

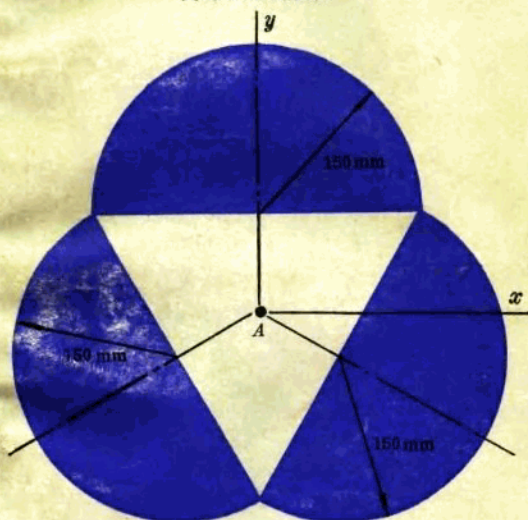
高等学校教材

理论力学

【第二版】下册

南京工学院 西安交通大学 主编

高等教育出版社



LILUN LIXUE

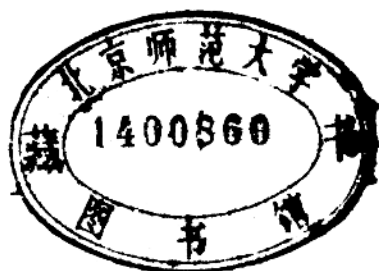
高等学校教材

理论力学

(第二版) 下册

南京工学院 西安交通大学 主编

July 11/03/04



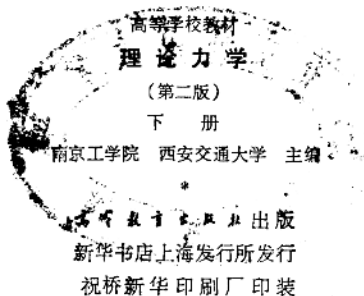
高等教育出版社

内 容 提 要

本书是南京工学院、西安交通大学等九所院校合编的《理论力学》的第二版，是在多年教学实践的基础上，广泛征求意见，并参照一九八〇年审订的高等工业学校《理论力学教学大纲》(草案)(120学时)的要求进行修订的。

本版力求保持一九七八年的第一版的风格特点，适当提高了起点，在体系上作了必要的调整，不另设专题部分，更新并增加了相当数量的例题和习题，包含了教学大纲规定的全部内容并有所扩充。本书可作为高等学校工科机械类各专业多学时理论力学课程的教学用书，也可供其他类型专业及工程技术人员参考。

全书分上、下两册，上册为静力学及运动学部分，下册为动力学部分。本书采用国际单位制(SI)，每章附有习题，书末附有习题答案。



开本 850×1168 1/32 印张 12.375 字数 297,000
1979年2月第1版 1986年10月第2版 1986年10月第1次印刷
印数 00,001—10,400
书号 15010·0792 定价 2.25 元

目 录

第三篇 动 力 学

第十四章 动力学基本定律和质点运动微分方程	2
§14-1 动力学基本定律.....	2
§14-2 力学单位制.....	5
§14-3 质点运动微分方程.....	8
§14-4 质点动力学的两类问题.....	10
习题	22
第十五章 动量定理	29
§15-1 动力学普遍定理概述.....	29
§15-2 动量和冲量.....	31
§15-3 动量定理.....	34
§15-4 流体定常流动的动压力.....	40
§15-5 质心运动定理.....	44
*§15-6 变质量质点的运动微分方程.....	49
习题	55
第十六章 动量矩定理	64
§16-1 动量矩.....	64
§16-2 动量矩定理.....	67
§16-3 刚体的转动惯量 平行移轴定理.....	76
§16-4 刚体绕定轴转动的微分方程.....	83
§16-5 质点系相对于质心的动量矩定理.....	90
§16-6 刚体平面运动微分方程.....	94
*§16-7 陀螺的近似理论	101
习题.....	110
第十七章 动能定理	122

