

量子力学

(非相对论理论)

上册

Л. Д. 朗道 E. M. 栗弗席茨著
严肃译

人民教育出版社

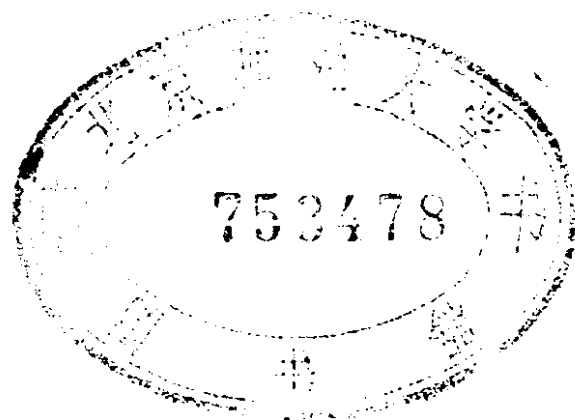
量子力学

(非相对论理论)

上册

Л. Д. 朗道 E. M. 栗弗席茨著
严肃译

TU1243/12



人民教育出版社

本书是朗道(Л. Д. Ландау)和栗弗席茨(Е. М. Лифшиц)所著《理论物理学教程》丛书第三卷,讲述非相对论量子力学。译者按珀格蒙(PERGAMON)出版社1977年英译本增订第三版译出,并参用了译者根据该书1963年俄文增订第二版译出的原译稿。

原书共计18章,中译本分上下两册出版,上册包括前十章。全书内容丰富,除了详述基本概念和原理外,还具体介绍了许多常用的重要方法及其在各方面的应用,可供综合性大学物理系教师、研究生、大学生以及其他有关学科的教学科研人员参考。

量 子 力 学

(非相对论理论)

上 册

Л. Д. 朗道 Е. М. 栗弗席茨著

严 肃 译

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 12.25 字数 280,000

1980年4月第1版 1980年12月第1次印刷

印数 00,001—9,500

书号 13012·0458 定价 1.10 元

英文第一版序言

本书是《理论物理教程》丛书之一，目的在于尽力讲解这门科学各个部分当前的情况。整部丛书包括以下九卷：

1. 《力学》，2. 《经典场论》3. 《量子力学》(非相对论理论)，4. 《相对论量子理论》，5. 《统计物理》，6. 《流体力学》，7. 《弹性理论》，8. 《连续介质电动力学》，9. 《物理运动学》。

其中卷4和卷9尚待编写。

现代理论物理学的范围极广，我们当然不打算在这几卷中讨论当前面临的所有课题。选材的原则之一是，凡需同时详述现有实验结果否则就无法适当探讨的那些题材，一概不讲。例如，核物理的大部分，由于这一原因，就不列入本丛书的范围。选题的另一原则是，不讨论那些极复杂的理论应用。这两个准则，当然都带有某种程度的主观性。

我们试图尽可能完整地论述已选入的题材。由于这一点，我们一般不给出原始的参考文献，只是简单地提及作者的姓名。我们只列出这样一些参考文献，其中含有未被我们完整地讨论过的内容，这些内容，由于它们的复杂性而介于取舍两可之间。我们还打算对一些可供参考的材料注明出处。即使有这些限制，所列文献也是不详尽的。

在论述一般性的题材时，我们力图使理论的物理含义能够尽量阐述清楚，然后再建立数学表述。这样做的时候，我们不追求论证的“数学严格性”，因为这种追求在理论物理中往往是自欺欺人。

本卷专述非相对论量子力学。至于“相对论理论”，在这里具有最广的含义，泛指所有明显依赖于光速的量子现象的理论。因

此下一卷（卷 4）中不但含有目前称为量子电动力学的狄喇克相对论理论，而且还含有全部辐射量子理论。

苏联科学院物理问题研究所

朗道

栗弗席茨

1956 年 8 月

英文第二版序言摘录

本书第二版经过了相当多的修改和扩充，但是大纲和风格仍保持和前版一样。每一章都经过修改。特别是在有关角动量相加理论和碰撞理论的章节中，修改很大。新添了一章核结构；按照本教程总的计划，这个问题的内容只讨论到无需对实验结果进行详细分析的程度为止。

在本书的修改中，采纳了许多同事的建议，我们对所有这些同事表示谢意。

朗道

栗弗席茨

1964年10月

俄文第一版序言摘录

和前几卷一样,在讲述一般问题的时候,我们尽可能把理论的物理实质以及在这个基础上所建立的数学工具讲解清楚.特别是在本书的前几节中,在阐述量子力学算符的一般性质时,就采用了这种讲法.

和一般采用的讲法不同,我们不是从线性算符的数学理论出发,而是从面临的物理问题出发,引导到数学上的需要,提出算符和本征函数.

