmatrix} A_{zz} & B_{zz} & C_{zz} & D_{zz} & E_{zz} & F_{zz} \\ A_{\phi z} & B_{\phi z} & C_{\phi z} & D_{\phi z} & E_{\phi z} & F_{\phi z} \\ A_{mz} & B_{mz} & C_{mz} & D_{mz} & E_{mz} & F_{mz} \\ A_{Qz} & B_{Qz} & C_{Qz} & D_{Qz} & E_{Qz} & F_{Qz} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1-28)$$

各系数中的第二个脚标表示截面所在的位置，第一个脚标则表示该截面的变位或内力。这些系数的计算公式可推导如下所述。

在顶端 $z = ay = 0$ 处，将 $[A_z] = [A_0]$ 及 $[T_z] = [T_0]$ 代入式（1—26）得：

$$[T_0] = [A_0][P] \quad (1-29)$$