§17-1 力的功	122
§17-2 动能定理	130
§17-3 柯尼希定理	138
§17-4 刚体的动能	140
§17-5 势力场、势能、机械能守恒定律	148
§17-6 功率、功率方程、机械效率	157
§17-7 动力学普遍定理的综合应用	161
习题	165
第十八章 碰撞	179
§18-1 碰撞现象及其基本特征	179
§18-2 恢复系数 质点对固定面的碰撞	182
§18-3 碰撞时的动力学基本定理	184
§18-4 两物体的对心碰撞	186
§18-5 碰撞冲量对定轴转动刚体的作用 撞击中心	196
*§18-6 刚体的偏心碰撞	199
习题	206
第十九章 达朗伯原理	212
§19-1 质点的达朗伯原理 惯性力	212
§19-2 质点系的达朗伯原理	217
§19-3 刚体运动时惯性力系的简化	218
§19-4 刚体绕定轴转动时轴承的附加动反力	230
§19-5 转子的静平衡和动平衡概念	238
习题	240
第二十章 虚位移原理	250
§20-1 问题的提出	250
§20-2 系统的约束及其分类	251
§20-3 虚位移的概念和计算	254
§20-4 理想约束	258
§20-5 虚位移原理	259
*§20-6 自由度 广义坐标 广义虚位移	266
*§20-7 以广义坐标表示的系统的平衡条件	269

*§20-8 系统在有势力作用下平衡稳定性的判据	273
习题	274
*第二十一章 动力学普遍方程和拉格朗日方程	281
§21-1 动力学普遍方程	281
§21-2 拉格朗日方程	283
§21-3 系统动能的广义坐标表示式	290
§21-4 能量积分与循环积分	297
习题	299
第二十二章 单自由度系统的振动	305
§22-1 概述	305
§22-2 单自由度系统的自由振动	307
§22-3 阻尼对自由振动的影响——衰减振动	322
§22-4 单自由度系统的受迫振动	328
§22-5 阻尼对受迫振动的影响	333
习题	344
第二十三章 质点的相对运动	352
§23-1 质点相对运动的动力学基本方程	352
§23-2 质点相对运动基本方程的应用	356
§23-3 自由落体的偏东现象	363
习题	366
附录一 力学单位表	371
附录二 习题答案	373

第三篇 动 力 学

在静力学中我们研究了物体的平衡问题，而没有考虑物体在不平衡的力系作用下将会怎样运动；在运动学中只研究了物体运动的几何性质，而没有考虑物体的运动与作用于物体上的力之间的关系。在动力学中，我们将要研究物体机械运动的变化和作用于物体上的力之间的关系。

在理论力学中动力学占有主体的地位，动力学的知识在工程技术中应用甚广，动力机械设计、结构动力分析、火箭和卫星的轨道计算等工程问题，都需要以动力学理论为基础。

动力学问题可以用大家熟知的动力学基本定律来研究，也可以用从基本定律推导出来的动力学普遍定理来研究，还可以象静力学那样用平衡方程的方法来研究。总之，方法是多种多样的。对于具体问题，要根据问题的特点及其复杂程度进行具体分析，选择适当的研究方法。

在动力学中经常用到的两种力学模型是质点和质点系。质点是指具有一定质量的几何点。质点系是指许多（有限多的或无限多的）相互联系着的质点所组成的系统。在实际问题中，并不是所有的物体都可以抽象为单个的质点。当物体不能抽象为单个质点时，可把它看成由许多质点所组成的系统。刚体可以看作是由无数个质点组成的，而其中任意两质点间的距离都保持不变的系统，故称为不变质点系。机构、流体（包括液体和气体）等则称为可变质点系。动力学的内容包括质点动力学和质点系动力学两大部分。

第十四章 动力学基本定律和质点运动微分方程

本章在阐述动力学基本定律的基础上建立质点运动微分方程，并着重讨论应用质点运动微分方程求解质点动力学两类问题的方法和应注意的问题。

§ 14-1 动力学基本定律

动力学的理论基础是三个基本定律，这些定律是牛顿总结了前人、特别是伽利略等人研究的成果，并在其名著《自然哲学的数学原理》中明确地提出的，所以通常称为牛顿运动三定律。这三条定律描述了动力学最基本的规律。

第一定律 质点如不受其他物体的作用，则始终保持其静止或匀速直线运动的状态。

这个定律表明任何物体(质点)都具有保持其静止或匀速直线运动状态不变的特性。物体的这种特性称为惯性。因此，第一定律又称惯性定律。而匀速直线运动则称为惯性运动。第一定律还表明力是改变物体运动状态(即获得加速度)的外部原因。