必须指出,和原始文献相比,许多量子力学教程讲得过于复杂.这种复杂化的一般理由虽然是为了普遍化和严格化,但是仔细研究后不难看出,这种做法实际上往往是一种幻想,这些“严格”理论往往不少是错误的.

既然复杂化的阐述我们认为根本不恰当,我们就力求简洁并且更多地回到原始文献.

为了不打断论述的连续性,尽可能地不把注意力转移到纯粹的计算方面,我们把某些纯粹的数学知识放到书末的“数学附录”中,以备参考.

Л. Д. 朗道

E. M. 栗弗席茨

1947年5月,莫斯科

俄文第三版序言

本卷前一版是我和我的导师朗道共同工作的最后一本书。我们所作的修改和扩充很可观，影响到每一章。

对这第三版，所需的修改自然少得多，但也增添了不少新材料，包括更多的例题，补充了一些日益显得重要的早期结果和近期研究。

朗道对理论物理的惊人理解力往往使他无需参考原始文献：他能用自己的方法导出结果。这可能是我们的书中为什么不列出其他作者的一些必要参考文献的一个原因，在本版中，我尝试尽量地列举这些文献。在我们描述属于朗道本人未曾发表的一些结果或方法之处，我还增举了关于朗道本人工作的一些参考文献。

正如修订《理论物理教程》其它几卷时一样，我得到了许多同事的帮助，他们告诉我前版处理中的不足之处或者应予增添的新材料。（余略）

本卷的整个修改工作，是在和Л.П.皮塔耶夫斯基密切合作中完成的。我结识了这位出身于同一朗道学派并受科学服务的同样理想鼓舞的同事，甚感有幸。

E. M. 栗弗席茨

1973年11月，莫斯科

符 号

\hat{f} : 算符 f

dV : 坐标空间体积元

dq : 位形空间体积元

d^3p : 动量空间体积元

$f_{nm} = f_m^n = \langle n | f | m \rangle$: 量 f 的矩阵元 (定义见 § 11)

$\omega_{nm} = (E_n - E_m) / \hbar$: 跃迁频率

$\{\hat{f}, \hat{g}\} = \hat{f}\hat{g} - \hat{g}\hat{f}$: 两个算符的对易子

\hat{H} : 哈密顿量

δ_l : 波函数的相移

原子单位和库伦单位 (见 § 36)

矢量和张量指标用拉丁字母 i, k, l 标记

e_{ikl} : 反对称单位张量 (见 § 26)

《理论物理教程》其它卷可参考:

《力学》= 卷 1 (《力学》, 1976 年英文第三版)

《场论》= 卷 2 (《经典场论》, 1975 年英文第四版)

《相对论量子理论》= 卷 4 (英文第一版, 上册, 1971 年; 下册, 1974 年)

上册目录

英文第一版序言	1
英文第二版序言摘录	3
俄文第一版序言摘录	4
俄文第三版序言	5
符 号	7
第一章 量子力学的基本概念	1
§ 1 测不准原理	1
§ 2 叠加原理	7
§ 3 算符	9
§ 4 算符的加法和乘法	16
§ 5 连续谱	19
§ 6 过渡到经典力学极限情形	24
§ 7 波函数与测量	26
第二章 能量和动量	31
§ 8 哈密顿算符	31
§ 9 算符对时间的微商	32
§ 10 定态	34
§ 11 矩阵	38
§ 12 矩阵的变换	44
§ 13 算符的海森伯表象	46
§ 14 密度矩阵	48
§ 15 动量	52
§ 16 测不准关系式	56
第三章 薛定谔方程	61
§ 17 薛定谔方程	61
§ 18 薛定谔方程的基本性质	65
§ 19 流密度	68
§ 20 变分原理	71

§ 21 一维运动的一般性质	74
§ 22 势阱	79
§ 23 线性振子	83
§ 24 均匀场中的运动	92
§ 25 透射系数	94
第四章 角动量	101
§ 26 角动量	101
§ 27 角动量的本征值	105
§ 28 角动量的本征函数	110
§ 29 矢量的矩阵元	113
§ 30 态的字称	118
§ 31 角动量的相加	121
第五章 转矩场中的运动	125
§ 32 转矩场中的运动	125
§ 33 球面波	129
§ 34 平面波的分解	137
§ 35 粒子向力心的“坠落”	140
§ 36 库伦场中的运动(球坐标)	143
§ 37 库伦场中的运动(抛物坐标)	157
第六章 微扰论	162
§ 38 与时间无关的微扰	162
§ 39 久期方程	168
§ 40 与时间有关的微扰	173
§ 41 有限时间间隔微扰作用下的跃迁	177
§ 42 周期微扰作用下的跃迁	184
§ 43 连续谱中的跃迁	185
§ 44 能量的测不准关系	190
§ 45 以势能作微扰	193
第七章 准经典情形	199
§ 46 准经典情形下的波函数	199
§ 47 准经典情形中的边界条件	203
§ 48 玻尔-索末菲量子化规则	206
§ 49 转矩场中的准经典运动	212
§ 50 势垒的贯穿	217

§ 51 准经典矩阵元的计算	224
§ 52 准经典情形下的跃迁几率	229
§ 53 绝热微扰作用下的跃迁	234
第八章 自旋	238
§ 54 自旋	238
§ 55 自旋算符	243
§ 56 旋量	247
§ 57 具有任意自旋的粒子波函数	252
§ 58 有限转动算符	259
§ 59 粒子的部分极化	266
§ 60 时间反演和克喇末定理	268
第九章 粒子的全同性	272
§ 61 同类粒子的不可分辨性原理	272
§ 62 交换作用	276
§ 63 置换对称性	281
§ 64 二次量子化·玻色统计情形	291
§ 65 二次量子化·费密统计情形	297
第十章 原子	301
§ 66 原子的能级	301
§ 67 原子中的电子态	303
§ 68 类氢能级	307
§ 69 自洽场	309
§ 70 托马斯-费密方程	314
§ 71 近核处的外电子波函数	320
§ 72 原子能级的精细结构	322
§ 73 门捷列夫元素周期系	327
§ 74 X射线谱项	336
§ 75 多极矩	338
§ 76 电场中的原子	343
§ 77 电场中的氢原子	348
数学附录	(1)
§ a 厄密多项式	(1)
§ b 艾里函数	(3)

§ c	勒让德多项式	(6)
§ d	合流超几何函数	(8)
§ e	超几何函数	(12)
§ f	含有合流超几何函数的积分计算	(14)

第一章 量子力学的基本概念

§ 1. 测不准原理

每当我们试用经典力学和电动力学阐释原子现象时，总会得出与实验有明显矛盾的结论。最明显的例子，是把通常的电动力学用于电子绕原子核作经典轨道运动的原子模型。当电子作这种运动的时候，它和带电粒子的任何加速运动一样，会不断地辐射电磁波。由于这种辐射，电子便会丧失能量；这将使它终于落入原子核中。故按经典电动力学看来，原子将是不稳定的，但这与事实完全不符。

理论与实验之间如此深刻的矛盾，表明要建立一种适用于原子现象(即质量极小的一些粒子在极短间距内所发生的现象)的理论，需要根本改变基本的物理概念和定律。

为方便计，我们拿实验上观察到的电子衍射现象^①，作为阐明这种根本改变的出发点。当一均匀电子注穿过一块晶体时，发现出射波呈现一种强弱交替的图样，完全类似于电磁波衍射中所观察到的衍射图样，由此可见，在一定的条件下，质点(此例中为电子)的行为中会表现出属于波动过程的特征。

这种现象与习常的运动观念之间的矛盾，究竟尖锐到什么地步，最好用以下的假想实验说明，它是晶体的电子衍射实验的一种抽象化。设想有一块电子不能穿透的屏板，板上开有两道狭缝。让

^① 电子衍射现象实际上是在量子力学建立以后才发现的。但在我们的论述中，我们不去拘泥于理论的历史发展顺序，而是尽量采用这样的讲法，使得量子力学的基本原理与实验现象之间的联系表达得最为清楚。

电子注^①通过其中的一个狭缝, (遮住另一个狭缝), 则在狭缝后放置的连续幕上可以得到某一强度分布图样; 应用同样的方法, 遮闭第一个狭缝并揭开第二个狭缝, 可得另一个图样. 现在让电子注同时通过这两个狭缝, 我们根据通常的经典观念, 一定会设想所得的图样不过是原先两个图样的简单叠合: 因为每一个电子都沿自己的轨道运动, 只通过狭缝之一, 而不会影响正在通过另一个狭缝的电子. 可是, 电子衍射现象表明, 由于干涉作用, 我们所得的衍射图样实际上并不等于每一个单狭缝所分别给出的那两个衍射图样之和. 十分明显, 这个结果无法与电子的轨道运动观念相协调.

因此, 统辖原子现象的力学——量子力学或波动力学——必须建立在与经典力学根本不同的运动观念的基础上. 量子力学中并不存在粒子轨道之类的概念. 这就构成了 1927 年^②W. 海森伯所发现的量子力学基本原理之一所谓测不准原理的主要内容.