这里需要指出的一个重要的问题是，惯性定律并不是在任何参考坐标系中都能成立，只有对某些特定的参考坐标系，惯性定律所叙述的结论才是正确的。例如，在行驶的汽车中的乘客，当汽车紧急制动时会突然向前倾倒。分析这一常见的现象发现，对固连于地面的参考坐标系来说，乘客的运动表现出惯性，惯性定律成立；而对固连于汽车的参考坐标系来说，乘客的运动并不遵从惯性定律。那么牛顿运动定律究竟对怎样的参考坐标系才成立呢？

日常生活和工程技术的实践证明，地球上的物体对固连于地球的坐标系运动时，多数都足够精确地遵从牛顿运动定律。研究人造卫星的轨道，洲际导弹的飞行等问题，取地心-恒心坐标系（即以地心为原点，三根轴指向三个恒星中心的坐标系）以及研究天体问题，取日心-恒心坐标系，都更为精确地遵从牛顿运动定律。由于惯性定律是牛顿运动定律最基本的内容，因此凡是适用于牛顿运动定律的参考坐标系统称为惯性坐标系，即不受外力作用的质点对其保持静止或作匀速直线运动的坐标系。固连于地球或相对于地球作匀速直线运动的坐标系可视为足够精确的惯性坐标系，地心-恒心坐标系，日心-恒心坐标系则是更为精确的惯性坐标系。

在运动学中，参考坐标系可以考虑解题的方便而任意选取。但是在动力学中，为了应用牛顿运动定律，必须严格选用惯性坐标系。如果取非惯性坐标系而应用牛顿运动定律，就会导致错误的结论。今后对于一般工程问题，如无特别说明，一般都采用与地球固连的坐标系。

第二定律 质点受力作用时所获得的加速度的大小与作用力的大小成正比，与质点的质量成反比；加速度的方向与作用力的方向相同。

若质点同时受几个力作用，则定律中所说的作用力应理解为几个力的合力。若以 α 表示质点的加速度， m 表示质点的质量， ΣF 表示作用于该质点上各力的合力，则在适当选择各物理量的单位以后，第二定律的数学表达式可写为

$$\Sigma F = m\alpha \quad (14-1)$$

上式建立了力、质量和加速度三者之间的关系，称为动力学基本方程。它是推演其他动力学方程的基础。

定律中给出的力和加速度的关系是瞬时的关系，只要某瞬时

质点受力作用，则在该瞬时质点必有确定的加速度。质点的加速度不仅取决于作用力，而且还和质点的质量有关。若将同样的力作用在质量不同的质点上，则质量大的质点获得的加速度小，质量小的质点获得的加速度大。这说明质点的质量越大，其运动状态就越不容易改变。也就是说，质点的质量越大，它的惯性也越大。所以，质点的质量是其惯性的度量。

在地球表面，物体只受重力 $\mathbf{G}$ 作用而自由下落时的加速度称为重力加速度，以 g 表示，则由式(14-1)有

$$\mathbf{G} = m\mathbf{g}$$

测出物体的重量和重力加速度的值 g ，由上式可算出物体的质量

$$m = \frac{G}{g} \quad (14-2)$$

质量和重量是两个不同的概念，前者是物体固有的属性，是物体惯性的度量；而后者则是物体所受重力的大小。在地面各处，重力加速度的数值并不相同，它与当地的纬度和高度有关。我国各地重力加速度的平均值可取 $g = 9.80(\text{m/s}^2)$ 。此外，物体的重量亦随所在地域不同而稍有变化。但由实验得知，同一物体的重量与当地重力加速度的比值始终不变，这说明物体的质量是一个常量。