从抛弃经典力学的习常观念这一角度讲来, 测不准原理的内容也许可以说是消极的. 诚然, 这个原理的本身, 还不足以作为建立新的粒子力学的基础. 这样一种新的理论, 自应建立在若干积极论断的基础上, 这将在以后 (§2) 讨论. 但是, 为了能够表述这些论断起见, 我们有必要首先弄清量子力学所面临的问题的提法. 为此, 我们先来考察一下量子力学和经典力学内在关系间的特殊性质. 凡是一个更为普遍的理论, 往往可用完整的逻辑形式表述出来, 并且独立于那些作为它的极限情形的较窄理论. 例如相对论力学可以建立在自己的基本原理的基础上, 无需参考牛顿力学. 可是, 当我们表述量子力学的基本概念时, 原则上却不能不

① 假定粒子注是如此稀疏, 以致粒子间的相互作用可以略去不计.

② 值得指出, 量子力学的完整数学表述, 是在测不准原理发现之前, 由 W. 海森伯和 E. 薛定谔在 1925—1926 年间建立起来的, 测不准原理体现了这一数学表述的物理内容.

用到经典力学。一个电子^①没有确定的轨道，这一事实本身意味着这个电子也不会有其它甚么动力学标志^②。于是就很清楚，对于一个只包含量子客体的系统讲来，势必完全不可能建立起任何逻辑上独立的力学。对电子运动作出定量描述的可能性，要求同时存在一些物理客体，这些物理客体在足够精确的范围内服从经典力学。如果一个电子和这样的“经典客体”相作用，后者的状态一般讲来会有所变更。这一变更的性质及大小依赖于电子的状态，从而就可以用来定量描述电子的状态。

因而，“经典客体”通常称为**仪器**，它和电子的作用就称为**测量**。但是有必要强调指出，我们在这里根本没有讨论物理观测者所参与的“测量”过程。量子力学中所谓的**测量**，我们总是把它理解为与任何观测者无关的发生于经典客体和量子客体之间的任一相互作用过程。测量概念在量子力学中的重要性是由 N. 玻尔所阐明的。

我们已把“仪器”定义为在足够精确范围内服从经典力学的一个物理客体。例如一个质量足够大的物体，但不能因此认为仪器必然是宏观的。在一定条件下，微观客体也能起部分仪器的作用，因为“具有足够的精确度”这一概念取决于所设的具体问题。例如威耳孙云室中的电子运动，可用它所遗留的云迹观察之，这种云迹的粗细远大于原子尺度；当用这样低的精确度确定轨道时，电子完全是一个经典客体。

由此可见，量子力学在物理理论中占有一个很不平常的地位；

① 为简便计，在本节及以后各节中，凡是讲到“一个电子”的地方，可以一般地理解为一个具有量子特性的任何客体，即指不服从经典力学而服从量子力学的粒子或粒子系统。

② 我们所指的是标志电子运动的那些量，而不是指标志粒子本身的电荷、质量等等参量。

它把经典力学作为一种极限情形而包含之,但在它的自身表述中,同时又需要这一极限情形.

现在可以来表述一下量子力学问题的提法.一种典型的问题是:用前次测量的已知结果,去预断下一次的测量结果.除此以外,我们以后将看到,量子力学中的各种物理量(例如能量)所能采取的数值,即作为该量的测量结果所能得到的数值,它们的值域和经典力学相比一般讲来是受限制的.量子力学方法必须告诉我们怎样来确定它们的各种允许值.

量子力学中的测量过程具有一种十分重要的特性:它总是要影响到被测的电子,并且在给定的测量精确度范围内,原则上不可能使这种影响变得任意小.测量得愈精确,它所给予的影响就愈大,只有在精确度极低的测量中,被测客体所受的影响才能很小.测量的这种性质,逻辑上是由于电子的动力学标志仅仅作为测量本身的结果才能表现出来;十分明显,如果测量过程对客体的影响可以任意地小,这就意味着被测之量本身具有一个和测量无关的定值.

在各种测量中,电子的坐标测量具有基本的意义.在量子力学的适用限度内,对一个电子所施行的坐标测量^①总是可以达到需要的任何精确度.

现在假定对一个电子的坐标相继测量了许许多多次,每次相隔的时间固定为 Δt .这些测量结果,一般讲来,并不位于一条光滑的曲线上.而是相反,测量得愈精确,这些结果会变化得愈不连续愈不规则;正好和电子不存在轨道的概念相一致.只有在极为粗略地测量电子坐标的情形下,例如,在威耳孙云室中根据蒸气凝成的液滴确定电子坐标的情形下,才会得到一条相当光滑的轨道.

现在让测量的精确度保持不变,我们把测量之间的时间间隔

^① 我们再强调一遍,所谓“施行测量”是指一个电子和一个经典“仪器”的相互作用,丝毫也没有预设外界观测者的存在.