第三定律 两个物体间的作用力和反作用力，总是大小相等、方向相反，沿同一作用线并分别作用在这两个物体上。

这个定律又称为作用与反作用定律，它不仅适用于平衡的物体，也同样适用于运动的物体。在动力学中，作用与反作用定律仍然是分析两个物体相互作用关系的依据。

以牛顿运动定律为基础的力学，称为牛顿力学或经典力学。限于当时的科学水平，牛顿认为这些运动定律只适用于“绝对运动”。

他所谓的“绝对运动”是指相对于“与任何其他外界事物无关、而永远相同和不动的”“绝对空间”的运动，而时间也是“与任何其他外界事物无关地流逝着”的“绝对时间”。这种把空间、时间与物质运动完全割裂开来的看法是形而上学的观点。近代物理学的研究证明，空间、时间以至质量都和物体运动的速度有关，物体的速度愈接近光速($3 \times 10^8 \text{ km/s}$)，空间、时间和质量受速度的影响就愈加明显。当物体的运动速度能够与光速相比拟时，牛顿力学就不适用了，此时一般地应以相对论力学来代替；而在研究原子或更小的基本粒子的运动时，牛顿力学也不适用，应该用量子力学来代替。但是我们不能因此就断言牛顿力学是错误的理论，作为相对真理，牛顿力学有它的适用范围。因为在一般工程问题中，物体运动的速度都远远小于光速，即便是第一和第二宇宙速度也只分别为 $8(\text{km/s})$ 和 $11.2(\text{km/s})$ ；一般物体的尺寸也大大超过原子的尺度。在这种低速、宏观的范围内，物体运动的速度对空间、时间和质量的影响，在数量上是微不足道的。这时应用牛顿力学可以得到足够精确的结果。而且同相对论力学和量子力学相比，牛顿力学具有简单、方便的优点。因此，牛顿力学在今天的工程技术中仍然具有十分重要的价值，并得到极为广泛的应用。

§ 14-2 力学单位制

力学的单位制有多种，随所选用的基本单位而不同。本书采用国际单位制(代号 SI)。在参阅其它资料时须注意国际单位制和其它单位制的换算关系。

(一) 国际单位制

国际单位制是一种比较科学的计量单位制，它是米制发展的现代形式。原来的米制是多种单位制和单位并用，因之，同一个量就有多种不同的单位。为了消除这些缺点，国际计量委员会吸取

米制的优点制定了国际单位制。国际单位制涉及所有专业领域,采用国际单位制将来可以废除几乎所有的其它单位制和单位。因此采用国际单位制就可以消除各种单位制和单位并存造成的混乱,节省大量的人力和物力,有利于促进国民经济和国际交往的发展。

在国际单位制中,所有单位分为三类:

(1) 基本单位; (2) 导出单位; (3) 辅助单位。

基本单位是国际单位制的基础,共有七个单位。在这些基本单位中,和本门课程有关的只是三个单位(表 14-1)。因此,以下仅仅介绍和这三个单位有关的单位。

表 14-1 国际单位制基本单位示例

量	名 称	代 号
长 度	米	m
质 量	千克(公斤)	kg
时 间	秒	s

导出单位是借助乘或除的数学符号通过代数式用基本单位表示的单位,如表 14-2 所列。

表 14-2 基本单位表示的国际单位制导出单位示例

量	国 际 单 位 制	
	名 称	代 号
面 积	平方米	m ²
体 积	立方米	m ³
速 度	米每秒	m/s
加速度	米每二次方秒	m/s ²
密 度	千克(公斤)每立方米	kg/m ³

有些导出单位已具有专门名称和特有代号,如表 14-3 所列。

表 14-3 具有专门名称的国际单位制导出单位示例

量	· 国 际 单 位 制			
	名 称	代 号	用其它国际制单位表示的关系式	用国际制基本单位表示的关系式
频 率	赫[兹]	Hz		s^{-1}
力	牛[顿]	N		$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
应 力	帕[斯卡]	Pa	N/m^2	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
能、功	焦[耳]	J	$N \cdot m$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
功 率	瓦[特]	W	J/s	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$

辅助单位是尚未规定它们是属于基本单位还是导出单位的个别国际制单位。这类单位目前有两个,只有弧度与本课程有关。辅助单位可用于构成导出单位,如角速度和角加速度的单位等。

由表 14-3 可以看出,在国际单位制中力的单位属于导出单位。根据式(14-1)中质量、加速度与力的关系,质量为 1 千克(kg)的物体,若在某一力的作用下正好获得 1 米/秒²(m/s²)的加速度,则这个力的大小应为 1 单位,规定的专门名称就叫 1 牛[顿](N)。所以牛[顿](N)与基本单位长度(m)、质量(kg)、时间(s)的关系式是

$[牛(N)] = [质量单位] \times [加速度单位] = m \cdot kg \cdot s^{-2}$ 如表 14-3 所示。

(二) 工程单位制

在力学和工程中,过去常采用工程单位制。它是以长度、时间和力这三种量的单位为基本单位的,其它力学量的单位都由这三种基本单位通过力学公式导出,为导出单位。例如,取长度单位为米、时间单位为秒、力的单位为公斤力,则质量的单位就可根据式(14-1)导出:

$$[工程质量单位] = \frac{[力的单位]}{[加速度单位]} = \frac{\text{公斤力}}{\text{米} \cdot \text{秒}^{-2}}$$

$$= \frac{\text{公斤力} \cdot \text{秒}^2}{\text{米}} \left(\frac{\text{kgf} \cdot \text{s}^2}{\text{m}} \right)$$

这个单位没有专门名称，称为工程质量单位。显然，如果物体在 1 公斤力的作用下，能获得 1 米/秒^2 的加速度时，该物体的质量就是 1 工程质量单位。

所谓 1 公斤力 (kgf) 就是在纬度 45° 的海平面上质量为 1 公斤的物体所受的重力。国际计量委员会在实验基础上规定的标准重力加速度之值为 9.80665 米/秒^2 ，故由式 (14-2) 知

$$\begin{aligned} 1 \text{ 公斤力 (kgf)} &= 1 \text{ 公斤质量 (kg)} \times 9.80665 (\text{m/s}^2) \\ &= 9.80665 \text{ 牛[顿]} (\text{N}) \\ &\approx 9.8 \text{ 牛[顿]} (\text{N}) \end{aligned}$$

而由式 (14-1) 又可以看出：1 公斤力即 9.80665 牛[顿] 的力产生 $1 (\text{m/s}^2)$ 加速度时的质量应为 9.80665 千克 ，故

$$1 \text{ 工程质量单位的质量} = 9.80665 \text{ 千克} \approx 9.8 \text{ 千克}$$

§ 14-3 质点运动微分方程

牛顿第二定律给出了解决质点动力学问题的基本方程 (14-1)，将该式表示为包含质点的位置坐标对时间的导函数的方程称为质点运动微分方程。

设质量为 m 的质点 M 受合力 ΣF 作用沿空间曲线运动，质点的矢径为 r 如图 14-1 所示。根据动力学基本方程

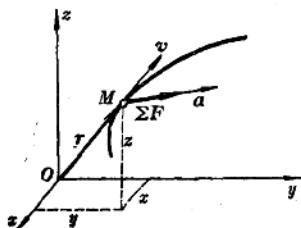


图 14-1

$$ma = \Sigma F$$

质点 M 的加速度

$$\mathbf{a} = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \ddot{\mathbf{r}}$$

代入上式得

$$m\ddot{\mathbf{r}} = \Sigma \mathbf{F} \quad (14-3)$$

上式为质点运动微分方程的矢量形式。

将式(14-3)投影到固定直角坐标系 $Oxyz$ 的各坐标轴,得

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} &= \Sigma X \\ m\ddot{y} &= \Sigma Y \\ m\ddot{z} &= \Sigma Z \end{aligned} \right\} \quad (14-4)$$

式中, ΣX 、 ΣY 、 ΣZ 分别为作用在质点 M 上各力在相应的坐标轴上投影的代数和; x 、 y 、 z 为质点 M 的矢径 $\mathbf{r}$ 在相应的坐标轴上的投影。上式为质点运动微分方程的直角坐标形式。

在质点的轨迹曲线上任选一点 O 为原点,作弧坐标 s ,并规定其正、负方向。再过点 M 作轨迹的切线、主法线和副法线组成自然轴系,各轴的单位

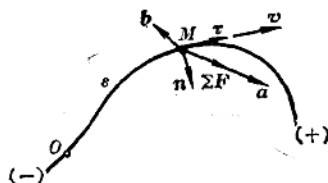


图 14-2

矢量分别为 $\boldsymbol{\tau}$ 、 $\mathbf{n}$ 和 $\mathbf{b}$ 。如图 14-2 所示。将式 (14-1) 投影到自然轴系上,得

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{s} &= \Sigma F_{\boldsymbol{\tau}} \\ m \frac{\dot{s}^2}{\rho} &= \Sigma F_{\mathbf{n}} \\ 0 &= \Sigma F_{\mathbf{b}} \end{aligned} \right\} \quad (14-5)$$

式中, 令 $a_{\boldsymbol{\tau}} = \frac{d^2 s}{dt^2} = \ddot{s}$, $a_{\mathbf{n}} = \frac{v^2}{\rho} = \frac{\dot{s}^2}{\rho}$, $a_{\mathbf{b}} = 0$, 分别为质点 M 的加速度 $\mathbf{a}$ 在切线、主法线和副法线正向的投影; ρ 为曲线轨迹在点 M 处

的曲率半径, ΣF_t 、 ΣF_n 、 ΣF , 分别为作用在质点 M 上的力在相应的坐标轴上投影的代数和。式(14-5)即为质点运动微分方程的自然形式。由该式中第三式可见, 作用在质点 M 上各力的合力恒垂直于副法线, 因此各力的合力 ΣF 和质点的加速度 a 一样, 始终在密切面内。

§ 14-4 质点动力学的两类问题

质点动力学问题大致可分为两类。

第一类问题 已知质点的运动, 求作用于质点上的力。在这类问题中, 质点的运动方程或速度的函数式是已知的, 将其对时间求二次或一次导数后, 即得质点的加速度, 将加速度代入质点运动微分方程, 便可求得未知的作用力。

第二类问题 已知作用于质点的力, 求质点的运动。在这类问题中, 已知的作用力可能是常力, 也可能是变力。变力则可能是时间的函数、坐标位置的函数、速度的函数, 或者同时是上述几种变量的函数。在求质点的运动时, 将已知作用力的函数代入质点运动微分方程后往往要进行一次或二次积分运算, 每积分一次, 需要确定一个积分常数。积分常数由质点运动的初始条件确定, 初始条件是指 $t=0$ 的瞬时, 质点的初位置和初速度。由此可知, 要完整地解决质点动力学的第二类问题, 除了要给定作用力的函数以外, 还必须知道质点运动的初始条件。由于第二类问题涉及到积分问题, 所以比第一类问题往往要麻烦一些, 特别是力的函数关系复杂时, 积分运算就变得非常困难, 有时只能求出近似的数值解。

在实际问题中, 由于物体往往受到约束作用, 这时运动和受力两方面都可能有已知和未知的因素, 这样, 两类问题就不能截然分开了。

例 14-1 一质点的质量为 m , 在平面内运动规律为

$$x = C \sin \omega t \quad y = Dt^2$$

其中 C 、 D 为已知常数, 试求作用于该质点的力。

解 由已知的运动方程可求出质点的加速度在固定坐标轴 Ox 和 Oy 上的投影

$$\ddot{x} = -C\omega^2 \sin \omega t$$

$$\ddot{y} = 2D$$

代入式(14-4)得作用于该质点上的力 F 在相应的坐标轴上的投影

$$X = m\ddot{x} = -mC\omega^2 \sin \omega t = -m\omega^2 x$$

$$Y = m\ddot{y} = 2mD$$

设 i 、 j 分别为沿 Ox 、 Oy 轴的单位矢量, 则该质点所受的力

$$F = Xi + Yj = -m\omega^2 xi + 2mDj$$

例 14-2 质量为 m 的质点从某瞬时开始按规律

$$s = A + 2r \ln t$$

沿半径为 r 的圆周运动, 式中 A 为已知常数。试求作用于该质点的力 F 的大小并表示为时间 t 的函数。

解 由于质点的运动规律以自然形式给定, 故由式(14-5)得

$$F_r = m\ddot{s} = -2mr \frac{1}{t^3}$$

$$F_n = m \frac{\dot{s}^2}{r} = 4mr \frac{1}{t^2}$$

$$F_b = 0$$

故

$$F = \sqrt{F_r^2 + F_n^2 + F_b^2} = \frac{4.47mr}{t^2}$$

例 14-3 离心式转速计小球的质量为 m , 固连在质量可略去不计的杆 AB 的 A 端, 而杆的 B 端则铰接在转动着的铅垂轴 BE 上(图 14-3a)。小球受弹性细绳 ACD 的支持, 该绳穿过套管 CD 而其末端固结在 D 处。弹性细绳的原长(未受力时的长度)为 CD , 弹簧常数(使细绳产生单位变形所需的力)为 k 。设 $AB = CB = l$, 试求转速计稳定转动时其转动轴的角速度 ω 与偏角 α 的关系以及杆 AB 所受的力。

解 取小球 A 为研究对象, 其上受力有: 重力 mg , 细绳的弹性力 F 和杆的反力 S (图 14-3b)。